

ROMAN STRICKER

GATTEROPERATIONEN HOHER GÜTE IN EINEM OPTISCHEN
QUANTENBIT

GATTEROPERATIONEN HOHER GÜTE IN EINEM OPTISCHEN QUANTENBIT

Eine Masterarbeit an der

FAKULTÄT FÜR
MATHEMATIK, INFORMATIK UND PHYSIK,
DER LEOPOLD-FRANZENS UNIVERSITÄT IN INNSBRUCK,

ein Teil der Voraussetzungen
zur Erlangung des akademischen Grades eines

MASTER OF SCIENCE

durchgeführt am Institut für Experimentalphysik unter Betreuung
von Universitätsprofessor Dr. Rainer Blatt

präsentiert von

ROMAN STRICKER

13. März 2017

ZUSAMMENFASSUNG

Die Implementierung von Gatteroperationen auf dem existierenden $^{40}\text{Ca}^+$ Ionenfallen-Quantencomputer erfolgt über resonante Wechselwirkung der Ionen mit schmalbandigem 729 nm Laserlicht. In der vorliegenden Masterarbeit wird zur Optimierung kohärenter Gatteroperationen ein neues 729 nm Lasersystem beschrieben und charakterisiert. Mittels Frequenzstabilisierung auf einen externen Hoch-Finesse-Resonator als Frequenznormal, wird eine spektrale Breite von 3.4(4) Hz bei 4 s Mittelungszeit erreicht. Die Frequenzinstabilität liegt unter 1 Hz für Mittelungszeiten zwischen 1 s und 100 s. Eine Analyse der Güte von Einzelqubit-Gattern führt auf eine Fehlerrate von $6.2(2) \times 10^{-5}$, abgeschätzt mit der Gatterstichprobe (engl. „Randomized Benchmarking“). Die Fehlerrate des bestehenden Lasersystems wird damit um rund einen Faktor 30 reduziert. Ausserdem wurde mit numerischen Simulationen der Einfluss des 729 nm Lasersystems auf die Fehlerrate von Einzelqubit-Gattern, bezüglich Intensitäts- und Phasenrauschen, zu $3.66(2) \times 10^{-5}$, abgeschätzt.

ABSTRACT

Gate operations on a $^{40}\text{Ca}^+$ ion-trap quantum computer are implemented via resonant coupling of narrow bandwidth 729 nm laser light to the ions. In the present master thesis such a laser system is integrated in an existing ion-trap quantum computer to improve the quality of gate operations. After locking the laser light to a high finesse cavity, the light features a spectral linewidth of 3.4(4) Hz at 4 s averaging time and frequency instabilities below 1 Hz between 1 s and 100 s. To characterize single-qubit gate operations, Randomized Benchmarking experiments on a $^{40}\text{Ca}^+$ -ion are performed, which yield an infidelity of $6.2(2) \times 10^{-5}$. In comparison with the previous qubit laser, the error rate of gate operations is reduced by a factor of around 30. Numerical simulations, incorporating the laser's intensity and phase noise, estimate the single-qubit gate infidelity to be $3.66(2) \times 10^{-5}$.

INHALTSVERZEICHNIS

1	EINFÜHRUNG	1
2	KONZEPT DES QUANTENCOMPUTERS	5
2.1	Quantenbits (Qubits)	5
2.2	Rechnen mit Quantenbits	6
2.3	Universeller Quantencomputer	9
3	IONENFALLEN-QUANTENCOMPUTER	11
3.1	Termschema des $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions	11
3.2	Die Ionenfalle	12
3.2.1	Die lineare Paul-Falle	13
3.2.2	Die Innsbruck-Falle	14
3.3	Licht-Ion Wechselwirkung	15
3.4	Quanteninformationsverarbeitung mit $^{40}\text{Ca}^+$	17
3.5	Fehlermodell des Quantencomputers	18
3.5.1	Ramsey-Experiment	20
3.5.2	Gattertest	22
3.5.3	Gatterstichprobe	23
3.6	Laserspezifikation	25
3.6.1	Spektrale Verteilung und Frequenzinstabilität	25
3.6.2	Lichtleistung	26
4	GRUNDLAGEN ZU LASERN	27
4.1	Grundkonzept	27
4.2	Lasersysteme für 729 nm	28
4.3	Laseroszillation	29
4.4	Spektrum des Laserlichts	32
4.5	Frequenzinstabilität	34
4.6	Frequenzstabilisierung auf externen Resonator	36
4.6.1	Grundlagen des PDH-Verfahrens	36
4.7	Frequenzcharakterisierung mittels Schwebungsmessung	39
4.8	Dreispitzmessung	40
4.9	Analyse des Phasenrauschens	41
5	DAS 729 NM LASERSYSTEM	45
5.1	Das Titan-Saphir Lasersystem	45
5.2	Optischer Aufbau in Laserbox	48
5.3	Längenstabilisierung von optischen Fasern	50
5.4	Frequenzstabilisierung auf externen Resonator	52

5.4.1	Details zum bestehenden Hoch-Finesse-Resonator	52
5.4.2	Regelkonzept der Frequenzstabilisierung	53
5.4.3	Inbetriebsetzung der Frequenzstabilisierung	55
6	CHARAKTERISIERUNG DES 729 NM LASERSYSTEMS	57
6.1	Akustikuntersuchungen	57
6.2	Charakterisierung des Intensitätsrauschens	58
6.3	Analyse der Frequenzstabilisierung	61
6.3.1	Optimierung des Fehlersignals	61
6.3.2	Charakterisierung der Stellglieder	64
6.3.3	Der Effekt der Frequenzstabilisierung auf die Lichtintensität	66
6.4	Kompensation des Faserrauschens zwischen mehreren Gebäuden	67
6.5	Frequenzvergleich von drei Lasern	68
6.5.1	Bestimmung der spektralen Breite	70
6.5.2	Bestimmung der Frequenzinstabilität	72
6.5.3	Analyse des Phasenrauschens	78
7	FEHLERBUDGET DES QUANTENCOMPUTERS	83
7.1	Simulation des Fehlerbudgets	83
7.1.1	Kalibrierung von Intensitäts- und Phasenrauschen	84
7.1.2	Gattertest	88
7.1.3	Gatterstichprobe	89
7.2	Experimentelle Ergebnisse	91
7.2.1	Gattertest	91
7.2.2	Gatterstichprobe	92
8	ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK	95
	LITERATUR	98

EINFÜHRUNG

Der immense technologische Fortschritt im Bereich der Computerforschung hat innerhalb der letzten fünfzig Jahren dazu geführt, dass elektronische Bauelemente stetig kleiner wurden [1]. Dem Trend folgend, werden in naher Zukunft atomare Größenordnungen erreicht, innerhalb derer Quanteneffekte eine Rolle spielen. Weiters eröffnet die Quantenwelt neue, bahnbrechende Konzepte zur Datenverarbeitung, indem die Informationsverarbeitung den Gesetzen der Quantenmechanik gehorcht. Damit können Probleme effizienter als mit jedem klassischen Computer gelöst werden [2, 3]. Die Rede ist hierbei weder von Aufgaben wie Textverarbeitung oder dem Aufsummieren von Zahlen, die bereits von klassischen Computern effizient erledigt werden, sondern vielmehr wird der Fokus auf Probleme mit hoher Komplexität gelegt. Die Komplexität gibt den maximalen Ressourcenbedarf einer Aufgabe an und lässt sich daran messen wie schnell der Zeitaufwand bzw. Speicherbedarf einer Aufgabe mit deren Grösse anwächst [4]. Ausgenutzt werden quantenmechanische Effekte wie die simultane Besetzung vieler Zustände (Superposition), welche beispielsweise die Durchführung einer Rechenoperation für sämtliche Eingangswerte gleichzeitig erlaubt. Basierend auf solchen physikalischen Effekten können spezielle Algorithmen entwickelt werden, die einen Skalierungsvorteil gegenüber klassischen Rechnern besitzen. Beispiele für Probleme, für die bereits Quantenalgorithmen existieren und besser skalieren als bekannte klassische Algorithmen, sind die Primfaktorzerlegung mit dem Shor-Algorithmus oder das Durchsuchen einer unsortierten Datenbank mittels Grover-Algorithmus [5, 6]. Mit dem Shor-Algorithmus ist gegenüber dem besten bekannten klassischen Algorithmus gar ein exponentieller Geschwindigkeitszuwachs möglich, beim Grover-Algorithmus ist dieser noch quadratisch.

Die Realisierung eines Quantencomputers in einem physikalischen System stellt sich als schwierig dar, da die fragile Quanteninformation vor Einflüssen der klassischen Umgebung geschützt werden muss. Eine Möglichkeit besteht darin, einzelne, geladene Atome (Ionen) mit elektrischen Feldern zu fangen und von der Umwelt zu isolieren, so dass deren Quantenzustände manipuliert werden können [7, 8]. Letzteres geschieht mittels Spektroskopie durch die Wechselwirkung elektromagnetischer Strahlung mit den Ionen. Dazu werden schmalbandige Lasersysteme als Quelle für monochromatisches Licht benötigt, die eine präzise Manipulation der Quantenzustände ermöglichen. Zwei Energienive-

aus, deren Übergang spektroskopisch zugänglich ist, können als Quantenbit identifiziert werden. Das Quantenbit beschreibt die kleinste Speichereinheit für Quanteninformation. Sowohl die Qualität der Manipulation als auch der Grad an Isolierung der Ionen gegenüber einer Wechselwirkungen mit der Umwelt, sind Schlüsselfaktoren für die Kontrolle über das Quantensystem und bestimmen somit die Zeitdauer, in welcher Information gespeichert und manipuliert werden kann. Die Entwicklung schmalbandiger Lasersysteme, mit Hilfe spezieller Frequenzstabilisierungstechniken, hat hierfür die technologische Grundlage geschaffen [9, 10]. Demonstriert wurden bereits Laser mit einer Frequenzgenauigkeit im Sub-Hertz Bereich [11]. Solche Laser eignen sich darüber hinaus zur Präzisionsspektroskopie an langlebigen atomaren Übergängen und liefern in der Metrologie neue Zeitstandards [12, 13]. Die Kontrolle über ein Quantensystem, die in solchen Metrologieexperimenten einhergeht, eröffnet Möglichkeiten zur Quanteninformationsverarbeitung [14]. In [15] wurde von Monz et al. bereits ein Ionenfallen-Quantencomputer auf 14 $^{40}\text{Ca}^+$ -Quantenbits demonstriert.

Innerhalb der vorliegenden Masterarbeit, welche am Institut für Experimentalphysik der Universität Innsbruck unter der Leitung von Universitätsprofessor Dr. Rainer Blatt durchgeführt wurde, wird der Aufbau eines schmalbandigen 729 nm Lasersystems zur Spektroskopie an $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen beschrieben und charakterisiert. Mit dem Lasersystem lässt sich der $4^2\text{S}_{1/2} \rightarrow 3^2\text{D}_{5/2}$ Quadrupolübergang, zur Quantenbit Manipulation treiben. Die Integration des Lasersystems in den bestehenden Ionenfallen-Quantencomputer des Experiments „Lineare Falle“ [16] soll die Güte von Rechenoperationen, den sogenannten Quantengattern, verbessern.

Die Arbeit beginnt in Kapitel 2 mit den theoretischen Grundlagen des Quantencomputers, die ein allgemeines Konzept der Quanteninformationsverarbeitung, unabhängig einer physikalischen Implementierung, liefert. Zweck ist es, den theoretischen Rahmen zum Verständnis des weiteren Inhalts zu schaffen. Im Anschluss wird in Kapitel 3 mit dem Ionenfallen-Quantencomputer eine physikalische Implementierung vorgestellt, wobei das noch theoretische Konzept des Quantencomputers konkret Formen annehmen wird. Angefangen mit einer Erläuterung der grundlegenden Konzepte zum Speichern von Ionen sowie der Licht-Ion Wechselwirkung, werden darauf basierend, der bestehende Aufbau sowie die Konzepte der Quanteninformationsverarbeitung mit dem Ionenfallen-Quantencomputer erläutert. Es wird ein Fehlermodell, auf Grundlage der Charakterisierung des 729 nm Lasersystems erstellt, das die Güte der einzelnen Gatteroperationen quantifizieren kann. Dieses Modell wird später für Simulationen des gesamten Systems verwendet, um die dominanten Fehlerquellen zu identifizieren. Bevor in Kapitel 5 der Aufbau des Lasersystems samt einer Methode zur Frequenzstabilisierung vorgestellt werden, sind in Kapitel 4 die Grundlagen der Laseroszillation zusammengefasst. Neben verschiedenen Lasersystemen zur Erzeugung von 729 nm Licht werden im Wesentlichen Methoden zur Charakterisierung des Laserlichts erläutert, die dann in Kapitel 6 zur Anwendung kommen. Dabei wird ein Frequenzvergleich dreier 729 nm Lasersysteme vorgenommen,

der es erlaubt die einzelnen Laser unabhängig voneinander zu charakterisieren. Ferner erfolgt eine Analyse der Frequenzstabilisierung. Im Anschluss an die Charakterisierung des Lasersystems soll dessen Einfluss auf die Leistung des Ionenfallen-Quantencomputers untersucht werden. Dazu werden in Kapitel 7 die Fehlerraten der Gatteroperationen experimentell abgeschätzt. Hierzu wird der bisher verwendete 729 nm Laser zu einem Vergleich herangezogen. Zusätzlich lassen sich anhand des Fehlermodells aus Kapitel 3 numerische Simulationen erstellen, die den Einfluss des Lasersystems auf die Fehlerrate quantifizieren sollen.

 KONZEPT DES QUANTENCOMPUTERS

Als Einführung in das Thema Quantencomputer werden nun die theoretischen Grundlagen kurz zusammengefasst. Diese sind unabhängig einer physikalischen Implementierung, welche dann Gegenstand des nächsten Kapitels sein wird. Nach einer mathematischen Beschreibung des Quantenbits, kurz Qubits, folgt die Einführung von Rechenoperationen (Kapitel 2.2). Die Verallgemeinerung auf mehrere Qubits führt auf das Konzept eines universellen Quantencomputers (Kapitel 2.3). Die Beschreibung ist an das Buch „Quantum Computation and Quantum Information“ von Nielsen & Chuang angelehnt [17].

2.1 QUANTENBITS (QUBITS)

Qubits sind quantenmechanische Zweiniveausysteme. Sie sind das Analogon zum klassischen Bit, welches die beiden diskreten Werte 0 und 1 annehmen kann und das fundamentale Konzept eines Computers bildet. In Anlehnung zum klassischen Bit besitzen Qubits die Basiszustände $|0\rangle$ und $|1\rangle$, können jedoch auf Grund ihrer Quantennatur auch als Linearkombination (Superposition) vorkommen. Der allgemeinste Zustand lautet

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad \text{für } \alpha, \beta \in \mathbb{C} \quad \text{und} \quad |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1, \quad (2.1)$$

wobei die Normierungsbedingung aus der Wahrscheinlichkeitsinterpretation der Quantenmechanik folgt. Weiters lassen sich die Zustände gemäss $|0\rangle = [1 \ 0]^T$ und $|1\rangle = [0 \ 1]^T$ als Vektoren im zweidimensionalen Hilbertraum \mathcal{H}_2 darstellen. Die Normierungsbedingung $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ entspricht einer Restriktion aller Zustände auf die Oberfläche der Einheitskugel. Eine geometrisch anschauliche Beschreibung zu (Gl. 2.1) lautet daher

$$|\psi\rangle = e^{i\gamma} \left(\cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle \right) \quad \text{für } \theta, \gamma, \phi \in \mathbb{R}. \quad (2.2)$$

Beim Vorfaktor $e^{i\gamma}$ handelt es sich um eine globale Phase, die in einem Zweiniveausystem nicht messbar ist und daher vernachlässigt werden kann:

$$|\psi\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle. \quad (2.3)$$

Die Qubitzustände können auf einer Einheitskugel illustriert werden, man spricht dann von der Blochkugel, welche in Abbildung 2.1 a) gezeigt ist. Nord- und Südpol korrespondieren mit den Basiszuständen $|0\rangle$ und $|1\rangle$ und definieren die z-Achse. Eine Messung in der z-Basis ergibt immer einen der Eigenzustände $|0\rangle$ oder $|1\rangle$, mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit $|\alpha|^2$ bzw. $|\beta|^2$. Danach wird $|\psi\rangle$ in den gemessenen Zustand projiziert, weshalb man nur 1 Bit Information bekommt.

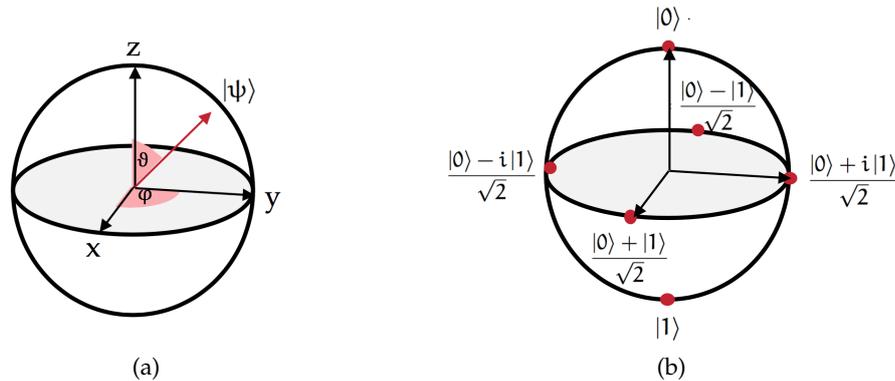


Abbildung 2.1: a) Illustration der Qubitzustände (Gl. 2.3) als Punkte auf der Blochkugel. b) Die Eigenzustände der Pauli-Matrizen (Gl. 2.8) befinden sich an den sechs markierten Punkten.

Für zwei Qubits lauten die Basiszustände $|00\rangle$, $|01\rangle$, $|10\rangle$ und $|11\rangle$ bzw. in dezimaler Repräsentation $|0\rangle$, $|1\rangle$, $|2\rangle$ und $|3\rangle$. Der zugehörige Produkthilbertraum $\mathcal{H}_2^{(1)} \otimes \mathcal{H}_2^{(2)}$ ist vierdimensional. Nach diesem Schema lässt sich das Konzept auf n Qubits erweitern

$$|\psi\rangle = \sum_{i=0}^{2^n-1} \alpha_i |i\rangle \quad \text{für } \alpha_i \in \mathbb{C} \quad \text{und} \quad \sum_{i=0}^{2^n-1} |\alpha_i|^2 = 1 \quad (2.4)$$

mit $|\psi\rangle \in \mathcal{H}_2^{\otimes(n)}$. Die Dimension des Hilbertraums bzw. die Anzahl der Eigenzustände wächst also exponentiell an

$$\dim(\mathcal{H}_2^{\otimes(n)}) = 2^n. \quad (2.5)$$

2.2 RECHNEN MIT QUANTENBITS

Auf klassischen Computern werden Bits durch Logikgatter manipuliert. Ein Beispiel hierfür ist das Nicht-Gatter mit der Wahrheitstabelle $0 \rightarrow 1$ und $1 \rightarrow 0$. Die Verkettung von Gattern zu Algorithmen erlaubt beliebige Rechenoperationen. In Analogie dazu spricht man beim Quantencomputer von Quantengattern. Im Gegensatz zum klassischen Fall ist ein Quantengatter kein elektrisches Bauelement, sondern wird durch eine zeitlich kontrollierbare Wechselwirkung zwischen den Qubits sowie den Qubits und einem klassischen

Feld realisiert. Ziel ist es, einen universellen Satz an Quantengattern zu implementieren, was bedeutet, dass beliebige Rechenoperationen gemacht werden können, auch jene, die mit einem klassischen Computer möglich sind.

Formal werden Quantengatter als unitäre Operatoren beschrieben

$$|\psi_{\text{in}}\rangle \xrightarrow{\hat{U}} |\psi_{\text{out}}\rangle = \hat{U} |\psi_{\text{in}}\rangle \quad \text{mit} \quad \hat{U}^\dagger \hat{U} = \mathbb{1}, \quad (2.6)$$

wobei die Normierung der Wellenfunktion $|\hat{U} |\psi_{\text{in}}\rangle|^2 = |\psi_{\text{in}}\rangle|^2$ erhalten bleibt. Zudem sind die Operationen reversibel. Beide Eigenschaften erschliessen sich aus der Unitarität der Operatoren. Ein Beispiel für ein Einzelqubit-Gatter ist das Nicht-Gatter, häufig Bitflip genannt, das nach $|0\rangle \rightarrow |1\rangle$ und $|1\rangle \rightarrow |0\rangle$ den Eigenzustand wechselt. Im Gegensatz zum klassischen Fall, kann dies auf einen Superpositionszustand angewandt werden $\alpha |0\rangle + \beta |1\rangle \rightarrow \alpha |1\rangle + \beta |0\rangle$. Als Folge der Vektordarstellung können Einzelqubit-Gatter als unitäre 2×2 -Matrizen geschrieben werden. Im Beispiel des Bitflips lautet dies

$$\hat{X} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta \\ \alpha \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad \hat{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

\hat{X} entspricht der Pauli-Matrix $\hat{\sigma}_x$. Unter Hinzunahme der Einheitsmatrix formen die Pauli-Matrizen eine Basis aller komplexen hermitschen 2×2 -Matrizen. Nachstehend werden diese inklusive deren Eigenzuständen eingeführt

$$\begin{aligned} \hat{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} & \implies \begin{aligned} |+\rangle_x &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) \\ |-\rangle_x &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle) \end{aligned} \\ \hat{Y} = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} & \implies \begin{aligned} |+\rangle_y &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + i|1\rangle) \\ |-\rangle_y &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - i|1\rangle) \end{aligned} \\ \hat{Z} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} & \implies \begin{aligned} |+\rangle_z &= |0\rangle \\ |-\rangle_z &= |1\rangle \end{aligned} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Die sechs Eigenzustände der Pauli-Matrizen sind in Abbildung 2.1 b) als Punkte auf der Blochkugel gezeigt. Die Wahl der Basis zur Angabe eines Qubitzustands als Vektor steht frei. Beispielsweise wird der Zustand $|0\rangle$ in der z-Basis als eine Superposition der Eigenzustände aus der x-Basis geschrieben

$$|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle_x + |-\rangle_x). \quad (2.9)$$

Weiters werden in der Quantenmechanik Drehimpulsoperatoren $\hat{S}_i = \frac{\hbar}{2}\hat{\sigma}_i$ von Spin-1/2 Systemen, die wie das Qubit Zweiniveausysteme sind, durch Pauli-Matrizen beschrieben. Wie oben gezeigt wurde, kann durch Angabe der Polarwinkel (θ, ϕ) jedem Zustand ein Punkt auf der Blochkugel zugeordnet werden. Ein Punkt ist dann definiert durch seinen Blochvektor $[\cos \phi \sin \theta, \sin \phi \sin \theta, \cos \theta]^T$. Dies gibt Anlass zu drei Klassen unitärer Matrizen, die durch Exponentiation der Pauli-Matrizen erhalten werden

$$\begin{aligned}\hat{R}_x(\theta) &= e^{-i\theta\hat{X}/2} = \cos \frac{\theta}{2} \mathbb{1} - i \sin \frac{\theta}{2} \hat{X} = \begin{bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & -i \sin \frac{\theta}{2} \\ -i \sin \frac{\theta}{2} & \cos \frac{\theta}{2} \end{bmatrix} \\ \hat{R}_y(\theta) &= e^{-i\theta\hat{Y}/2} = \cos \frac{\theta}{2} \mathbb{1} - i \sin \frac{\theta}{2} \hat{Y} = \begin{bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & -\sin \frac{\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} & \cos \frac{\theta}{2} \end{bmatrix}, \quad (2.10) \\ \hat{R}_z(\theta) &= e^{-i\theta\hat{Z}/2} = \cos \frac{\theta}{2} \mathbb{1} - i \sin \frac{\theta}{2} \hat{Z} = \begin{bmatrix} e^{-i\theta/2} & 0 \\ 0 & e^{i\theta/2} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

welche geometrisch Rotationen um die x-, y- und z-Achse darstellen. Nach dieser Definition lässt sich ein allgemeines Einzelqubit-Gatter, mit der Rotationsachse $\vec{n} = (n_x, n_y, n_z)$, wie folgt aus obigen Matrizen zusammensetzen

$$\hat{U} = e^{i\alpha} \hat{R}_{\vec{n}}(\theta) \quad \text{mit} \quad \hat{R}_{\vec{n}}(\theta) = e^{-i\theta\vec{n}\cdot\vec{\sigma}/2} = \cos \frac{\theta}{2} \mathbb{1} - i \sin \frac{\theta}{2} (n_x \hat{X} + n_y \hat{Y} + n_z \hat{Z}). \quad (2.11)$$

θ ist der Rotationswinkel um die jeweilige Achse \vec{n} , welche durch die Pauli-Matrizen $(\hat{X}, \hat{Y}, \hat{Z})$ definiert wird. Eine globale Phase ist durch α gegeben. Beispielsweise führt $\hat{R}_x(\pi)$ wiederum auf einen Bitflip \hat{X} .

Alle Ausführungen im weiteren Verlauf dieser Masterarbeit beziehen sich auf Einzelqubit-Gatter. Der Vollständigkeit halber wird ein Zweiqubit-Gatter eingeführt, das eine Wechselwirkung zwischen den Qubits beschreibt. Die Rede ist vom kontrollierten NOT-Gatter (engl. CNOT für „controlled-not“)

$$\hat{U}_{\text{CNOT}} = |0\rangle\langle 0|^{(1)} \otimes \mathbb{1}^{(2)} + |1\rangle\langle 1|^{(1)} \otimes \hat{\sigma}_x^{(2)}. \quad (2.12)$$

Befindet sich das Kontrollqubit (1) im angeregten Zustand, wird auf dem Zielqubit (2) ein Bitflip implementiert. Die Kombination aller Einzelqubit-Gatter (Gl. 2.11) und einer Kopplung der Qubits durch (Gl. 2.12), ergibt einen universellen Satz an Quantengattern.

Vorteile von Quantencomputern gegenüber klassischen sind Quantenparallelismus und Verschränkung. Quantenparallelismus ist die Fähigkeit, in Folge der Superposition, eine Rechnung für alle Basiszustände gleichzeitig auszuführen. Mit geeigneten Quantenalgorithmen wird daraus ein Geschwindigkeitsvorteil erzielt [5, 6, 18]. Als Folge der Verschränkung können Messergebnisse zwischen den Qubits korreliert sein, was ebenfalls Grundlage vieler Quantenalgorithmen ist und an dieser Stelle lediglich erwähnt sei [19].

2.3 UNIVERSELLER QUANTENCOMPUTER

Im restlichen Teil des Kapitels werden die Anforderungen zur Implementierung eines Quantencomputers diskutiert. Die Kriterien von David di Vincenzo liefern diesbezüglich einen Leitfaden [20], der nachstehend erläutert wird. Demnach benötigt man

1. ein skalierbares physikalisches System und wohldefinierte Qubits
2. die Möglichkeit zur Initialisierung reiner Zustände
3. Kohärenzzeiten, die länger als die Summe aller Quantengatter sind
4. einen universellen Satz von Quantengattern
5. eine projektive Messung an den Qubits

Die einzelnen Punkte werden im Folgenden motiviert: (1) Das physikalische System soll auf beliebig viele Qubits erweiterbar sein, damit auch komplexe Quantenalgorithmen durchführbar sind. Wohldefiniert bedeutet, dass die beiden Qubitzustände, bezüglich thermischer Energie, getrennt sind. (2) Der beliebige Anfangszustand muss klar definiert und implementierbar sein. (3) Kohärenz ist eine zeitlich konstante Phasenbeziehung zwischen den Zuständen, die Effekte wie Interferenz ermöglicht. Quanteneffekte können lediglich im Zeitraum der Kohärenzzeit ausgenutzt werden, danach kann der Zustand klassisch beschrieben werden. Dieser Zeitraum wird durch die Wechselwirkung zwischen dem Qubit und der Umwelt limitiert. (4) Die Implementierung eines universellen Satzes an Quantengattern ermöglicht die Durchführung beliebiger Rechenoperationen, auch jene die mit einem klassischen Computer möglich sind. (5) Ergebnisse von Quantenalgorithmen werden erst durch projektive Messungen an den Qubits zugänglich gemacht.

Im nächsten Kapitel wird mit dem Ionenfallen-Quantencomputer eine Implementierung vorgestellt, in der das hier vorgestellte mathematische Konstrukt, konkrete Formen annehmen wird.

 IONENFALLEN-QUANTENCOMPUTER

Schlüsselfaktor zur Realisierung eines Quantencomputers ist die Enkodierung der Qubits in ein physikalisches System. Beim Ionenfallen-Quantencomputer werden ionisierte Atome mittels elektrischen Feldern gespeichert, wobei zwei wohldefinierte Zustände des Ions das Qubit definieren. Die Wechselwirkung von schmalbandiger, elektromagnetischer Strahlung mit den Ionen erlaubt die Manipulation der Qubit Zustände. Es werden zwei Gattungen an Übergängen erforscht: (1) Das Grundzustandsqubit, welches durch Hyperfein- oder Zeeman-Niveaus definiert ist und Übergänge im Mikrowellenbereich besitzt [21]. (2) Das optische Qubit, dass über ein Grundzustand und ein metastabiles Niveau definiert ist und Übergangsfrequenzen im Bereich mehrerer 100 THz hat [22]. Die Güte des atomaren Übergangs wird über dessen spektrale Breite $\Delta\nu$ (Halbwertsbreite der spektralen Linienform) definiert. Diese ist eine Konsequenz der Frequenz-Zeit Unschärferelation $\Delta\omega \cdot \Delta\tau \geq 1/2$ und der endlichen Zustandslebensdauer $\Delta\tau$ des energetisch höheren Qubit-Niveaus. Eine hohe natürliche Lebensdauer steht für eine stabile und schmalbandige Referenz [23]. In der vorliegenden Arbeit wird ein optisches $^{40}\text{Ca}^+$ -Qubit beschrieben, wobei Laser als Quelle für schmalbandiges Licht zur Manipulation der Qubit Zustände eingesetzt werden. Diese werden in Kapitel 4 eingehend diskutiert. Eine Diskussion des Termschemas von $^{40}\text{Ca}^+$ erfolgt in Kapitel 3.1. Danach werden theoretische Grundlagen zur experimentellen Quanteninformationsverarbeitung vorgestellt (Kapitel 3.2, 3.3, 3.4), bevor in Kapitel 3.5 ein Fehlermodell für das vorliegende Experiment ausgearbeitet wird. Abschliessend werden die Anforderungen an das Lasersystem, das den Qubitübergang treibt, diskutiert.

3.1 TERMSCHEMA DES $^{40}\text{Ca}^+$ -IONS

$^{40}\text{Ca}^+$ ist ein Element der zweiten Hauptgruppe und besitzt im einfach ionisierten Fall ein Valenzelektron. Die energetisch niedrigsten Zustände sind $4S_{1/2}$, $4P_{1/2}$, $4P_{3/2}$ sowie die metastabilen Zustände $5D_{3/2}$ und $5D_{5/2}$, welche im Gegensatz zum Wasserstoff nicht komplett über den P-Niveaus liegen. Über den Quadrupolübergang $4^2S_{1/2}(m = -1/2) \rightarrow 3^2D_{5/2}(m = -1/2)$ lässt sich das optische Qubit manipulieren. Die Lebensdauer des oberen $3^2D_{5/2}$ -Niveaus beträgt $\tau_{[3^2D_{5/2}]} \approx 1.17$ s, weshalb der Übergang

eine schmale spektrale Breite $\Delta\nu \approx 1$ Hz besitzt [24]. Zudem existieren Übergänge für effizientes Rückpumpen und Zustandsdetektion, was $^{40}\text{Ca}^+$ zum geeigneten Kandidaten für die Quanteninformationsverarbeitung mit einem Ionenfallen-Quantencomputer macht [14]. Details der relevanten Übergänge sind im Termschema aus Abbildung 3.1 aufgeführt [25].

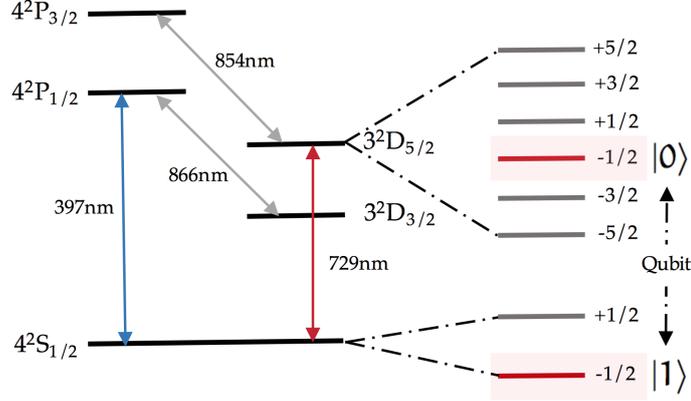


Abbildung 3.1: Vereinfachtes Termschema des $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions. Das optische Qubit wird im langlebigen $4^2\text{S}_{1/2}(m = -1/2) \rightarrow 3^2\text{D}_{5/2}(m = -1/2)$ Quadrupolübergang ($\tau_{[3^2\text{D}_{5/2}]} \approx 1.17$ s) kodiert und mit einem Laser bei 729 nm getrieben. Ein 854 nm Laser zum kurzlebigen $4^2\text{P}_{3/2}$ -Niveau ($\tau_{[4^2\text{P}_{3/2}]} \approx 6.9$ ns), ermöglicht effizientes Rückpumpen in den Grundzustand $4^2\text{S}_{1/2}$. Die Zustandsdetektion findet auf dem 397 nm Dipolübergang ($\tau_{[4^2\text{P}_{1/2}]} \approx 7.1$ ns) statt. Wegen spontanem Zerfall des $4^2\text{P}_{1/2}$ - ins $3^2\text{D}_{3/2}$ -Niveau ($\tau_{[3^2\text{D}_{3/2}]} \approx 1.2$ s), entleert ein 866 nm Laser den unteren Zustand und erhöht damit die Effizienz von Zustandsdetektion und Grundzustandskühlung [24, 26].

3.2 DIE IONENFALLE

Auf geladene Teilchen, wie das $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion, kann mittels der Coulomb-Wechselwirkung eine Kraft ausgeübt werden, um es damit in einem Potentialtopf zu fangen. Wie sich in Kapitel 3.3 herausstellt, erweisen sich harmonische Potentiale als vorteilhaft, da diese quantenmechanisch analytisch lösbar sind. Nach dem Gauss'schen Gesetz ($\Delta\phi = 0$) kann mit elektrostatischen Feldern U_0 kein dreidimensionaler Einschluss erzielt werden, weshalb Wechselfelder $V_0 \cos(\Omega_{\text{Falle}}t)$ verwendet werden. Ein allgemeiner Ausdruck für ein harmonisches Potential in drei Raumrichtungen (x, y, z) lautet

$$U(t) = Q\phi(t) = Q \frac{U_0 + V_0 \cos(\Omega_{\text{Falle}}t)}{d^2} (Ax^2 + By^2 + Cz^2) \quad (3.1)$$

mit der Ladung Q , dem Normierungsfaktor d und den Geometrie-Koeffizienten A, B, C . Für ein Potentialminimum im Fallenzentrum muss die Laplace-Gleichung $\Delta\phi = 0$ gelten, woraus $A + B + C = 0$ folgt. Die Kraft auf ein Teilchen in der Falle ist $\vec{F} = -\vec{\nabla}U$.

3.2.1 Die lineare Paul-Falle

Im nachstehenden Abschnitt wird die klassische Bewegung eines Teilchens innerhalb einer linearen Paul-Falle [7] diskutiert, die Wechselfeld und Quadrupolpotential kombiniert. Die Bauform besitzt zudem Rotationssymmetrie um die z -Achse. Die nachstehenden Ausführungen sind an [27] angelehnt. Für die Koeffizienten aus (Gl. 3.1) folgt $A = -B = 1$ und $C = 0$. Eine mögliche Architektur besteht aus vier Klingen- und zwei Endkappen-Elektroden (vgl. Abbildung 3.3). Auf einem gegenüber liegenden Klingenpaar wird das Wechselfeld angelegt, während das andere Paar auf Massepotential liegt. Abbildung 3.2 a) zeigt eine Simulation des radialen Quadrupolfelds in der Nähe des Fallenzentrums. Die Endkappen bewirken mit einer konstanten Spannung den axialen Einschluss. Das beschriebene Quadrupolpotential einer linearen Paul-Falle in der Radialebene lautet

$$\phi(t) = \frac{U_0 + V_0 \cos(\Omega_{\text{Falle}} t)}{2d^2} (x^2 - y^2) \quad (3.2)$$

mit dem Normierungsfaktor d . Die zugehörige Bewegungsgleichung eines Ions der Masse M und Ladung Q ist

$$\frac{d^2 \mathbf{u}}{dt^2} = \frac{Q}{Md^2} (U_0 + V_0 \cos(\Omega_{\text{Falle}} t)) \mathbf{u}, \quad \mathbf{u} = x, y. \quad (3.3)$$

Hinzunahme des konstanten Axialpotentials U_0 in z -Richtung und Umschreiben der Koeffizienten mit $a_x = a_y = -2a_z = -4QU_0/(Md^2\Omega_{\text{Falle}}^2)$, $q_x = -q_y = 2QV_0/(Md^2\Omega_{\text{Falle}}^2)$, $q_z = 0$ und $\tau = \Omega_{\text{Falle}} t/2$, führt auf ein System aus drei homogenen Mathieu-Differentialgleichungen

$$\frac{d^2 \mathbf{u}}{d\tau^2} + (a_u - 2q_u \cos(2\tau)) \mathbf{u} = 0, \quad \mathbf{u} = x, y, z. \quad (3.4)$$

Für $a_u, q_u \ll 1$ existieren unter anderem stabile Lösungen in allen drei Raumrichtungen. Unter dieser Annahme können die Bewegungsgleichungen (Gl. 3.3) näherungsweise gelöst werden

$$\mathbf{u}(t) = a_u \left(1 - \frac{q_u}{2} \cos(\Omega_{\text{Falle}} t)\right) \cos(\omega_u t) \quad (3.5)$$

mit den Säkularfrequenzen

$$\omega_u = \beta_u \frac{\Omega_{\text{Falle}}}{2} \quad \text{mit} \quad \beta_u^2 \approx a_u + \frac{1}{2} q_u^2, \quad \mathbf{u} = x, y \text{ (radial) und } z \text{ (axial)}. \quad (3.6)$$

Die Bewegung in (Gl. 3.5) beschreibt eine Oszillation mit der Säkularfrequenz ω_u , welche durch die Fallenfrequenz Ω_{Falle} moduliert ist. Die Säkularfrequenz ω_u ist typischerweise

rund eine Größenordnung kleiner als die Mikrobewegung Ω_{Falle} , die eine um den Faktor $q_u/2$ kleinere Amplitude besitzt [16]. In Abbildung 3.2 b) wird die Fallenbewegung nach (Gl. 3.5) in einer Ebene qualitativ veranschaulicht. Die lineare Paul-Falle hat den Vorteil, mehrere Ionen innerhalb einer linearen Kette entlang der Radialachse speichern zu können, weshalb sich diese Bauform insbesondere für den Ionenfallen-Quantencomputer eignet.

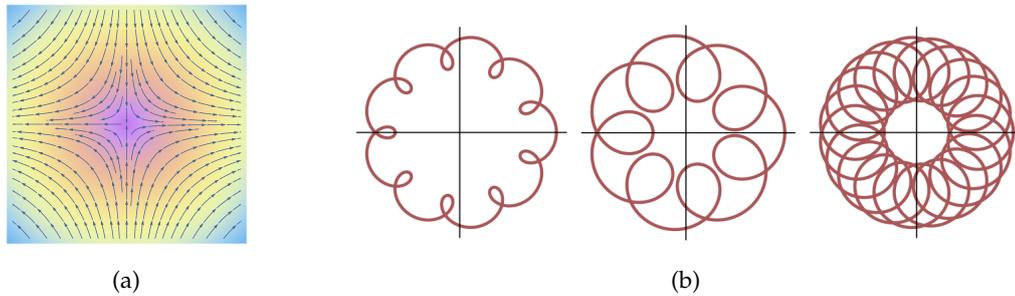


Abbildung 3.2: a) Quadrupolfeld $\vec{E}(t) = -\vec{\nabla}\phi(t)$ in radialer Ebene nach (Gl. 3.2), zu einem bestimmten Zeitpunkt. Betrag und Richtung der Feldvektoren sind zeitabhängig, so dass ein dreidimensionaler Einschluss entsteht. b) Qualitative Bewegung (Gl. 3.3) eines Ions innerhalb einer linearen Paul-Falle, zusammengesetzt aus Säkular- und Mikrobewegung.

3.2.2 Die Innsbruck-Falle

Das im Experiment „Lineare Falle“ verwendete Fallendesign wurde von Stephan Gulde in dessen Doktorarbeit entwickelt [16]. Abbildung 3.3 enthält ein Schema der linearen Paul-Falle, bestehend aus vier rechtwinklig angeordneten Klappen-Elektroden (Länge 30 mm) für den axialen Falleneinschluss. Der diagonale Zentrumsabstand beträgt 1.6 mm. Der Axialeinschluss wird mit zwei Endkappen-Elektroden im Abstand von 5 mm bewerkstelligt. Zusätzlich sind seitlich Kompensationselektroden verbaut, mit welchen das Ion im Nullpunkt der Radiofrequenz positioniert werden kann. Die Treibfrequenz beträgt $\Omega_{\text{Falle}}/2\pi = 23.5 \text{ MHz}$, bei einer Spannung von $V_0 \sim 1 \text{ kV}$. Die RF-Spannung wird an einem gegenüberliegenden Klappenpaar angeschlossen, während das verbleibende Paar auf dem Massepotential gehalten wird. Die gleichgerichtete Spannung an den Endkappen-Elektroden beträgt $U_0 \sim 1 \text{ kV}$. Die Säkularfrequenzen der Falle resultieren zu $\omega_{\text{axial}}/2\pi \approx 1.2 \text{ MHz}$ und $\omega_{\text{radial}}/2\pi \approx 3.4 \text{ MHz}$ [28]. Die Falle befindet sich innerhalb einer Vakuumapparatur, bei einem Gasdruck unterhalb $2 \times 10^{-11} \text{ mbar}$, was das Ion vor Stößen mit Umgebungsteilchen schützt.

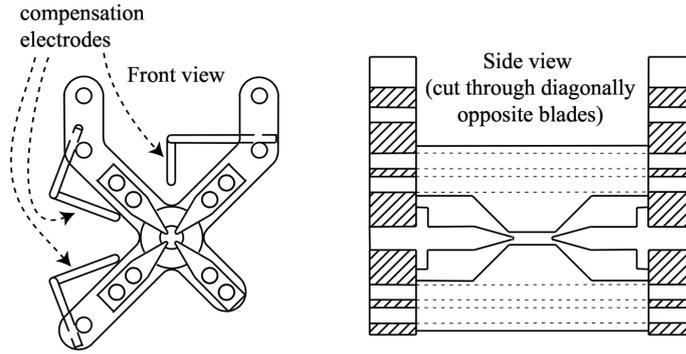


Abbildung 3.3: Konstruktionszeichnung der Innsbruck-Falle [16].

3.3 LICHT-ION WECHSELWIRKUNG

Die Implementierung von Quantengattern, die Initialisierung des Grundzustands oder die Zustandsdetektion am Ion, erfolgen über die Wechselwirkung der atomaren Übergänge mit schmalbandigem Laserlicht (vgl. Abbildung 3.1). Die nachfolgende Diskussion lehnt sich an Referenz [22] an.

Im Folgenden wird das gefangene Ion, das mit resonantem Laserlicht wechselwirkt, als effektives Zweiniveausystem der Übergangsfrequenz $\nu_0 = (E_D - E_S)/\hbar$ beschrieben. Dies lässt sich durch nachstehenden Hamiltonoperator beschreiben

$$\begin{aligned}\hat{H} &= \hat{H}_0 + \hat{H}_1 \\ \hat{H}_0 &= \frac{\hat{p}^2}{2M} + \frac{1}{2}M\omega^2\hat{x}^2 + \frac{1}{2}\hbar\nu_0\hat{\sigma}_z \\ \hat{H}_1 &= \frac{1}{2}\hbar\Omega(\hat{\sigma}^+ + \hat{\sigma}^-) \left(e^{i(k\hat{x} - \nu_L t + \phi)} + e^{-i(k\hat{x} - \nu_L t + \phi)} \right)\end{aligned}\quad (3.7)$$

wobei $\hat{\sigma}^+ = 1/2(\hat{\sigma}_x + i\hat{\sigma}_y)$ und $\hat{\sigma}^- = 1/2(\hat{\sigma}_x - i\hat{\sigma}_y)$ gilt. M ist die Masse des Ions, \hat{p} und \hat{x} sind Impuls- und Ortsoperator, k ist die Wellenzahl des Laserlichts und $\nu_L = \nu_0 + \Delta$, die gegenüber dem Übergang um Δ verstimmte Laserfrequenz. \hat{H}_0 beschreibt die Zustände des Ions, während \hat{H}_1 dessen Wechselwirkung mit dem Laserlicht beinhaltet. Die Kopplungsstärke zwischen Laserlicht und Ion wird durch die Rabi-Frequenz Ω beschrieben. Es wird zudem angenommen, dass das schmalbandige Laserlicht ausschliesslich mit dem Übergang ν_0 wechselwirkt und an die axiale (analog radiale) Bewegungsmode des Ions koppelt. In Anlehnung an den Quadrupolübergang des $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions, werden die Zustände des effektiven Zweiniveausystems $|S\rangle$ und $|D\rangle$ genannt. Dessen Rabi-Frequenz kann wie folgt abgeschätzt werden [22]

$$\Omega = \left| \frac{eE_0}{2\hbar} \langle S | (\vec{e} \cdot \vec{r}) (\vec{k} \cdot \vec{r}) | D \rangle \right| \approx \frac{kE_0}{2\hbar} e a_0^2 \quad (3.8)$$

mit der Elementarladung e und dem Bohrradius a_0 . Nach Anwendung der Drehwellennäherung ($|\nu_0 - \nu_L| \ll |\nu_0 + \nu_L|$) und Einführung des Lamb-Dicke-Parameters $\eta = k\sqrt{\hbar/(2M\omega_{\text{axial}})}$, lässt sich \hat{H} infolge des harmonischen Fallenpotentials mit Hilfe von Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren der Bewegungsmode ausdrücken

$$\begin{aligned}\hat{H}_0 &= \hbar\omega_{\text{axial}}\left(a^\dagger a + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}\hbar\nu_0\hat{\sigma}_z \\ \hat{H}_1 &= \frac{1}{2}\hbar\Omega\left(e^{i\eta(a+a^\dagger)}\hat{\sigma}^+ e^{-i\nu_L t} + e^{-i\eta(a+a^\dagger)}\hat{\sigma}^- e^{i\nu_L t}\right).\end{aligned}\quad (3.9)$$

Die unitäre Transformation $\hat{H}_{\text{WW}} = \hat{U}^\dagger \hat{H} \hat{U}$ nach $\hat{U} = e^{i\hat{H}_0 t/\hbar}$ ins Wechselwirkungsbild, vereinfacht die Form weiter

$$\hat{H}_{\text{WW}} = \frac{1}{2}\hbar\Omega\left(e^{i\eta(\hat{a}+\hat{a}^\dagger)}\hat{\sigma}^+ e^{-i\Delta t} + e^{-i\eta(\hat{a}+\hat{a}^\dagger)}\hat{\sigma}^- e^{i\Delta t}\right)\quad (3.10)$$

mit $\hat{a} = ae^{i\omega_{\text{axial}} t}$ und der Frequenzverstimmung $\Delta = \nu_L - \nu_0$. Der Hamiltonoperator beschreibt die Kopplung der atomaren Übergänge an den quantenmechanischen harmonischen Oszillator $|S, n\rangle \longleftrightarrow |D, n'\rangle$, mit den Energieniveaus $n, n' \in \mathbb{N}_0$. Im Lamb-Dicke-Regime ist die Ausdehnung des Wellenpakets im untersten Schwingungszustand viel kleiner als die Wellenlänge des atomaren Übergangs $\Delta x \ll \lambda$. Unter dieser Bedingung und für kleine n , gilt für den Lamb-Dicke-Parameter $\eta^2(2n+1) \ll 1$, was eine Taylor-Entwicklung des Exponentialterms aus (Gl. 3.10) zu 1. Ordnung erlaubt

$$e^{i\eta(\hat{a}^\dagger + \hat{a})} \approx 1 + i\eta(\hat{a}^\dagger + \hat{a}).\quad (3.11)$$

Im Lamb-Dicke-Regime sind Prozesse mit $\Delta n > 1$ stark unterdrückt, was auf 3 verschiedene Übergänge führt. Im Fall $\Delta n = 0$ spricht man vom Träger mit Übergangsfrequenz ν_0 , bei $\Delta n = -1$ vom roten Seitenband (RSB) mit $\nu_0 - \omega_{\text{axial}}$ bzw. bei $\Delta n = +1$ vom blauen Seitenband (BSB) mit $\nu_0 + \omega_{\text{axial}}$. Die zugehörigen Kopplungsstärken dieser drei Übergänge lauten

$$\begin{aligned}\hat{H}_{\text{Träger}} &= \frac{1}{2}\hbar\Omega_{n,n}(\hat{\sigma}^+ + \hat{\sigma}^-) & \text{mit } \Omega_{n,n} &= \Omega(1 - \eta^2 n) \\ \hat{H}_{\text{RSB}} &= \frac{1}{2}\hbar\Omega_{n-1,n}(\hat{a}\hat{\sigma}^+ - \hat{a}^\dagger\hat{\sigma}^-) & \text{mit } \Omega_{n-1,n} &= \eta\sqrt{n}\Omega \\ \hat{H}_{\text{BSB}} &= \frac{1}{2}\hbar\Omega_{n+1,n}(\hat{a}^\dagger\hat{\sigma}^+ - \hat{a}\hat{\sigma}^-) & \text{mit } \Omega_{n+1,n} &= \eta\sqrt{n+1}\Omega\end{aligned}\quad (3.12)$$

Die Kopplungsstärken von RSB und BSB sind gegenüber dem Trägerübergang um den Lamb-Dicke-Parameter reduziert. Wenn die Zustandslebensdauer des Ions hinreichend gross ist ($1/\tau_{\text{SD}} = \Gamma_{\text{SD}} \ll \nu_{\text{axial}}$), können die Seitenbänder spektroskopisch aufgelöst werden. Durch Verstimmen der Laserfrequenz auf $\nu_L = \nu_0 + \Delta \pm \nu_{\text{axial}}$, kann die Schwingungsmode um ein Quant erhöht bzw. reduziert werden (siehe Abbildung 3.4).

Die Zeitentwicklung der resonanten Wechselwirkung $\Delta = 0$ zwischen den Zuständen $|S, n\rangle$ und $|D, n'\rangle$ führt auf Rabioszillationen [29]

$$|\psi(t)\rangle = \cos(\Omega_{n',n}t/2) |S, n\rangle + e^{i\phi} \sin(\Omega_{n',n}t/2) |D, n'\rangle. \quad (3.13)$$

Der Zustand wird periodisch mit der Rabifrequenz $\Omega_{n',n}$ zwischen den Niveaus hin und her getrieben (siehe Abbildung 3.4 b)). Im nicht resonanten Fall $\Delta \neq 0$ lautet die Übergangswahrscheinlichkeit von $|S, n\rangle$ nach $|D, n'\rangle$ [29]

$$P_{|S,n\rangle \rightarrow |D,n'\rangle}(t, \Delta) = \frac{\Omega_{n',n}^2}{\Omega_{n',n}^2 + \Delta^2} \sin^2\left(\frac{\sqrt{\Omega_{n',n}^2 + \Delta^2}}{2}t\right). \quad (3.14)$$

Die Anregungswahrscheinlichkeit nimmt bei einer Frequenzverstimmung bezüglich der Resonanz ab. Gleichzeitig nimmt die effektive Oszillationsfrequenz zu.

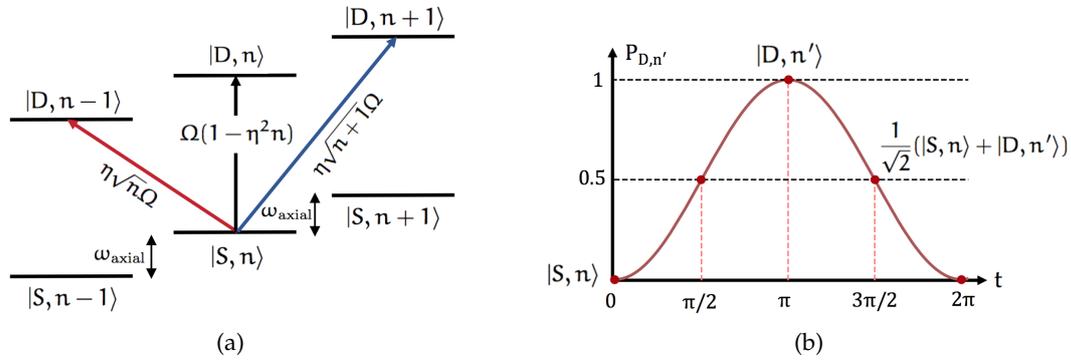


Abbildung 3.4: a) Illustration von Träger- und Seitenbandübergängen für $\Delta n \leq 1$. Die Energieaufspaltung der Schwingungsquanten ist $\hbar\omega_{\text{axial}}$. Zusätzlich sind die Kopplungsstärken (Rabifrequenzen Ω) der Übergänge von Träger und Seitenbändern vermerkt. b) Die resonante Licht-Ion Wechselwirkung führt auf Rabioszillationen (Gl. 3.13) und treibt die Zustände periodisch zwischen den resonanten Niveaus hin und her.

3.4 QUANTENINFORMATIONSVARBEITUNG MIT $^{40}\text{Ca}^+$

Die kohärente Implementierung von Quantengattern bedingt die Kühlung des Ions in das Lamb-Dicke-Regime [14]. Dies erfolgt in zwei Schritten mittels Doppler- und Seitenbandkühlen [30]. Der kurzlebige 397 nm Dipolübergang $4^2S_{1/2} \rightarrow 4^2P_{1/2}$ ermöglicht Doppelerkühlen ($\bar{n}_{\text{axial}} \approx 15$ und $\bar{n}_{\text{radial}} \approx 4$). Zur Seitenbandkühlung in den Bewegungsgrundzustand wird der schmalbandige 729 nm Quadrupolübergang $4^2S_{1/2}(m = -1/2) \rightarrow 3^2D_{5/2}(m = -5/2)$ herangezogen [31]. Rückpumpen in den Grundzustand $4^2S_{1/2}$ erfolgt über das kurzlebige $4^2P_{3/2}$ -Niveau. Der Quantenzustand wird über Fluoreszenzmessung am 397 nm Dipolübergang ausgelesen, da dieser gegenüber dem Quadrupolübergang effizienter getrieben werden kann und dabei mehr Photonen detektiert werden.

Auftreten von Fluoreszenz bedeutet eine Besetzung des unteren $4^2S_{1/2}(m = -1/2)$ Niveaus. Wird kein Fluoreszenzlicht detektiert, ist das obere Niveau $3^2D_{5/2}(m = -1/2)$ besetzt.

Quantengatter werden auf dem Trägerübergang $\Delta n = 0$ implementiert. Nach (Gl. 3.13) wird bei einer resonanten Wechselwirkungszeit mit $\Omega\tau_\pi = \pi$ der Qubitzustand $|S\rangle$ in den Zustand $|D\rangle$ getrieben, was einem klassischen Bitflip entspricht. Mit $\Omega\tau_{\pi/2} = \pi/2$ treibt man den Grundzustand $|S\rangle$ in die gleichgewichtete Superposition $1/\sqrt{2}(|S\rangle + e^{i\phi}|D\rangle)$. In Abbildung 3.4 b) ist die Anregungswahrscheinlichkeit für beliebige Wechselwirkungszeiten dargestellt. Das Produkt aus Rabi-Frequenz und resonanter Wechselwirkungszeit wird Pulsfläche genannt

$$\theta = \Omega \cdot \tau_\theta . \quad (3.15)$$

Auf der Blochkugel (Kapitel 2.2) entspricht die Pulsfläche einer Rotation um den Polarwinkel θ , wobei abhängig vom Azimutwinkel ϕ , der über die Phase des Laserlichts bestimmt wird, die Rotationsachse innerhalb der Äquatorialebene variiert werden kann. Einzelqubit-Gatter, wie in (Gl. 2.11) beschrieben, lassen sich über die Pulsfläche θ und Phase ϕ implementieren

$$R(\theta, \phi) = e^{i\frac{\theta}{2}(\cos\phi\hat{X} + \sin\phi\hat{Y})} = \cos\frac{\theta}{2}\mathbb{1} + i\sin\frac{\theta}{2}(\cos\phi\hat{X} + \sin\phi\hat{Y}) . \quad (3.16)$$

Für Rotationen um die z-Achse kann die Beziehung $\hat{Z} = -i\hat{X}\hat{Y}$ (Gl. 2.8) ausgenutzt werden, wobei für eine \hat{Z} -Operation zwei Laserpulse benötigt werden. In der Falle manipulieren zwei 729 nm Laserstrahlen die Qubits. Der globale Strahl, der um 22.5° verschoben zur axialen Fallenrichtung verläuft, spricht alle Ionen gleichzeitig an [31]. Der zweite Strahl in radialer Fallenrichtung kann die Qubits einzeln adressieren und ermöglicht die Implementierung von Zweiqubit-Gattern. Im weiteren Verlauf der Arbeit wird ausschliesslich der globale Strahl zur Implementierung von Einzelqubit-Gattern betrachtet. Das anliegende Magnetfeld in der Radialebene bestimmt die Quantisierungsachse, welche folglich auch die Messbasis festlegt. Weil projektive Messungen an einem allgemeinen Zustand $\alpha|S\rangle + \beta|D\rangle$ immer einen der Eigenzustände $|S\rangle$ und $|D\rangle$ als Ergebnis haben, können die Absolutwerte der Koeffizienten $|\alpha|$ und $|\beta|$ näherungsweise aus der Statistik von 100 aufeinander folgenden, identischen Implementierungen bestimmt werden. Als Ergebnis erhält man die Anregungswahrscheinlichkeit für das obere Qubitniveau $|D\rangle$. Alternativ wird von der Population in $|D\rangle$ gesprochen.

3.5 FEHLERMODEL DES QUANTENCOMPUTERS

Rauschprozesse im Experiment führen zu fehlerhaften Quantengattern und schränken die Leistung des Quantencomputers ein. Die limitierenden Störquellen sind Fluktuationen des Magnetfelds sowie Phasen- und Intensitätsrauschen auf dem Laserlicht. Solche

systematischen Effekte wirken unterschiedlich auf das Experiment ein. Magnetfeldfluktuationen verändern die Zeeman-Aufspaltung und verschieben damit die Frequenz des Qubitübergangs, wobei auf Grund der Frequenzverstimmung die Phasenbeziehung zwischen Laser und Ion gestört wird. Eine Änderung der Phase des Laserlichts variiert die Rotationsachse zwischen x - und y -Richtung (Gl. 3.16). Entsprechende Fluktuationen induzieren ein Verrauschen der Drehachsen, was nach Mittelung über mehrere Implementierungen auf einen gemischten Quantenzustand führt. Die beiden anderen Störquellen betreffen das Lasersystem. Eine Intensitätsfluktuation führt auf Fehler in der Pulsfläche (Gl. 3.15), da die Rabifrequenz (Gl. 3.8) von der Lichtintensität abhängt. Dies hat eine Unter- bzw. Überrotation gegenüber einem idealen Quantengatter zur Folge. Phasenfluktuationen auf dem Laserlicht führen, wie Magnetfeldfluktuationen, zu verrauschten Drehachsen bei Quantengattern.

Innerhalb dieser Masterarbeit wird der Einfluss des 729 nm Lasersystems auf die Fehlerrate von Einzelqubit-Gattern untersucht. Die Analyse beschränkt sich auf Intensitäts- und Phasenfluktuationen, von denen angenommen wird, dass sie in Bezug auf das Lasersystem die grössten Fehlerquellen sind:

Intensitätsfluktuationen: Die Rabifrequenz (Gl. 3.8) ist an die Lichtleistung gekoppelt, wonach die Wurzel der Intensitätsfluktuation proportional zur Pulsfläche θ ist

$$\theta_{\text{eff}}(t) = \theta \cdot \sqrt{\frac{I(t)}{\langle I(t) \rangle}} \quad (3.17)$$

Phasenfluktuationen: Phasenfluktuationen des Laserlichts $\phi_F(t)$ induzieren eine Drehung der Rotationsachse gegenüber der idealen Transformation

$$\begin{aligned} \hat{X}_{\text{eff}}(t) &= \cos \phi_F(t) \hat{X} + \sin \phi_F(t) \hat{Y} \\ \hat{Y}_{\text{eff}}(t) &= \sin \phi_F(t) \hat{X} + \cos \phi_F(t) \hat{Y} \end{aligned} \quad (3.18)$$

Die Einbindung dieser Störfaktoren in (Gl. 3.16) führt auf folgendes Fehlermodell zur Implementierung von Quantengattern

$$R_{\text{eff}}(\theta, \phi, I(t), \phi_F(t)) = \cos \frac{\theta_{\text{eff}}(t)}{2} \mathbb{1} + i \sin \frac{\theta_{\text{eff}}(t)}{2} \left(\cos \phi \hat{X}_{\text{eff}}(t) + \sin \phi \hat{Y}_{\text{eff}}(t) \right). \quad (3.19)$$

Ein fehlerhaftes Quantengatter induziert fehlerhafte Ergebnisse bei der Anwendung von Quantenalgorithmen. Als Mass für den Überlapp eines Quantenzustands ρ mit dem Resultat der idealen Transformation σ wird die Fidelität [17] eingeführt

$$\mathcal{F}(\rho, \sigma) \equiv \text{tr} \left(\sqrt{\rho^{1/2} \sigma \rho^{1/2}} \right) \quad \text{mit} \quad \begin{aligned} \rho &= \sum_i r_i |i\rangle \langle i| \\ \sigma &= \sum_i s_i |i\rangle \langle i| \end{aligned} \quad (3.20)$$

Die beiden Zustände ρ und σ werden durch ihre Dichtematrizen repräsentiert. Im Fall, dass $\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$ und $\sigma = |\phi\rangle\langle\phi|$ reine Quantenzustände sind, vereinfacht sich die Fidelität zu

$$\mathcal{F}(\rho, \sigma) \equiv |\langle\psi|\phi\rangle|. \quad (3.21)$$

Die Form ist symmetrisch in den Eingangszuständen und auf das Intervall $[0,1]$ beschränkt. Die Fehlerrate ist dann

$$\mathcal{J}(\rho, \sigma) = 1 - \mathcal{F}(\rho, \sigma). \quad (3.22)$$

Im weiteren Verlauf der Arbeit wird sich die Fehlerrate immer auf die Implementierung eines Einzelqubit-Gatters beziehen. Hierzu findet in Kapitel 7 ein Vergleich zwischen altem und neuem 729 nm Lasersystem statt, wobei die Fehlerrate sowohl experimentell als auch durch numerische Simulationen bestimmt wird. Zur Simulation werden gemessene Intensitäts- und Phasenfluktuationen des neuen 729 nm Lasersystems verwendet, die zuvor in Kapitel 6 separat analysiert wurden. Mehr Informationen zum Simulationsalgorithmus, bei welchem obiges Fehlermodell verwendet wird, folgen ebenfalls in Kapitel 7.

Es gibt unterschiedliche Schemata von Gattersequenzen zur Abschätzung der Fehlerrate von Einzelqubit-Gattern. Die Fidelität von einem Zustand ist dabei nicht ausreichend um die Fidelität einer Operation zu charakterisieren, weshalb Operationen angewandt werden, die alle Zustände der drei Pauli-Basen (\hat{X} , \hat{Y} und \hat{Z}) vollständig vermischen. Zudem soll zwischen Gatterfehlern und Fehlern bei Initialisierungs- und Messprozess (engl. SPAM für „state-preparation and measurement“) unterschieden werden können. Diese Anforderungen werden von Gattertest (engl. „gate set tomography“) sowie der Gatterstichprobe (engl. „Randomized Benchmarking“) erfüllt, welche in Kapitel 7 eingesetzt werden. Zur Kalibrierung der gemessenen Phasenfluktuationen werden zusätzlich Ramsey-Experimente benötigt. Die drei Experimente werden im Folgenden erläutert.

3.5.1 Ramsey-Experiment

Mit Ramsey's Methode der separierten Felder kann der Einfluss von Frequenzverstimung und Phasenfluktuation auf die Kohärenzzeit der Licht-Ion Wechselwirkung untersucht werden [32]. Der Qubitübergang wird dazu mit zwei getrennten $\pi/2$ -Pulsen und einer Wartezeit τ_R spektroskopisch untersucht. Im Gegensatz zu den Basiszuständen $|S\rangle$ und $|D\rangle$ ist ein Gatterpuls, ausgehend von der Superposition $1/\sqrt{2}(|S\rangle + |D\rangle)$, sensitiver auf Phasenänderungen zwischen Laserlicht und Ion. Dieser Zustand wird erzeugt, indem das Ion vom Grundzustand $|S\rangle$ mit $R(\pi/2, 0)$ in die x, y -Ebene getrieben wird (Abbildung 3.5 a)). Im Idealfall bleibt die Phasenbeziehung während der Wartezeit τ_R konstant, weshalb das Ion nach dem zweiten $R(\pi/2, 0)$ Puls im $|D\rangle$ -Zustand liegt. Magnetfeldänderungen, Frequenz- oder Phasenfluktuationen in der Zeit zwischen den zwei Pulsen stören diese Phasenbeziehung. Nach Mittelung über solche Fluktuationen schrumpft die

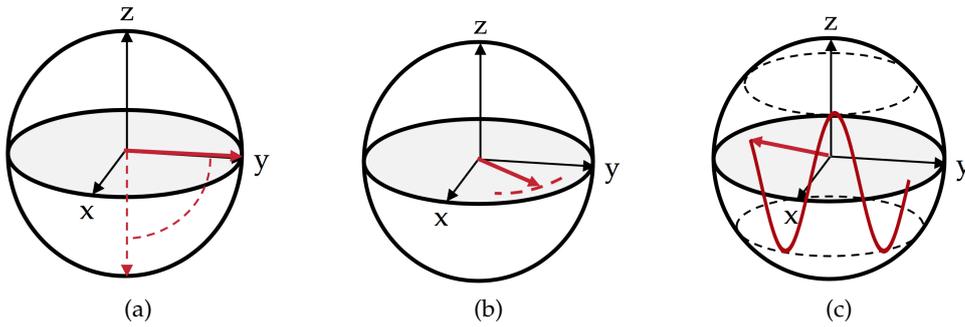


Abbildung 3.5: Schema des Ramsey-Experiments.

Länge des Blochvektors, was einen gemischten Quantenzustand $p_1 |S\rangle \langle S| + p_2 |D\rangle \langle D|$, mit $p_1 + p_2 = 1$, zur Folge hat (Abbildung 3.5 b)). Ein Teil der Quanteninformation geht dabei verloren. Nach Implementierung des zweiten $R(\pi/2, 0)$ Pulses und projektiver Messung in der z -Basis, kann die Anregungswahrscheinlichkeit des oberen $|D\rangle$ -Niveaus berechnet werden. Sind die Zustände komplett gemischt, liegt die Anregung bei 0.5, unabhängig von der Phase des zweiten Pulses. Durch periodisches Durchstimmen der Phase ϕ im zweiten $R(\pi/2, \phi)$ -Puls, kann zudem zwischen Frequenzverstimmung und Phasenfluktuation differenziert werden. Die Anregungswahrscheinlichkeit, abhängig der Phase, resultiert in einer Sinuskurve mit der Amplitude als Ramsey-Kontrast (Abbildung 3.5 c)). Die Phase beim Maximum entspricht folglich der Verstimmung durch das Lasersystem. Durch Messen unterschiedlicher Zeeman-Übergänge kann zusätzlich der Anteil des Magnetfelds charakterisiert werden. Dazu wird neben dem Qubitübergang $4^2S_{1/2}(m = -1/2) \rightarrow 3^2D_{5/2}(m = -1/2)$, typischerweise der Übergang $4^2S_{1/2}(m = -1/2) \rightarrow 3^2D_{5/2}(m = -5/2)$ spektroskopisch untersucht, der eine unterschiedliche Empfindlichkeit gegenüber Magnetfeldänderungen hat und daher eine entsprechende Analyse ermöglicht [33].

Der Ramsey-Kontrast $C(\tau_R)$, abhängig der Ramsey-Zeit τ_R , liefert eine Abschätzung der Speicherzeit von Quanteninformation in den Ionen. Die Kohärenzzeit ist als die Zeit definiert, bei der der Kontrast auf $1/e$ abgesunken ist. Durch Fouriertransformation des Rauschspektrums $A(\omega)$ erhält man den Zerfall des Ramsey-Kontrasts im Zeitraum τ_R [34]

$$C(\tau_R) = \exp \left(- \int_0^\infty d\omega \frac{A(\omega)^2}{\omega^2} \sin^2(\omega\tau_R/2) \right). \quad (3.23)$$

In Kapitel 7.1.1 wird die spektrale Leistungsdichte des Phasenrauschens des Lasers, mit Hilfe eines Ramsey-Experiments kalibriert.

3.5.2 Gattertest

Der Gattertest ist ein Tomographie-Protokoll und wird hier zur Bestimmung der Fehler-rate (Gl. 3.22) von spezifischen Einzelqubit-Gattern verwendet [35]. Der Gattertest ist eine selbstkonsistente Erweiterung der Quanten-Prozess Tomographie [36]. Dies bedeutet, wie weiter unten gezeigt wird, dass SPAM-Fehler vernachlässigt werden können. Die Methode nimmt an, dass hintereinander folgende Gatter unabhängig voneinander sind, was man Markovsche Rauschprozesse nennt. Für eine ausführliche Behandlung der Theorie wird auf die Publikationen von Blume-Kohout et al. [35] verwiesen.

Bestimmt wird die Fehlerrate der Zielgatter

$$G_i = R(0, \pi) \quad , \quad G_x = R(\pi/2, \pi) \quad \text{und} \quad G_y = R(\pi/2, \pi/2) \quad , \quad (3.24)$$

die direkt durch die Einzelqubit-Gatter $R(\theta, \phi)$ aus (Gl. 3.16) realisiert werden können. Zur Bestimmung der Fehlerrate der Zielgatter wird ein Datensatz von Gattersequenzen erstellt und analysiert.

Tabelle 3.1: Aufgelistet sind die verwendeten Mess- und Keim-Sequenzen [35].

Nr.	Messesequenzen	Keim-Sequenzen
1	-	G_x
2	G_x	G_y
3	G_y	G_i
4	$G_x \cdot G_x$	$G_x \cdot G_y$
5		$G_x \cdot G_y \cdot G_i$
6		$G_x \cdot G_i \cdot G_y$
7		$G_x \cdot G_i \cdot G_i$
8		$G_y \cdot G_i \cdot G_y$
9		$G_x \cdot G_x \cdot G_i \cdot G_y$
10		$G_x \cdot G_y \cdot G_y \cdot G_i$
11		$G_x \cdot G_x \cdot G_y \cdot G_x \cdot G_y \cdot G_y$

Jede Gattersequenz besteht aus 3 Teilen: (1) eine kurze Messesequenz (engl. „fiducial sequence“), gefolgt von (2) einer Keim-Sequenz (engl. „germ“), welche für eine bestimmte Anzahl wiederholt wird und (3) einer weiteren Messesequenz. Die Messesequenzen, welche Anfang und Ende einer jeden Gattersequenz darstellen, liefern einen Satz an Eingangszuständen und Messprozessen in allen drei Pauli-Basen (\hat{X} , \hat{Y} , \hat{Z}) und sind aus den zu bestimmenden Zielgattern aufgebaut. Die Keim-Sequenzen (engl. „germs“) bestehen aus Kombinationen von Zielgattern und sind derart gewählt, dass die Fehlerrate so genau wie

möglich bestimmt werden kann. Vielfache dieser Keim-Sequenzen formen die sogenannten Basissequenzen, die zwischen den Messesequenzen eingeschoben werden. Die Längen der zu charakterisierenden Basissequenzen müssen zu Beginn bestimmt werden. Die Verwendung der Zielgatter sowohl für die Keim-Sequenzen, als auch für die Messesequenzen induziert Selbstkonsistenz, was letztendlich die Unterscheidung zwischen Gatter- und SPAM-Fehler ermöglicht (für Details siehe [35]). Tabelle 3.1 beinhaltet die verwendeten Mess- und Keim-Sequenzen. Der Datensatz wird wie folgt generiert

1. Auswahl eines Satzes an 11 Keim-Sequenzen, die die Zielgatter mit optimalem Signal-zu-Rausch Verhältnis charakterisieren können
2. Auswahl eines Satzes an Messesequenzen, bestehend aus Zielgattern, die angewandt auf $|S\rangle$, einen kompletten Satz an Eingangszuständen und Messprozessen in allen drei Pauli-Basen (\hat{X} , \hat{Y} , \hat{Z}) liefern
3. Jede Keim-Sequenz wird vervielfacht und zu Basissequenzen der Längen 1, 2, 4, 8, ..., 512 an Einzelqubit-Gattern verkettet
4. Jede Basissequenz wird zwischen allen möglichen Kombinationen aus Messesequenzen eingeschoben

Bei Längen bis 512 beinhaltet der Datensatz 1396 verschiedene Gattersequenzen. Jede Sequenz beschreibt ein separates Experiment und läuft wie folgt ab: (1) Initialisierung des Grundzustands $|S\rangle$, (2) Implementierung der Sequenz sowie (3) projektive Messung des Endzustands. Aus jeder Sequenz wird der Überlapp zwischen Endzustand und idealer Transformation ($|D\rangle$ -Zustand) berechnet. Aus der Analyse des kompletten Datensatzes, lässt sich die Fehlerrate der Zielgatter abschätzen. Details zur Auswertung sind [35] zu entnehmen.

Als nächstes wird ein Konzept zur Bestimmung der Fehlerrate eines allgemeinen Einzelqubit-Gatters vorgestellt.

3.5.3 Gatterstichprobe

Bei der Gatterstichprobe wird die Fehlerrate von zufällig generierten Gattersequenzen aus dem gemittelten Zerfall der Fidelität (Gl. 3.21), abhängig der Sequenzlänge, abgeschätzt [37]. Das Konzept setzt Markovsche Rauschprozesse voraus und ist ebenfalls insensitive auf SPAM-Fehler.

Charakterisiert wird die Einzelqubit Clifford-Gruppe \mathcal{C}_1 , welche 24 verschiedene Elemente enthält und aus den Pauli-Matrizen $[\pm\hat{X}, \pm\sqrt{\hat{X}}, \pm\hat{Y}, \pm\sqrt{\hat{Y}}]$ generiert wird [38]. Die zugehörigen Eigenzustände entsprechen den sechs Eigenzuständen der Pauli-Matrizen (vgl. Abbildung 2.1 b)). Die Implementierung langer, zufälliger Gattersequenzen führt

zum Schrumpfen des Zustandsvektors zum Mittelpunkt der Blochkugel, was Depolarisationsrauschen genannt wird. Dazu werden Sequenzen von zufällig gewählten Clifford-Gattern, unterschiedlicher Länge, implementiert. Als Gesamttransformation wird ein Bitflip gewählt, da die Detektion des energetisch höheren Qubitniveaus sensitiver gegenüber fehlerhaften Pumpprozessen in den Grundzustand ist. Nach Implementierung einer Sequenz ermöglicht die Messung des Überlapps zwischen Endzustand und idealer Transformation eine Abschätzung der Fidelität. Im Experiment wird dazu die Anregungswahrscheinlichkeit des angeregten Zustands, nach Mittelung über 100 identische Sequenzen, abgeschätzt. Nachstehend ist das Schema zur Erzeugung der Gattersequenzen zusammengefasst [37]:

1. Wähle eine Sequenzlänge $m \in \mathbb{N}$
2. Wähle eine zufällige Sequenz von m Clifford-Operationen $k = (k_1, \dots, k_m)$ mit $k_j \in \mathcal{C}_1$, deren Gesamttransformation ein Bitflip ist
3. Implementiere die Gattersequenz $g_{k_m} \circ \dots \circ g_{k_1}$ auf den Grundzustand $|S\rangle$
4. Bestimme die Anregungswahrscheinlichkeit für den angeregten Zustand aus 100 identischen Sequenzen
5. Wiederhole die Schritte 2-4 für K verschiedene Sequenzen der Länge m
6. Wiederhole die Schritte 1-4 für M verschiedene Sequenzlängen

Aus dem exponentiellen Zerfall der Anregungswahrscheinlichkeit $P_{|D\rangle}(m)$ aller Gattersequenzen, lässt sich die mittlere Fehlerrate aller Clifford-Gatter $\mathcal{J}(\text{Cl})$ über nachstehende Gleichung bestimmen [39]

$$P_{|D\rangle}(m) = A + Bp^m \quad \text{mit} \quad \mathcal{J}(\text{Cl}) = \frac{1-p}{2} \quad (3.25)$$

mit der Sequenzlänge m und den Konstanten A und B . Ideales Depolarisationsrauschen resultiert in $A = B = 0.5$. Die Summe der Koeffizienten, entsprechend $P_{|D\rangle}(0)$, liefert eine Abschätzung des SPAM-Fehlers.

In Tabelle 3.2 sind alle 24 Clifford-Gatter, zusammengesetzt aus (physikalischen) Einzelqubit-Gattern (Gl. 3.16), dargestellt. Die Fehlerrate letzterer lässt sich aus der mittleren Anzahl der benötigten Einzelqubit-Gatter für ein Clifford-Gatter abschätzen $I(\text{Ph}) = I(\text{Cl})^{1/2.25}$.

Tabelle 3.2: Zusammensetzung aller 24 Clifford-Gatter aus Einzelqubit-Gattern (Gl. 3.16). Im Durchschnitt werden 2.25 (physikalische) Einzelqubit-Gatter $R(\theta, \phi)$ zur Erzeugung eines Clifford-Gatters benötigt. Eine Implementierung erfolgt von links nach rechts.

Nr.	$R(\theta, \phi)$	Nr.	$R(\theta, \phi)$
1	$(0, 0)$	13	$(\pi/2, 3\pi/2)$
2	$(\pi/2, \pi), (\pi/2, \pi/2), (\pi/2, 0)$	14	$(\pi/2, 3\pi/2), (\pi/2, 0)$
3	$(\pi/2, \pi/2), (\pi/2, \pi/2), (\pi/2, 0), (\pi/2, 0)$	15	$(\pi/2, 3\pi/2), (\pi/2, 0), (\pi/2, 0)$
4	$(\pi/2, \pi), (\pi/2, 3\pi/2), (\pi/2, 0)$	16	$(\pi/2, 3\pi/2), (\pi/2, \pi)$
5	$(\pi/2, 0), (\pi/2, 0)$	17	$(\pi/2, 0), (\pi/2, \pi/2)$
6	$(\pi/2, 0), (\pi/2, \pi/2), (\pi/2, 0)$	18	$(\pi/2, 0), (\pi/2, \pi/2)$
7	$(\pi/2, \pi/2), (\pi/2, \pi/2)$	19	$(\pi/2, 0), (\pi/2, \pi/2), (\pi/2, \pi/2)$
8	$(\pi/2, 0), (\pi/2, 3\pi/2), (\pi/2, 0)$	20	$(\pi/2, 0), (\pi/2, 3\pi/2)$
9	$(\pi/2, \pi/2)$	21	$(\pi/2, \pi)$
10	$(\pi/2, \pi/2), (\pi/2, 0)$	22	$(\pi/2, \pi), (\pi/2, \pi/2)$
11	$(\pi/2, \pi/2), (\pi/2, 0), (\pi/2, 0)$	23	$(\pi/2, \pi), (\pi/2, \pi/2), (\pi/2, \pi/2)$
12	$(\pi/2, \pi/2), (\pi/2, \pi)$	24	$(\pi/2, \pi), (\pi/2, 3\pi/2)$

3.6 LASERSPEZIFIKATION

Zur Implementierung eines Quantenalgorithmus muss die Kohärenzzeit länger sein, als die Dauer aller Quantengatter [20]. Systematische Effekte und Rauschprozesse induzieren eine spektrale Verbreiterung sowie Frequenzinstabilitäten auf dem Laserlicht, welche die Kohärenzzeit limitieren. Die Kohärenzzeit der Qubits ist durch den Laser gegeben. Hierzu folgen weitere Details in Kapitel 4.4 und 4.5. Angestrebt wird demnach eine schmale spektrale Verteilung sowie eine kleine Frequenzinstabilität, andernfalls ist die Güte des atomaren Übergangs nicht zugänglich [23]. Die Halbwertsbreite (engl. FWHM für „full width at half maximum“) der spektralen Verteilung wird im Folgenden spektrale Breite genannt. Kohärenzzeit τ_L und spektrale Breite $\Delta\nu_L$ des Laserlichts hängen über die Fourierbeziehung $\tau_L = 1/\Delta\nu_L$ zusammen. Eine endliche Kohärenzzeit impliziert zudem Phasenfluktuationen. Das hat Anforderungen an das 729 nm Lasersystem, in Bezug auf spektrale Breite, Frequenzinstabilität und Lichtleistung zur Folge.

3.6.1 Spektrale Verteilung und Frequenzinstabilität

Die Lebensdauer des oberen $3^2D_{5/2}$ Zustands von $\tau_{[3^2D_{5/2}]} \approx 1.17\text{s}$ limitiert die maximale Kohärenzzeit und damit die optimale Kohärenzzeit des Laserlichts τ_L . Für die

Quanteninformationsverarbeitung wird $\tau_L > 100$ ms gefordert [15]. Daraus resultiert eine spektrale Breite von < 10 Hz, die unterschritten werden soll. Eine spektrale Verbreiterung bringt zudem Phasenfluktuationen mit sich, was bei der Implementierung von Quantengattern ein Verschmieren der Rotationsachsen zur Folge hat.

Daneben sind Driftraten der Laserfrequenz ein möglicher Grund für Fehler in den Gatteroperationen. Diese resultieren in einer Frequenzungenauigkeit. Gründe dafür können Temperaturschwankungen oder Alterungsprozesse in denen als Frequenzreferenz verwendeten Resonatoren sein [40]. Neben den Resonatoren kann der Quadrupolübergang beim $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion spektroskopisch untersucht werden und dabei als zusätzliches Frequenznormal dienen. Sofern systematische Effekte auf dem Ion hinreichend unterdrückt werden, liefert das Ion eine stabile Referenz und erlaubt die Messung und Kompensation solcher Driftraten [23].

3.6.2 *Lichtleistung*

Beim neuen 729 nm Lasersystem werden 4 W Ausgangsleistung angestrebt, was einem Faktor 6 gegenüber der alten Situation entspricht. Die Rabi-Frequenz (Gl. 3.8) ist proportional zur Wurzel der Lichtintensität $\sqrt{I_0} \propto E_0$, wonach die höhere Lichtleistung die Rabi-Frequenz um einen Faktor $\sqrt{6}$ erhöht. Innerhalb der angestrebten Kohärenzzeit von > 100 ms können demnach mehr Gatteroperationen implementiert werden. Nach (Gl. 3.13) induzieren Intensitätsfluktuationen Fehler in der Pulsfläche. Weil eine aktive Intensitätsstabilisierung schnelles durch den Laser induziertes Rauschen nicht hinreichend kompensieren kann, soll das neue Lasersystem eine im Vergleich zum alten höhere Intensitätsstabilität aufweisen.

 GRUNDLAGEN ZU LASERN

Als monochromatische Lichtquelle zur Implementierung von Gatteroperationen werden Laser verwendet. Das Akronym Laser steht für „Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation“ und beschreibt einen optischen Oszillator. Dabei wird Licht vom Ausgang eines aktiven Verstärkers an einen optischen Resonator gekoppelt. Laserlicht ist charakteristisch für starke Strahlbündelung sowie oftmals schmaler spektraler Breite.

Nach einer kurzen Einführung zum Grundkonzept des Lasers (Kapitel 4.1), werden verschiedene Systeme für 729 nm Laserlicht vorgestellt (Kapitel 4.2). Es folgt eine Diskussion zur Laseroszillation (Kapitel 4.3, 4.4, 4.5), bevor eine Technik zur Frequenzstabilisierung mit einem externen Frequenznormal vorgestellt wird (Kapitel 4.6). Im zweiten Teil steht die Charakterisierung des Laserlichts im Vordergrund, wobei das Hauptaugenmerk auf der Bestimmung von spektraler Breite und Frequenzinstabilität mittels Schwebungs- und Dreispitzmessung liegt (Kapitel 4.7, 4.8). Zudem schafft die Schwebungsmessung die Basis für eine Analyse des Phasenrauschens (Kapitel 4.9). Diese Methoden werden in Kapitel 6 zur Charakterisierung des 729 nm Lasersystems herangezogen.

4.1 GRUNDKONZEPT

Abbildung 4.1 zeigt den schematischen Aufbau eines Lasers, bestehend aus einem Verstärkermedium innerhalb eines optischen Resonators. Beim Verstärkermedium handelt es sich um einen, bezüglich Frequenzkomponenten, schmalbandigen Lichtverstärker. Licht wechselwirkt mit atomaren oder molekularen Übergängen im Medium. Ist die Besetzung eines solchen Laserübergangs invertiert (das energetisch höhere Niveau ist stärker bevölkert), so kommt es zur induzierten Emission. Die emittier-

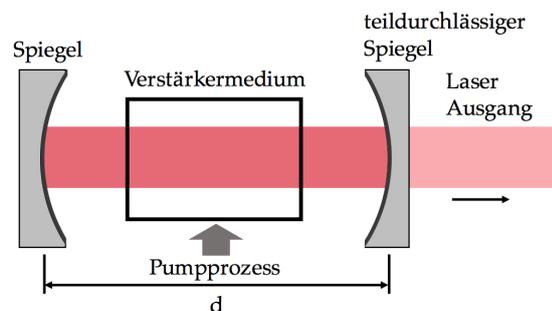


Abbildung 4.1: Ein Laser koppelt Licht vom Ausgang des Verstärkermediums an einen optischen Resonator. Gleichzeitig wird das Verstärkermedium in die Besetzungsinversion gepumpt.

ten Photonen besitzen denselben Impuls wie die eintreffenden und bewirken, infolge phasengleicher Kopplung im Resonator, eine Verstärkung des Lichts. Zur Aufrechterhaltung der Besetzungsinversion muss das Verstärkermedium aktiv gepumpt werden, was mit elektrischem Strom, durch Stöße oder auch optisch mit Licht gemacht werden kann.

4.2 LASERSYSTEME FÜR 729 NM

Es gibt eine Vielzahl Verstärkermedien, die sich von Flüssigkeiten, Festkörpern und Gasen bis hin zu Plasmen erstrecken. Wellenlängen vom nahen Ultraviolett-Bereich bis ins tiefe Infrarot werden abgedeckt und sind kommerziell erhältlich. Für die Spektroskopie werden Laser mit durchstimmbarer Frequenz benötigt, da ein genauer Frequenzüberlapp zwischen Laser und atomarem Übergang hergestellt werden muss. Frequenzselektive Elemente im Resonator sowie die Frequenzstabilisierung auf externe Hoch-Finesse-Resonatoren ermöglichen schmalbandigen Einmodenbetrieb (Details in Kapitel 4.4 und 4.6). Im nachstehenden Abschnitt werden verschiedene Systeme für 729 nm Laserlicht vorgestellt [41].

Bei Diodenlasern ermöglicht die Manipulation der Bandlücke von Halbleitermaterialien, infolge einer Dotierung mit Fremdatomen, die Erschliessung grosser Wellenlängenbereiche. Besetzungsinversion wird durch Anlegen eines Gleichstroms in Durchlassrichtung des p,n-Übergangs erzeugt. Das Verstärkermedium findet typischerweise innerhalb eines linearen Resonators platz. Hohe Ausgangsleistungen sind nach zusätzlichen Trapezverstärkern realisierbar. Es gibt Modelle, die über mehrere hundert nm verstimmbar sind und sich daher insbesondere zur Spektroskopie eignen. Ein weiterer Vorteil ist, dass Diodenlaser, beispielsweise gegenüber Titan-Saphir Lasern, kostengünstig und platzsparend sind. Nachteile sind eine starke Strahldivergenz und elliptische Strahlprofile, sofern diese nicht durch entsprechende Optik korrigiert wurden [42].

Bei Farbstofflasern besteht das Verstärkermedium aus einer Lösung organischer Farbstoffe, gemischt mit Alkohol oder Wasser. Alternativ existieren Verbindungen mit Festkörpern. Mit Polymethinfarbstoffen ist ein Wellenlängenbereich von 700-1500 nm abgedeckt. Farbstofflaser werden optisch gepumpt und arbeiten mit linearen oder Ringresonatoren (Details in Kapitel 4.3). Mögliche Ausgangsleistungen liegen im Wattbereich. In der Vergangenheit haben Farbstofflaser eine zentrale Rolle gespielt, da der komplette optische Bereich abgedeckt werden konnte. Aufgrund der aufwendigen Wartung werden sie heute durch Festkörperlaser ersetzt [43].

Wie bei Farbstofflasern werden Festkörperlaser auf energetisch höher liegenden Zuständen optisch gepumpt. Das Verstärkermedium findet typischerweise innerhalb eines Ringresonators platz. Durch dotieren des Wirtskristalls oder Glas, werden Verstärkermedien in verschiedenen Wellenlängenbereichen hergestellt. Die Vorteile sind eine grosse spektrale Bandbreite sowie hohe Ausgangsleistungen. Mit Alexandrit (700-820 nm), Titan-Saphir (700-1050 nm) sowie einem frequenzverdoppelten InGaAsP^C (1300-1600 nm) stehen gleich mehrere Varianten für 729 nm Laserlicht bereit.

Von den Festkörperlasern haben sich insbesondere Titan-Saphir Laser ($\text{Ti}^3\text{Al}_2\text{O}_3$) durchgesetzt. Die Kopplung der elektronischen Energieniveaus an Gitterschwingungen führt auf eine grosse Bandbreite vibronischer Zustände. Aus dem spektralen Überlapp dieser Übergänge resultiert das weit verstimmbare Lasermedium. Optische Anregung erfolgt auf energetisch höheren Übergängen zwischen 400 nm und 600 nm, die strahlungsfrei in die oberen Laserniveaus relaxieren. Typische Pumplaser sind Argonionenlaser oder ein frequenzverdoppelter Yb^{3+} :YAG-Laser bei 515 nm, sowie frequenzverdoppelte Nd^{3+} :YAG- oder Nd^{3+} :YVO₄-Laser bei 532 nm. Zudem werden grüne Laserdioden eingesetzt. Im Dauerstrichbetrieb sind bei Titan-Saphir Lasern 5 W Ausgangsleistung realisierbar. Im Vergleich zu Diodenlasern können solch hohe Ausgangsleistungen ohne externe Verstärker erreicht werden. Bezüglich Strahlqualität und Intensitätsstabilität sind Titan-Saphir Laser ebenfalls zu bevorzugen. Spektrale Breiten von < 100 kHz über 100 μs sind zudem ohne Stabilisierung auf externe Frequenznormale möglich [44, 45].

Auf Grund der genannten Vorteile wird in dieser Masterarbeit ein Titan-Saphir Laser zur Erzeugung des 729 nm Lichts ausgewählt, wie das bereits in der alten Situation des $^{40}\text{Ca}^+$ Experiments der Fall war.

4.3 LASEROSZILLATION

Die nachstehende Erläuterung ist angelehnt an „Grundlagen der Photonik“ von Teich & Saleh [41]. Für eine umfassende Ausführung wird ebenfalls auf diese Literatur verwiesen.

Die Lichtverstärkung durch das Verstärkermedium ist charakterisiert durch den Gewinnkoeffizienten

$$\gamma_0(\nu) = N_0 \sigma(\nu) = N_0 \frac{\lambda_{\text{At}}^2}{8\pi\tau_{\text{sp}}} g(\nu), \quad (4.1)$$

welcher den Intensitätszuwachs pro Längeneinheit beschreibt. Dieser ist proportional zum Besetzungsunterschied $N_0 = N_2 - N_1$ zwischen energetisch hohem und niedrigem Laserniveau, sowie dem Wirkungsquerschnitt $\sigma(\nu)$ der Wechselwirkung zwischen Licht und Laserübergang. Letzterer ist eine Funktion der spontanen Lebensdauer τ_{sp} , der Wellenlänge λ_{At} sowie der spektralen Linienform $g(\nu)$ des Laserübergangs. Die Linienform hat ihr Maximum bei der Resonanzfrequenz $\nu_{\text{At}} = (E_2 - E_1)/h$. Deren Frequenzabhängigkeit wird durch den zugrunde liegenden Verbreiterungsprozess beschrieben. Ist das System thermisch hinreichend isoliert, bildet die Lebensdauererbreiterung ein unteres Limit. Spontane Emission unterliegt einem exponentiellen Zerfall mit der Zustandslebensdauer als Zeitkonstante τ_{sp} . Die spektrale Verbreiterung ist eine Konsequenz der Frequenz-Zeit Unschärferelation $\Delta\omega \cdot \Delta\tau \geq 1/2$. Die Unbestimmtheit der Lebensdauer τ_{sp} , hat eine Unbestimmtheit im Frequenzraum zur Folge, weshalb die spektrale Verbreiterung des Übergangs eine Lorentz-Verteilung beschreibt

$$g(\nu) = \frac{\Delta\nu_{\text{At}}/2\pi}{(\nu - \nu_{\text{At}})^2 + (\Delta\nu_{\text{At}}/2)^2} \quad (4.2)$$

mit $\Delta\nu_{\text{At}} \propto \tau_{\text{sp}}^{-1}$, der Halbwertsbreite des Übergangs. Eine hohe Lebensdauer induziert eine schmale spektrale Breite. Die Frequenzabhängigkeit der Gewinnfunktion hat eine dispersive Wirkung, weshalb durch das Verstärkermedium ein Phasenverschub induziert wird. Folgt die atomare Linienform einer Lorentz-Verteilung (Gl. 4.2), so lautet diese

$$\phi(\nu) = \frac{\nu - \nu_{\text{At}}}{\Delta\nu_{\text{At}}} \gamma_0(\nu) . \quad (4.3)$$

Die Frequenzbandbreite des Verstärkermediums resultiert aus der spektralen Breite $\Delta\nu_{\text{At}}$ aller involvierter Laserübergänge. Infolge des Überlapps einer Vielzahl von Übergängen, kann die Bandbreite mehrere 100 nm betragen (vgl. Abbildung 4.2 a)). Ein solcher inhomogener Verbreiterungsprozess tritt beim Titan-Saphir Laser auf. Elektronische Zustände koppeln an Gitterschwingungen im Festkörper und induzieren damit den grossen Wellenlängenbereich der Verstärkungsfunktion. Dessen Linienform $\gamma_0(\nu)$, für Absorption und Fluoreszenz, ist in Abbildung 4.2 b) gezeigt.

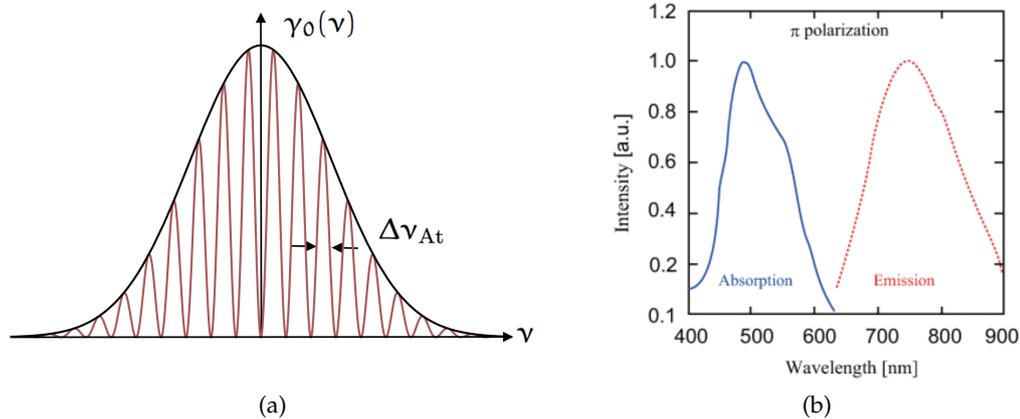


Abbildung 4.2: a) Inhomogen verbreitertes Verstärkermedium als Folge des spektralen Überlapps einer Vielzahl atomarer bzw. molekularer Übergänge. b) Absorptions- und Fluoreszenzspektrum von Titan-Saphir ($\text{Ti}^3\text{Al}_2\text{O}_3$) [46].

Das Verstärkermedium befindet sich innerhalb eines optischen Resonators. Dies ist im einfachsten Fall ein Fabry-Pérot-Resonator, bestehend aus zwei parallelen Spiegeln im Abstand d (vgl. Abbildung 4.1). Bei Titan-Saphir Lasern werden typischerweise Ringresonatoren eingesetzt, worin sich keine Stehwellen, sondern fortlaufende Wellen ausbilden und dabei räumliches Lochbrennen im Verstärkungsmedium verhindern. Zudem bieten Ringresonatoren ausreichend Platz für frequenzselektive Elemente, die zur Reduktion der spektralen Breite beitragen und auf die in Kapitel 5 näher eingegangen wird. Zur Auskopplung des Lichts ist einer der Spiegel teildurchlässig. Konstruktive Verstärkung

tritt auf, wenn das Licht im Resonator nach jedem Umlauf phasengleich überlagert wird, woraus nachstehende Anschlussbedingung entsteht

$$2kd + 2\phi(\nu)d = 2\pi q \quad \text{mit} \quad q \in \mathbb{N} \quad (4.4)$$

und der Ortsfrequenz $k = \frac{2\pi}{\lambda}$. Unter Berücksichtigung der Phasenverschiebung des Verstärkermediums (Gl. 4.3), muss die Wellenlänge λ ein Vielfaches der Resonatorumlauflänge $2d$ betragen. Aus dieser Beziehung ergeben sich die longitudinalen Resonatormoden als ganzzahlige Vielfache des freien Spektralbereichs

$$\nu_{\text{FSR}} \approx \frac{c}{2d} . \quad (4.5)$$

Hierbei wird der Einfachheit halber die Phasenverschiebung durch das Verstärkermedium vernachlässigt. Absorption, Lichtstreuung, thermische Ausdehnung sowie Transmission der Spiegel führen zu Verlustprozessen und werden durch den Verlustkoeffizienten pro Umlauf α_R beschrieben. Daraus ergibt sich eine endliche Photonenlebensdauer im Resonator

$$\tau_R = \frac{1}{\alpha_R c} . \quad (4.6)$$

Die endliche Lebensdauer führt zu einer spektralen Verbreiterung der Longitudinalmoden ($\nu_q = q \cdot \nu_{\text{FSR}}$ mit $q \in \mathbb{N}$), die mit der Finesse

$$\mathcal{F} \approx \frac{\pi}{\alpha_R d} \quad (4.7)$$

charakterisiert werden. Kleine Resonatorverluste indizieren eine grosse Finesse. Die Halbwertsbreite der Longitudinalmoden ist

$$\Delta\nu_R \approx \frac{\nu_{\text{FSR}}}{\mathcal{F}} . \quad (4.8)$$

Abbildung 4.3 a) zeigt schematisch die Longitudinalmoden in einem optischen Resonator. Zur Laseroszillation muss die Verstärkung grösser sein als die Gesamtheit der Verlustmechanismen $\gamma_o(\nu) > \alpha_R$. Daraus ergibt sich ein Minimalwert für den Besetzungsunterschied N_0 aus der Gewinnbedingung (Gl. 4.1), den sogenannten Laserschwelwert. Wenn zusätzlich die Phasenbedingung (Gl. 4.4) erfüllt ist, reicht bereits ein Rauschen mit der richtigen Frequenzkomponenten, um die Verstärkung zu initiieren. Die Lichtintensität steigt bis zur Sättigung des Verstärkermediums an. Gleichzeitig wird Licht über den Auskoppelspiegel ausgesandt, wonach sich ein stationärer Zustand zwischen Gewinn und Verlust einstellt.

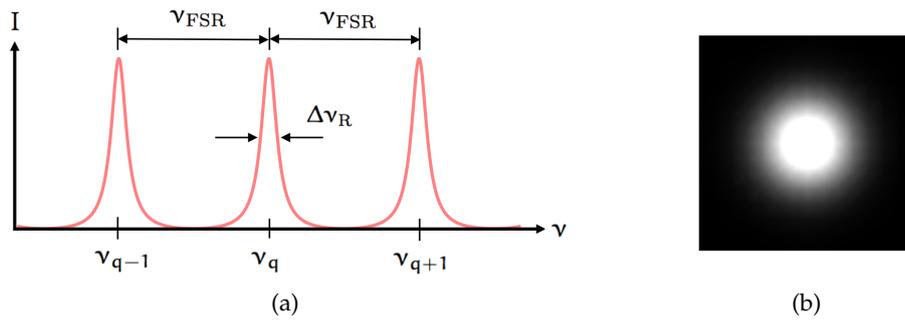


Abbildung 4.3: a) Longitudinalmoden in einem optischen Resonator. b) Simulierte Leistungsdichte der TEM_{00} -Gaussmode.

Die transversal elektrische Mode (TEM) des Laserlichts ist durch die Resonatorgeometrie und der Form des Verstärkermediums bestimmt. Beim verwendeten Titan-Saphir Laser wurde die Geometrie auf die TEM_{00} -Gaussmode optimiert, deren Leistungsdichte einer Gauss-Verteilung folgt (siehe Abbildung 4.3 b)). Weiters können Verstärkermedium sowie frequenzselektive Elemente im Resonator polarisationsselektiv sein, wobei im Folgenden lediglich Fälle mit linearem Laserlicht betrachtet werden.

4.4 SPEKTRUM DES LASERLICHTS

Das Spektrum des Laserlichts hängt sowohl von der Linienform der verstärkten Laserübergänge, als auch von der longitudinalen Resonatormode ab [41]. Es werden die Moden verstärkt, bei denen die Gewinnfunktion grösser ist als der Verlustkoeffizient $\gamma_o(\nu) > \alpha_R$, was in Abbildung 4.4 skizziert ist. Abhängig vom Konkurrenzverhalten, können mehrere Moden gleichzeitig zum Laserlicht beitragen. Man spricht von Multimodenbetrieb. Als frequenzselektive Elemente werden beim Titan-Saphir Laser Piezokristalle, Etalon sowie doppelbrechende Kristalle innerhalb des Ringresonators platziert. Diese induzieren eine optische Weglängenänderung bzw. schmälern die Gewinnfunktion im Resonator und bestimmen damit die Laserfrequenz. Sind die

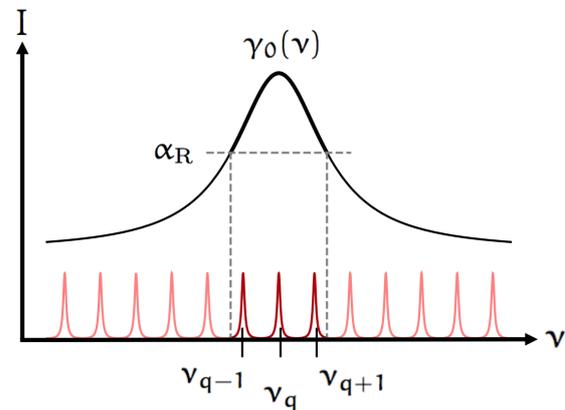


Abbildung 4.4: Longitudinale Resonatormoden, bei denen der Gewinn $\gamma_o(\nu)$ grösser ist als der Verlust α_R , tragen zur Laseroszillation bei.

se Elemente hinreichend schmalbandig, können sie die aktiven Resonatormoden reduzieren und Einmodenbetrieb herstellen.

Das Laserlicht kann zusätzlich durch systematische Effekte spektral verbreitert werden. Dies sind vor allem mechanische Instabilität des Resonators, Fluktuationen im Brechungsindex des Verstärkermediums, induziert durch Temperaturänderungen infolge des Pumpprozesses, sowie elektromagnetische Störfelder. Zudem ist es möglich, dass akustische bzw. mechanische Störsignale in den Laser einkoppeln und resonant mit einem Bauteil wechselwirken, was ebenfalls zu mechanischer Instabilität führt. Können diese technischen Limitierungen hinreichend unterdrückt werden, so bestimmen im Wesentlichen die Lebensdauern der atomaren Zustände und der Photonen im Resonator die spektrale Breite [47]. Die zugehörige Linienform beschreibt näherungsweise eine Lorentz-Verteilung (Gl. 4.2). Die spektrale Breite wird typischerweise durch die Halbwertsbreite der zugrunde liegenden Linienform beschrieben.

Im Jahr 1958 wurde durch Schawlow und Townes ein natürliches unteres Limit für die spektrale Breite von Lasern abgeschätzt [48]. Dabei sind drei Prozesse wesentlich. Die spontane Emission in das untere Laserniveau, die zufällig und in alle Richtungen erfolgt. Zweitens induzieren statistische Fluktuationen in der mittleren Photonenzahl $\langle n \rangle$ Amplitudenschwankungen auf der Laserwelle. Drittens begrenzen Phasenfluktuationen die spektrale Breite. Hierzu werden spontan emittierte Photonen durch induzierte Emission verstärkt, deren Phasen statistisch verteilt sind und somit entsprechende Fluktuationen auf der Gesamtwelle zur Folge haben. Zudem trägt die spektrale Breite $\Delta\nu_R$ des Resonators zur Verbreiterung des Laserlichts bei. Der resultierende Grenzwert für die spektrale Breite des Laserlichts lautet

$$\Delta\nu_L = \frac{\pi h \nu_L (\Delta\nu_R)^2 (N_{sp} + N_{th} + 1)}{2P_L} . \quad (4.9)$$

P_L ist die Lichtleistung. Bei Zimmertemperatur und im sichtbaren Bereich des Spektrums gelten für die Dichten an thermischen $N_{th} \ll 1$ sowie an spontan erzeugten Photonen $N_{sp} \geq 1$, wonach man das Schawlow-Townes-Limit [47] erhält

$$\Delta\nu_L \geq \frac{\pi h \nu_L (\Delta\nu_R)^2}{P_L} . \quad (4.10)$$

Für einen 729 nm Titan-Saphir Laser mit den typischen Parametern $\Delta\nu_R = 750$ MHz und einer Lichtleistung von $P_L = 4$ W ergibt das Schawlow-Townes-Limit $\Delta\nu_L \geq 10$ μ Hz. Ohne externe Frequenzstabilisierung ist dieses Limit auf Grund mechanischer und thermischer Einflüsse nicht erreichbar. Diesbezüglich sind typische Linienbreiten bei Titan-Saphir Lasern im Bereich von unter 100 kHz.

4.5 FREQUENZINSTABILITÄT

Neben der spektralen Breite, ist die Frequenzinstabilität eine Kerngrösse zur Charakterisierung von Lasern. Sie ist ein Mass dafür, wie reproduzierbar die Frequenz eines Oszillators im Laufe der Zeit ist. Der Zeitverlauf der Frequenzinstabilität basiert auf der Statistik der zugrunde liegenden Frequenzfluktuationen und ist unabhängig von der Abweichung des nominellen Frequenzwerts, wie beispielsweise einer atomaren Übergangsfrequenz bei der Präzisionsspektroskopie. Die Abweichung des nominellen Frequenzwerts impliziert eine Frequenzungenauigkeit. Abbildung 4.5 veranschaulicht die Begriffe Frequenzungenauigkeit und -instabilität.

Die Frequenzinstabilität kann aus einer Messreihe der Laserfrequenz $\langle y(\tau) \rangle_i$, wobei jeder Messpunkt über die Zeit τ gemittelt wird, abgeschätzt werden. Insgesamt verfügt die Messreihe der Zeitdauer T , über $M = T/\tau$ Frequenzwerte. Aus den Abweichungen benachbarter Frequenzwerte $\langle y(\tau) \rangle_{i+1} - \langle y(\tau) \rangle_i$, wird die Varianz berechnet. Die Quadratwurzel davon entspricht der Allan-Abweichung [23]

$$\sigma_y(\tau) = \left(\frac{1}{2(M-1)} \sum_{i=1}^{M-1} \left(\langle y(\tau) \rangle_{i+1} - \langle y(\tau) \rangle_i \right)^2 \right)^{1/2}. \quad (4.11)$$

Eine Analyse der Allan-Abweichung erfolgt als Graph, abhängig der Mittelungszeit τ , im doppelt-logarithmischen Diagramm. Bei stationären Rauschquellen erwartet man sich eine Abnahme der Allan-Abweichung zu höheren Mittelungszeiten hin, wobei die Stabilität zunimmt. Systematische Effekte, über die keine genaue Kenntniss vorliegt, oder solche die nicht hinreichend kontrollierbar sind, führen zum Abflachen der Kurve. Dies ist beispielsweise beim Erreichen des thermischen Rauschlimits von Hoch-Finesse-Resonatoren der Fall. Langzeitdrifts der Laserfrequenz, induziert durch Alterungsprozesse beim Hoch-Finesse-Resonator, resultieren gar in einem Anstieg der Allan-Abweichung (vgl. Abbildung 4.6).

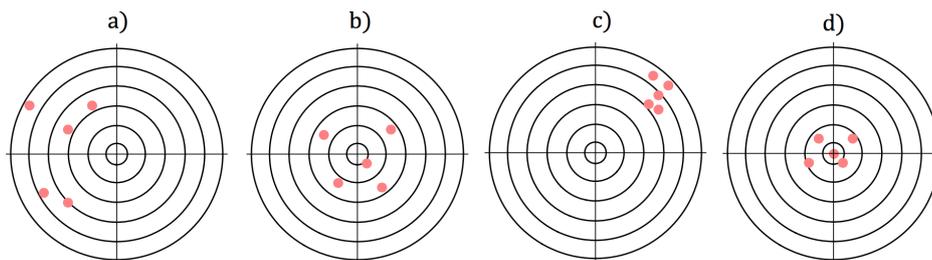


Abbildung 4.5: a) nicht genau, nicht stabil; b) genau, nicht stabil; c) nicht genau, stabil; d) genau, stabil.

Das fundamentale Limit der Frequenzinstabilität einer optischen Strahlungsquelle ist Schrotrauschen, das seinen Ursprung in der Diskretisierung bzw. Teilchennatur von Licht

hat [49]. Es handelt sich um Fluktuationen der Photonenzahl, wobei die zugrunde liegende Statistik einer Poisson-Verteilung folgt. Die spektrale Leistungsdichte ist frequenzunabhängig, weshalb die Allan-Abweichung analog zu weißem Frequenzrauschen mit $1/\sqrt{\tau}$ abnimmt [23]

$$\sigma_y(\tau) = \Delta\nu \frac{1}{\sqrt{\tau}}. \quad (4.12)$$

$\Delta\nu = \nu_0 - \nu$ entspricht der Frequenzabweichung bei 1 s Mittelungszeit. Ein Beispiel für Schrotrauschen folgt im nächsten Abschnitt. Im doppelt-logarithmischen Diagramm ist die Abnahme der Allan-Abweichung linear mit der Steigung $-1/2$ (vgl. Abbildung 4.6). Die Frequenzinstabilität nimmt ab, bis diese von einem weiteren (systematischen) Effekt limitiert wird und die Kurve ausflacht bzw. wieder ansteigt.

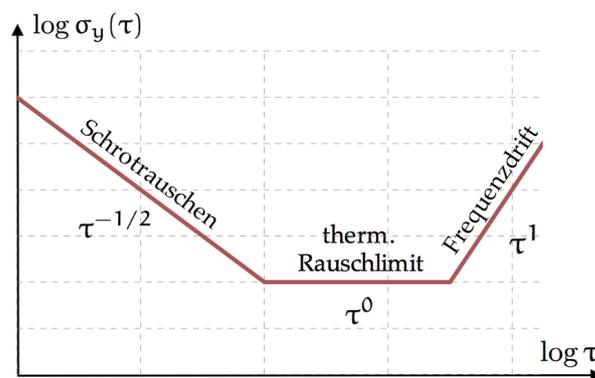


Abbildung 4.6: Schematische Darstellung der Allan-Abweichung, abhängig der Mittelungszeit, für verschiedene Rauschprozesse.

Die Charakterisierung systematischer Effekte ist anspruchsvoll, da man über deren Ursprung bzw. Einfluss oft nicht genau Bescheid weiss. Zudem liefert die Frequenzinstabilität keine Information über die, durch systematische Effekte induzierte, Frequenzungenauigkeit. Eine Möglichkeit diese zu analysieren, besteht darin, Spektroskopie an atomaren Frequenzstandards zu betreiben, wie das beispielsweise im Experiment an den $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen gemacht wird. Eine entsprechende Stabilisierung auf ein atomares Frequenznormal kann zudem die Langzeitstabilität (> 100 s) des Laserlichts erhöhen.

Im nächsten Abschnitt wird eine Methode zur Frequenzstabilisierung vorgestellt, bei der mit einem verlustarmen Hoch-Finesse-Resonator ($\mathcal{F} \approx 10^6$), die spektrale Breite des Laserlichts unter die geforderten 10 Hz geregelt werden kann und zudem Kurzzeitstabilität $< 10^{-14}$ im Bereich von 1-100 s ermöglicht.

4.6 FREQUENZSTABILISIERUNG AUF EXTERNEN RESONATOR

Das Transmissionsignal eines Resonators zeigt ein Maximum (Gl. 4.4), wenn die Laserfrequenz ein Vielfaches des freien Spektralbereichs (Gl. 4.5) ist. Dies bietet die Möglichkeit die Laserfrequenz mit den longitudinalen Resonatormoden zu vergleichen. Stabile Resonatoren werden daher als externe Frequenznormale eingesetzt. Verwendet werden sogenannte Hoch-Finesse-Resonatoren, die sich durch hohe mechanische Stabilität und kleine Verlustprozesse auszeichnen. Durch spezielle Materialien und Verfahrenstechniken gelingt es Abstandshalter (engl. „spacer“) für die Resonatorspiegel herzustellen, die eine Kurzzeitstabilität $< 10^{-15}$ im Bereich von 1-100 s besitzen. Mit dem Pound-Drever-Hall-Verfahren (PDH-Verfahren), benannt nach seinen Erfindern Robert Pound, Ronald Drever und John Hall, existiert eine Stabilisierungstechnik, mit welcher das Laserlicht auf einen externen Hoch-Finesse-Resonator frequenzstabilisiert werden kann [9, 10].

4.6.1 Grundlagen des PDH-Verfahrens

Es werden nun Konzept und Aufbau des PDH-Verfahrens skizziert. Die Beschreibung lehnt sich an [50]. Für eine mathematisch vollständigere Ausführung wird ebenfalls auf diese Publikation verwiesen. Kern des PDH-Verfahrens ist das Erstellen eines Fehlersignals, wobei ein Hoch-Finesse-Resonator als Frequenznormal verwendet wird. Damit kann die Laserfrequenz mittels eines PID-Reglers und frequenzselektiver Elemente stabilisiert werden.

Das PDH-Verfahren nutzt das Reflexionssignal des Resonators, welches aus der Interferenz der beiden Laserstrahlen, reflektiert an Eingangs- und Ausgangsspiegel, zustande kommt. Ist die Laserfrequenz ein exakt ganzzahliges Vielfaches des freien Spektralbereichs (Gl. 4.5), sind beide Signale um π verschoben und löschen sich aus. Die Frequenzabhängigkeit der Reflexion ist um die Resonanz symmetrisch, weshalb die Verstimmungsrichtung nicht bestimmt werden kann. Moduliert man dazu ein Sinussignal auf die Phase des Laserlichts, so wird das Reflexionssignal ebenfalls moduliert, womit Seitenbänder erzeugt werden. Die relative Phase zwischen Seitenband und Träger ist überhalb der Resonanz gleich, unterhalb hingegen um π verschoben, also mit einem anderen Vorzeichen behaftet. Wird die Phase zwischen Seitenbändern und Träger verglichen, kann ein asymmetrisches Fehlersignal generiert werden.

Formal wird das Laserlicht mit der Frequenz Ω phasenmoduliert. Das elektrische Feld, in der Näherung einer kleinen Modulationstiefe $\beta \ll 1$, lautet hierbei

$$E(t) \approx J_0(\beta)e^{i\omega t} + J_1(\beta)e^{i(\omega+\Omega)t} - J_{-1}(\beta)e^{i(\omega-\Omega)t} \quad (4.13)$$

mit den Besselfunktionen erster Art $J_i(m)$, der i -ten Ordnung und der Trägerfrequenz ω . Das Reflexionssignal, welches von der Frequenzverstimmung zwischen der am nächsten

liegenden longitudinalen Resonatormode und der Laserfrequenz abhängt, berechnet sich zu

$$F(\omega) = r \frac{e^{i\omega/\nu_{\text{FSB}}} - 1}{1 - r^2 e^{i\omega/\nu_{\text{FSB}}}}, \quad (4.14)$$

wobei r der Reflexionskoeffizient der Spiegel ist und ν_{FSB} der freie Spektralbereich. Mit einer Photodiode kann die Intensität des modulierten Reflexionssignals gemessen werden, welche proportional zum Betragsquadrat des elektrischen Feldes (Gl. 4.13) ist. Die Phase des Signals lässt sich durch Mischen von Reflexions- und Modulationssignal sowie einem Tiefpassfilter extrahieren. Der zugehörige Term entspricht der Interferenz aus Seitenband und Träger und oszilliert mit der Frequenz Ω

$$I(t) \propto J_0(\beta) J_1(\beta) \left(\Re\{F(\omega)F^*(\omega + \Omega) - F^*(\omega)F(\omega - \Omega)\} \cos \Omega t + \Im\{F(\omega)F^*(\omega + \Omega) - F^*(\omega)F(\omega - \Omega)\} \sin \Omega t \right). \quad (4.15)$$

\Re und \Im stehen für Real- und Imaginäranteil. Wenn der Träger auf Resonanz liegt und die Modulation schnell genug ist ($\Omega \gg \Delta\nu_{\text{R}}$), werden die Seitenbänder praktisch vollständig reflektiert, woraus $F(\omega \pm \Omega) \approx -1$ folgt. Hierbei wird $F(\omega)F^*(\omega + \Omega) - F^*(\omega)F(\omega - \Omega)$ rein imaginär und der \cos -Term aus obiger Gleichung verschwindet. Für das resultierende Fehlersignal erhält man

$$\epsilon \propto J_0(\beta) J_1(\beta) \left(F(\omega)F^*(\omega + \Omega) - F^*(\omega)F(\omega - \Omega) \right), \quad (4.16)$$

und es hängt von der Frequenzverstimmung zwischen Laser und longitudinaler Resonatormode ab. Der Reflexionskoeffizient r berücksichtigt die Verlustprozesse, welche die Finesse \mathcal{F} und in Kombination mit dem freien Spektralbereich ν_{FSB} , die spektrale Breite des Hoch-Finesse-Resonators $\Delta\nu_{\text{R}}$ bestimmen.

Abbildung 4.7 b) veranschaulicht qualitativ die Form des Fehlersignals [10]. Der mittlere Nulldurchgang liegt auf Resonanz, um welche das Signal linearisiert werden kann [50]. Man erhält:

$$\epsilon \approx -8\sqrt{P_{\text{T}}P_{\text{S}}}\frac{2L\mathcal{F}}{\lambda}\left(\frac{\Delta\omega}{\omega} + \frac{\Delta L}{L}\right). \quad (4.17)$$

P_{T} und P_{S} beschreiben die Lichtintensität von Träger und Seitenbändern, ω und $\Delta\omega$ sind Laserfrequenz sowie Verstimmung gegenüber der Resonanz. λ ist die zugehörige Wellenlänge ($\lambda = 2\pi c/\omega$). L und ΔL beschreiben Länge sowie Längenfluktuationen des Resonators. Die durch Frequenzstabilisierung mittels PDH-Verfahren erreichbare spektrale Breite des Laserlichts ist umgekehrt proportional zur Steigung im Bereich des Nulldurchgangs beim Fehlersignal. Eine hohe Steigung ist demnach anzustreben und resultiert aus einer schmalen spektralen Breite des Resonators, welche charakteristisch für wenig Verluste (hohe \mathcal{F}) und eine grosse Resonatorlänge ist. Zudem sollen Fluktuationen in der Resonatorlänge und der Laserfrequenz möglichst underdrückt werden. Anhand des Fehlersignals lässt sich nicht zwischen Rauschen der Laserfrequenz $\Delta\omega/\omega$ und Rauschen des

Resonators $\Delta L/L$ unterscheiden. Fluktuationen in der Lichtleistung, der Modulationstiefe β und der Modulationsfrequenz Ω sind nach der Linearisierung (Gl. 4.17) verschwunden und damit in erster Ordnung vernachlässigbar. Durch elektronische Verstärkung lässt sich die Empfindlichkeit ebenfalls erhöhen, wobei Rauschen auf der Elektronik mit verstärkt wird und daher die resultierende spektrale Breite des Laserlichts einschränken kann. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, die Lichtleistung zu erhöhen. Dabei wird thermisches Rauschen induziert, das ab einer gewissen Leistung ebenfalls limitierend sein kann. Der Resonator soll gegenüber äusseren Einflüssen isoliert werden, weshalb die Aufbauten im Vakuum platziert und temperaturstabilisiert werden.

Abbildung 4.7 a) enthält ein Schema des Aufbaus. Die Phasenmodulation des Laserlichts wird mit einem elektrooptischen Modulator (EOM) bewerkstelligt. Die Modulationsfrequenz im Fall schneller Modulation liegt im Bereich von 10 MHz und ist nach oben durch die Effizienz des EOM's limitiert. Über einen Strahlteiler (ST) wird das phasenmodulierte Reflexionssignal des Resonators auf die Photodiode (PD) gelenkt. Ein optischer Isolator verhindert zudem Rückreflexe in den Laser. Das Fehlersignal entsteht nach Mischen des Reflexionsignals mit dem Lokaloszillator (LO) sowie einem Tiefpassfilter. In der Praxis wird zusätzlich ein Phasenschieber eingesetzt, da für ein optimales Fehlersignal die Phase exakt kontrolliert werden muss.

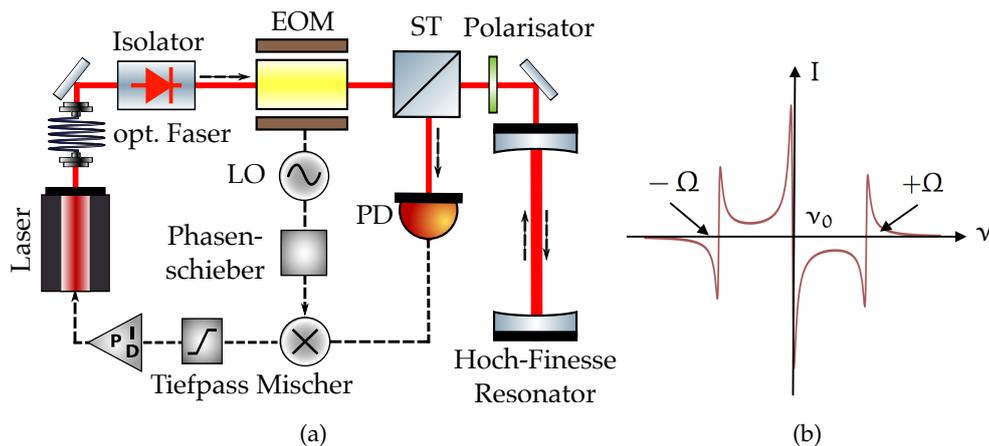


Abbildung 4.7: a) Aufbau des PDH-Verfahrens zur Stabilisierung der Laserfrequenz auf einen Hoch-Finesse-Resonator. Mittels EOM werden Seitenbänder auf das Laserlicht moduliert und das Reflexionssignal des Resonators über die Photodiode aufgenommen. Das Mischen von Reflexionssignal und Lokaloszillator erzeugt ein Fehlersignal, das qualitativ der Form aus b) entspricht.

4.7 FREQUENZCHARAKTERISIERUNG MITTELS SCHWEBUNGSMESSUNG

Die Frequenz von optischen Übergängen liegt bei mehreren hundert THz. Elektronisch messbar sind Signale lediglich bis in den GHz-Bereich. Zur Charakterisierung des 729 nm Lasersystems werden daher Schwebungsmessungen durchgeführt. Dabei werden zwei Laserstrahlen räumlich überlagert und das Interferenzsignal mittels Photodiode aufgezeichnet. Die Interferenz zweier optischer Wellen der Frequenzen ν_1 und ν_2 und den Intensitäten I_1 und I_2 kann folgendermassen beschrieben werden [41]

$$E(t) = \sqrt{I_1} \exp(2\pi\nu_1 t) + \sqrt{I_2} \exp(2\pi\nu_2 t) . \quad (4.18)$$

Das Betragsquadrat $|E(t)|^2$ liefert einen Ausdruck für die Intensität

$$I(t) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(2\pi(\nu_2 - \nu_1)t) . \quad (4.19)$$

Der oszillierende Anteil besitzt gerade die Frequenzdifferenz $\Delta\nu = \nu_2 - \nu_1$ beider Oszillatoren. Ist die Frequenzdifferenz zweier Laser kleiner als die Bandbreite der verwendeten Photodiode ($< \text{GHz}$), kann eine Schwebungsmessung vorgenommen werden. Mit einem Spektrum-Analysator wird aus dem Zeitsignal die spektrale Leistungsdichte bestimmt. Daraus lässt sich das Schwebungssignal bezüglich spektraler Breite und Frequenzinstabilität charakterisieren.

Im Folgenden wird die resultierende spektrale Linienform einer Schwebung analysiert [51, 52]. Gegeben sei die Leistungsdichte des Frequenzrauschens $S_{\delta\nu}(f)$ des Laserfelds $E(t)$. Die Autokorrelationsfunktion $\Gamma_E(\tau) = E^*(t)E(t + \tau)$ folgt daraus gemäss

$$\Gamma_E(\tau) = E_0^2 e^{2\pi i \nu_0 \tau} e^{-2 \int_0^\infty S_{\delta\nu}(f) \frac{\sin^2(\pi f \tau)}{f^2} df} \quad (4.20)$$

mit der Frequenzabweichung $\delta\nu = \nu - \nu_0$ vom Mittelwert ν_0 . Nach dem Wiener-Khintchine Theorem [53, 54], erhält man die spektrale Linienform über die Fouriertransformation der Autokorrelationsfunktion

$$S_E(\nu) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2\pi i \nu \tau} \Gamma_E(\tau) d\tau . \quad (4.21)$$

Für den Fall von weissem Frequenzrauschen mit einer konstanten Leistungsdichte $S_{\delta\nu}(f) = h_0$, ist eine analytische Lösung gegeben. Durch Variieren einer Grenzfrequenz f_g , bei der die mittlere Amplitude des Frequenzrauschens $h_0 \rightarrow 0$ wird, kann der Einfluss von hoch- und niederfrequentem Rauschen auf die spektrale Linienform untersucht werden. Entsprechend werden zwei Extremfälle unterschieden

Fall 1: $f_g \rightarrow \infty$ (hochfrequentes Rauschen)

$$S_E(\nu) = E_0^2 \frac{h_0}{(\nu - \nu_0)^2 + (\pi h_0/2)^2} \quad (4.22)$$

Die Linienform folgt einer Lorentz-Verteilung mit Standardabweichung $\sigma = \pi h_0$. Dies korrespondiert mit weissem Frequenzrauschen. Das Rauschen der einzelnen Laser addiert sich linear zum Gesamtrauschen der Schwebung [55]

$$\sigma_{S12} = \sigma_{L1} + \sigma_{L2}. \quad (4.23)$$

Bei der Lorentz-Verteilung gilt für die Halbwertsbreite $\text{FWHM} = \sigma$

Fall 2: $f_0 \rightarrow 0$ (niederfrequentes Rauschen)

$$S_E(\nu) = E_0^2 \left(\frac{2}{\pi h_0 f_g} \right)^{1/2} e^{-\frac{(\nu - \nu_0)^2}{2 h_0 f_g}} \quad (4.24)$$

Die Linienform folgt einer Gauss-Verteilung mit Standardabweichung $\sigma = \sqrt{h_0 f_g}$. Das Rauschen der einzelnen Laser addiert sich quadratisch zum Gesamtrauschen der Schwebung

$$\sigma_{S12}^2 = \sigma_{L1}^2 + \sigma_{L2}^2. \quad (4.25)$$

Für die Halbwertsbreite der Gauss-Verteilung gilt $\text{FWHM} = 2\sqrt{2 \ln 2} \cdot \sigma$

Ist das Verhältnis aus Frequenzabweichung und Rauschbandbreite klein, beschreibt die Linienform eine Lorentz-Verteilung (hochfrequentes Rauschen). Bei einem grossen Verhältnis erhält man hingegen eine Gauss-Verteilung (niederfrequentes Rauschen). In Kapitel 6.5 werden beim Frequenzvergleich dreier 729 nm Lasersysteme beide Fälle auftauchen.

4.8 DREISPITZMESSUNG

Bei der vorgestellten Schwebungsmessung unterliegt das Gesamtrauschen dem Einfluss beider Lasersysteme (vgl. Gl. 4.23 und Gl. 4.25). Sofern keine unabhängige Kenntnis über das Rauschen eines der Laser vorhanden ist, lässt sich das Ergebnis lediglich als obere Schranke interpretieren.

Abhilfe schafft die Dreispitzmessung (engl. für „three-cornered-hat method“), bei welcher drei Lasersysteme gegeneinander verglichen werden [56]. Man misst die Schwebungssignale der drei möglichen Laserpaare, welche immer paarweise das Rauschen der einzelnen Laser enthalten (vgl. Abbildung 4.8). Mit dieser zusätzlichen Information kann auf das Rauschen der einzelnen Laser zurück gerechnet werden. Hierzu wird angenommen, dass die spektralen Verbreiterungsmechanismen aller drei Schwebungssignale der gleichen Verteilung unterliegen und dass die Rauschprozesse der einzelnen Laser unabhängig voneinander sind. Zudem sollen die Messungen zeitgleich erfolgen, so dass zeitabhängige Störungen dem jeweiligen Laser zugeordnet werden können. Folgt die spektrale Breite einer Lorentz-Verteilung (Gl. 4.22) erhält man

Fall 1: Lorentz-Verteilung

$$\begin{aligned}
 \sigma_{S12} &= \sigma_{L1} + \sigma_{L2} & \sigma_{L1} &= \frac{1}{2}(\sigma_{S12} + \sigma_{S13} - \sigma_{S23}) \\
 \sigma_{S13} &= \sigma_{L1} + \sigma_{L3} & \Rightarrow \sigma_{L2} &= \frac{1}{2}(\sigma_{S12} + \sigma_{S23} - \sigma_{S13}) \\
 \sigma_{S23} &= \sigma_{L2} + \sigma_{L3} & \sigma_{L3} &= \frac{1}{2}(\sigma_{S13} + \sigma_{S23} - \sigma_{S12})
 \end{aligned} \tag{4.26}$$

Für Allan-Abweichung (Gl. 4.11) und Gauss-Verteilung (Gl. 4.24) geht die Rechnung analog. Das Rauschen addiert sich jedoch quadratisch

Fall 2: Gauss-Verteilung und Allan-Abweichung

$$\begin{aligned}
 \sigma_{S12}^2 &= \sigma_{L1}^2 + \sigma_{L2}^2 & \sigma_{L1}^2 &= \frac{1}{2}(\sigma_{S12}^2 + \sigma_{S13}^2 - \sigma_{S23}^2) \\
 \sigma_{S13}^2 &= \sigma_{L1}^2 + \sigma_{L3}^2 & \Rightarrow \sigma_{L2}^2 &= \frac{1}{2}(\sigma_{S12}^2 + \sigma_{S23}^2 - \sigma_{S13}^2) \\
 \sigma_{S23}^2 &= \sigma_{L2}^2 + \sigma_{L3}^2 & \sigma_{L3}^2 &= \frac{1}{2}(\sigma_{S13}^2 + \sigma_{S23}^2 - \sigma_{S12}^2)
 \end{aligned} \tag{4.27}$$

Beim Frequenzvergleich in Kapitel 6.5 werden drei 729 nm Lasersysteme, bezüglich spektraler Breite und Frequenzinstabilität mit der Dreispitzmethode analysiert.

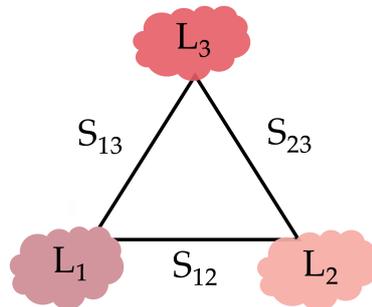


Abbildung 4.8: Schema der Dreispitzmessung. Aus den Schwebungssignalen der drei Laserpaare S_{12} , S_{13} und S_{23} , die jeweils das kombinierte Rauschen eines Laserpaars enthalten, kann auf das Rauschen der einzelnen Laser L_1 , L_2 und L_3 zurück geschlossen werden.

4.9 ANALYSE DES PHASENRAUSCHENS

Weichen die gemessenen spektralen Leistungsdichten der Schwebungsmessungen von den analytisch lösbaren Grenzfällen für hoch- und niederfrequentes Rauschen ab, so ist die spektrale Leistungsdichte des Phasenrauschens nicht klar definiert. Die Bestimmung

des Phasenrauschspektrums aus einem stationären Frequenzspektrum ist in diesem Fall nicht eindeutig, was eine separate Analyse notwendig macht. Hierzu wird eine Methode präsentiert, die es ermöglicht, das Phasenrauschen aus der Schwebung eines Laserpaares zu messen.

Das Konzept besteht darin, ein Schwebungssignal aufzuspalten und zwischen den beiden Signalen einen $\pi/2$ Phasenversatz zu induzieren. Diese Signale können dann als orthogonale Quadraturkomponenten (I, Q) der Schwebung interpretiert werden. Deren zeitlicher Intensitätsverlauf lautet

$$\begin{aligned} S_I(t) &= I_0 + I_1 \cos(2\pi\Delta\nu t + \phi(t)) \\ S_Q(t) &= Q_0 + Q_1 \cos(2\pi\Delta\nu t + \phi(t) - \pi/2 + \phi_C) \\ &= Q_0 + Q_1 \sin(2\pi\Delta\nu t + \phi(t) + \phi_C) \end{aligned} \quad (4.28)$$

mit der Schwebungsfrequenz $\Delta\nu$ und dem Phasenverlauf $\phi(t)$, welcher extrahiert werden soll. Ein konstanter Phasenanteil ϕ_C folgt aus der nicht perfekten Orthogonalität der beiden Komponenten. Als Folge dessen bilden die Quadraturkomponenten eine Ellipse, was schematisch in Abbildung 4.9 a) gezeigt ist. Die Quadraturkomponenten sind nach Dividieren durch die Standardabweichung $\sigma(S_{I,Q}(t))$, die proportional zur Amplitude ist, normiert. Ausserdem wird der Mittelwert $\langle S_{I,Q}(t) \rangle$ abgezogen. Daraus folgt

$$\begin{aligned} S_I(t) &\rightarrow \frac{S_I(t) - \langle S_I(t) \rangle}{\sigma(S_I(t))} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(2\pi\Delta\nu t + \phi(t)) \\ S_Q(t) &\rightarrow \frac{S_Q(t) - \langle S_Q(t) \rangle}{\sigma(S_Q(t))} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(2\pi\Delta\nu t + \phi(t) + \phi_C) \end{aligned} \quad (4.29)$$

Die resultierenden Signale oszillieren nun um den Nullpunkt und besitzen näherungsweise dieselbe Amplitude. Im nächsten Schritt wird der konstante Phasenanteil ϕ_C bestimmt. Dies geschieht über die Berechnung des Mittelwerts der Abweichung aller Quadraturkomponenten von der Orthogonalität

$$\phi_C = \arcsin \left(\frac{\langle S_I(t) \cdot S_Q(t) \rangle_t}{|S_I(t)|_t |S_Q(t)|_t} \right). \quad (4.30)$$

Aus Symmetrieüberlegungen würde der Mittelwert für orthogonale Quadraturkomponenten $\langle S_I(t) \cdot S_Q(t) \rangle_t$ verschwinden, woraus $\phi_C = 0$ resultiert. Der Ausdruck in Klammern entspricht dem Skalarprodukt im zweidimensionalen euklidischen Vektorraum. Der Sinus ergibt gerade die Abweichung des gemittelten Winkels zwischen den Quadraturkomponenten gegenüber $\pi/2$ an, was dem gesuchten konstanten Phasenanteil ϕ_C entspricht. Eine der Quadraturkomponenten wird um diesen Winkel korrigiert und ein weiteres Mal normiert:

$$S_I(t) \rightarrow \frac{S_I(t) - S_Q(t) \sin(\phi_C)}{\sigma(S_I(t) - S_Q(t) \sin(\phi_C))}. \quad (4.31)$$

Die Quadraturkomponenten liegen danach auf einem Kreis, was bedeutet, dass Orthogonalität hergestellt wurde (vgl. Abbildung 4.9 b)). Die Phase wird anschliessend aus dem Winkel $\arg(S_I(t) + i \cdot S_Q(t))$ der Komponenten bestimmt. Zusätzlich wird die Schwebungsfrequenz $\Delta\nu$ vom Signal abgezogen, was der Transformation in ein rotierendes Bezugssystem entspricht. Man erhält

$$\phi(t)_{\text{mod}2\pi} = \arctan\left(\frac{S_Q(t)}{S_I(t)}\right) e^{-2\pi i \Delta\nu t}. \quad (4.32)$$

Aus der Phase modulo 2π muss ein stetiges Zeitsignal entwickelt werden, um den realen Phasenverlauf zu ermitteln. Hierzu wird die Differenz benachbarter Phasenwerte untersucht. Ist der Phasensprung von einem Wert zum nächst höheren $> \pi$, werden 2π subtrahiert, liegt der Sprung hingegen unterhalb $-\pi$, werden 2π aufaddiert. Aus der kumulativen Summe der korrigierten Phasendifferenzen erhält man den realen Phasenverlauf

$$\phi(t)_{\text{mod}2\pi} \rightarrow \phi(t). \quad (4.33)$$

Für den Idealfall einer konstanten Frequenz, verläuft die Phase linear. Rauschprozesse führen zu einer Abweichung davon und können nach Abzug eines linearen Fits, aus $\phi(t)$ extrahiert werden.

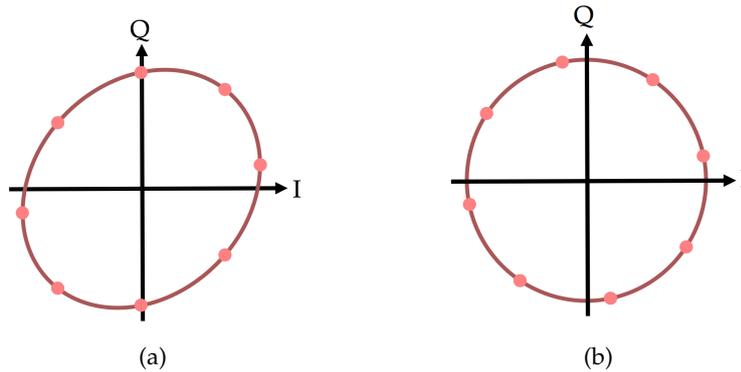


Abbildung 4.9: a) Schematische Darstellung der Quadraturkomponenten (Gl. 4.29) eines Schwebungssignals, deren Winkel gegenüber $\pi/2$ um 0.2 verschoben ist. b) Die nach (Gl. 4.30) korrigierten Komponenten aus a) liegen auf einem Kreis.

Über eine FFT des Phasenrauschens wird die spektrale Leistungsdichte $S_E(\nu)$ berechnet. Zusätzlich wird eine Blackman-Harris Fensterfunktion $w_{\text{BH}}(t)$ verwendet, um Randeffekte der endlichen Datenreihe zu minimieren [57]. Die Transformation lautet

$$S_E(\nu) = \text{FFT}\left(\phi(t) \cdot w_{\text{BH}}(t)\right) \quad \text{mit der Fensterfunktion} \quad (4.34)$$

$$w_{\text{BH}}(t) = 0.35875 - 0.48829 \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) + 0.14128 \cos\left(\frac{4\pi t}{T}\right) - 0.01168 \cos\left(\frac{6\pi t}{T}\right)$$

mit T der Anzahl an Messpunkten. Auf Grund des Phasenversatzes von $\pi/2$ beträgt der Zeitabstand von $S_Q(t)$ und $S_I(t)$ gerade ein Viertel der inversen Schwebungsfrequenz $(4\Delta\nu)^{-1}$. Beim Berechnen der Phase (Gl. 4.32) verschwinden demnach Frequenzkomponenten des Intensitätsrauschens unterhalb $4\Delta\nu$.

In Kapitel 6.5.3 folgt eine Analyse zum Phasenrauschen dreier 729 nm Lasersysteme, basierend auf der hier vorgestellten Methode.

DAS 729 NM LASERSYSTEM

Nachdem im vorherigen Kapitel die theoretischen Grundlagen zusammengefasst wurden, folgt eine Erläuterung zum Aufbau des Lasersystems, bevor in den Kapiteln 6 und 7 die Messergebnisse präsentiert werden.

Das neue Lasersystem ist darauf abgestimmt, den $4^2S_{1/2} \rightarrow 3^2D_{5/2}$ Quadrupolübergang im $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion zu treiben. Damit übernimmt es die Aufgabe des Qubitlasers und wird in das bestehende Ionenfallen-Quantencomputer Experiment „Lineare Falle“ integriert. Wie in Kapitel 3.6 bereits erläutert, liegen spezielle Anforderungen in Bezug auf spektrale Breite, Frequenzinstabilität sowie Intensitäts- und Phasenrauschen vor. Entsprechend diesen Kriterien wurde der Aufbau konzipiert. Die Wahl fiel auf einen Titan-Saphir Laser. Dieser ermöglicht Einmodenbetrieb und spektrale Breiten unter 100 kHz innerhalb von 100 μs ohne zusätzliche Stabilisierung auf ein externes Frequenznormal [45]. Daneben sind Ausgangsleistungen von einigen Watt möglich. Der Laser wird im ersten Abschnitt diskutiert (Kapitel 5.1). Weiters folgt eine Beschreibung des optischen Aufbaus, welcher innerhalb einer Box aufgebaut wird. Nebst der Reduktion von akustischen und mechanischen Störsignalen ermöglicht die Box eine stabile Umgebungstemperatur (Kapitel 5.2). Danach folgt ein Abschnitt über die Reduktion von Rauschen in Lichtwellenleitern (optischen Fasern), was bei optischen Verbindungen zwischen Lasertisch und Experimenten bzw. Hoch-Finesse-Resonator eingesetzt wird (Kapitel 5.3). Abschliessend wird die Frequenzstabilisierung auf den externen Hoch-Finesse-Resonator beschrieben. Ziel ist es, die angestrebte spektrale Breite von $< 10\text{ Hz}$, sowie möglichst kleine lineare Driftraten, zu realisieren (Kapitel 5.4).

5.1 DAS TITAN-SAPHIR LASERSYSTEM

Eingesetzt wird das Modell SolsTiS-PSX von MSquared Lasers Ltd [45], welches ein schmalbandiges Titan-Saphir Lasersystem ist. Abbildung 5.1 links zeigt den SolsTiS. Der Laserkopf ist luftdicht versiegelt und wartungsfrei. Im Inneren befindet sich ein Ringresonator mit mehreren frequenzselektiven Elementen. Der Laser wird zwischen 725 nm und 875 nm im Dauerstrichmodus auf einer TEM_{00} -Gaussmode betrieben. Das Lasersystem ist kompatibel mit verschiedenen Pumplasern, wobei hier ein Sprout-G Gerät von

Lighthouse Photonics eingesetzt wird [58]. Der diodengepumpte Festkörperlaser (engl. DPSS für „diode-pumped solid-state“) hat 15 W Ausgangsleistung bei einer Wellenlänge von 532 nm.

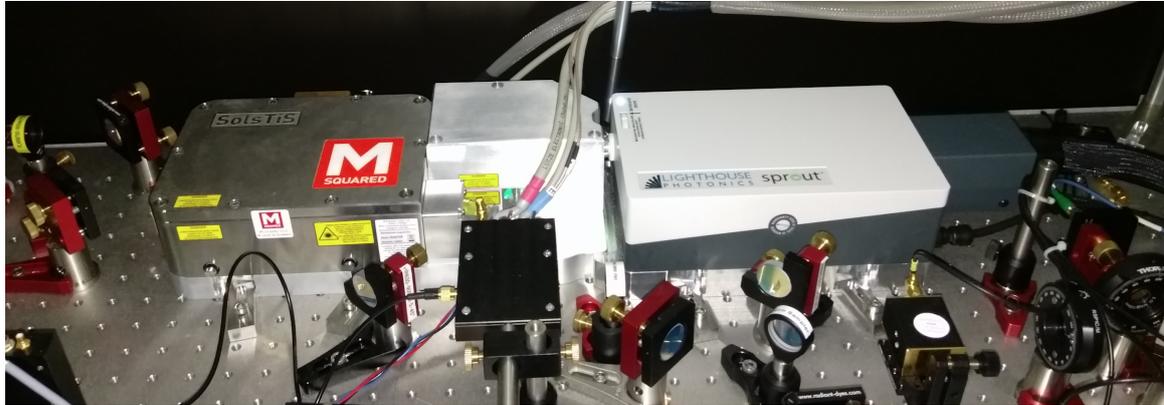


Abbildung 5.1: Gezeigt ist das neue 729 nm Lasersystem. Links: Msquared SolsTiS Laserkopf. Rechts: Lighthouse Sprout-G Frequenzverdoppler auf 532 nm. Dazwischen befindet sich eine Kammer mit Justierspiegeln zur Einkopplung des Pumpstrahls auf den Titan-Saphir Kristall.

Das grüne Laserlicht wird in mehreren Stufen erzeugt, wobei ein Nd:YAG-Laser (Neodym-dotiertes Yttrium-Aluminium-Granat) mittels Diodenlaser bei 808 nm optisch gepumpt wird und Licht bei 1064 nm emittiert. Die Frequenzverdopplung auf 532 nm bewerkstelligt ein nichtlinearer LBO-Kristall (Lithiumtriborat) im Sprout-Laserkopf (Abbildung 5.1 rechts). DPSS-Laser und Frequenzverdoppler befinden sich in getrennten Gehäusen, was eine platzsparende Installation auf dem optischen Tisch erlaubt, wobei das 1064 nm Licht über ein optisches Faserbündel zum Laserkopf transportiert wird. Es ist vorteilhaft, den leistungsstarken DPSS-Laser, wegen der induzierten mechanischen Vibrationen, nicht im sensiblen Bereich des Aufbaus zu platzieren. Zwischen Frequenzverdoppler und Titan-Saphir Laser befindet sich eine Kammer mit Justierspiegeln, mit denen das Pumplicht in den optischen Resonator des SolsTiS eingekoppelt wird. Zusätzlich verfügen SolsTiS und Frequenzverdoppler über Wasserkühlungen, der DPSS-Laser ist luftgekühlt.

Im Folgenden wird der Operationsmodus des SolsTiS erläutert. Alle Funktionen sind über das ICE-Bloc Kontrollgerät mittels angeschlossenen Computer zugänglich. Kernstück des Titan-Saphir Lasers bildet der Ringresonator, welcher schematisch in Abbildung 5.2 gezeigt ist. Zur Frequenzabstimmung stehen drei aktive Elemente zur Verfügung: Ein doppelbrechendes Filter mit dem durch Rotation die optische Weglänge im Ringresonator verändert wird und Grobeinstellungen (0.1 nm) vornimmt. Ein Etalon mit justierbaren Spiegelabständen, welches Feineinstellungen zulässt und eine schmalere spektrale Transmissionsfunktion besitzt, die Einmodenbetrieb ermöglicht. Durch eine aktive Regelung lässt sich das Etalon-Transmissionssignal auf die nächstgelegene Longitudinalmode des

Ringresonators stabilisieren, wonach die spektrale Breite, innerhalb 100 μs , unter 100 kHz liegt.

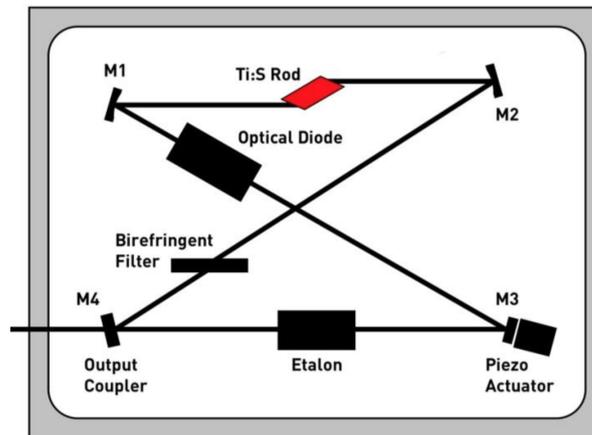


Abbildung 5.2: SolsTiS-Ringresonator mit Titan-Saphir Kristall sowie mehreren frequenzselektiven Elementen [45, S.5].

Drittes Element ist ein mit einem Piezo getriebener dualer Spiegelaktuator (schneller und langsamer Piezo), der als Stellglied für die Regelung auf den Hoch-Finesse-Resonator verwendet wird. In Kapitel 5.4 folgen Details zu den Frequenzbandbreiten dieser Stellglieder. In Tabelle 5.1 sind weitere Spezifikationen des Lasersystems zusammengefasst.

Tabelle 5.1: Technische Spezifikationen von Msquared SolsTiS [59] und Lighthouse Sprout-G [58].

Werkdaten	SolsTiS	Sprout G
Wellenlänge	~ 725 nm bis 875 nm	532 nm
spektrale Breite	< 100 kHz über 100 μs	Multimodenbetrieb
Räumliche Mode	TEM ₀₀	TEM ₀₀
Amplitudenrauschen	< 0.1 % rms über Pump laser	< 0.5 % rms über 24 h
Strahlradius	< 0.4 mm bei $1/e^2$	< 1.2 mm \pm 10% bei $1/e^2$
Strahldivergenz	< 1.5 mrad Halbwinkel	< 0.5 mrad Halbwinkel
Polarisation	horizontal	vertikal (> 100:1)
Ausgangsleistung	4 W bei 15 W Pumpleistung	max. 15 W

5.2 OPTISCHER AUFBAU IN LASERBOX

Das neue Lasersystem wird in das bestehende $^{40}\text{Ca}^+$ -Experiment integriert. Der Aufbau des alten Lasersystems war auf einem optischen Tisch, der bis auf Sichtschutzwände frei im Labor stand, weshalb der Laser akustischen Störsignalen und Temperaturschwankungen im Labor ausgesetzt war. Die Kopplung dieser Rauschquellen an den Laserresonator hat einen störungsfreien Betrieb behindert und teils dazu geführt, dass die Frequenzstabilisierung auf den Hoch-Finesse-Resonator ausfiel. Beim neuen 729 nm Lasersystem soll diese Problematik durch den Einbau des Lasertisches innerhalb einer isolierten Box verhindert werden. Von der sogenannten Laserbox aus wird das Licht zu den Experimenten bzw. zum Hoch-Finesse-Resonator verteilt.

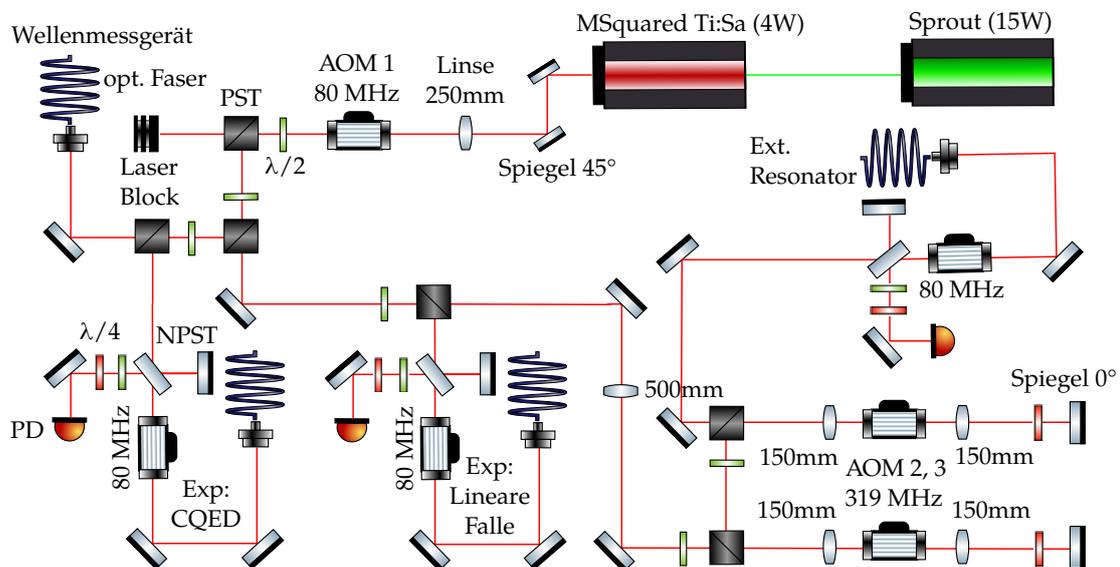


Abbildung 5.3: Schematische Darstellung des Lasertisches, der in einer isolierten Box eingebettet wird. Von hier aus findet die Verteilung des Lichts zum externen Hoch-Finesse-Resonator, und den Experimenten „Lineare Falle“ und „Cavity QED“ statt.

Abbildung 5.3 zeigt eine schematische Darstellung der Optik zur Verteilung des Lichts. Oben rechts sind SolsTiS sowie Sprout-G Frequenzverdoppler dargestellt. Die konvexe Linse (Brennweite 250 mm) am Laserausgang kollimiert den Strahl. Dabei wurden verschiedene Varianten und auch Möglichkeiten mit einem Teleskop aus zwei Linsen ausprobiert, was jedoch zu schlechteren Ergebnissen geführt hatte. Der erste akustooptische Modulator (AOM 1) fungiert als Frequenzregler und ist neben den Piezo-Aktuatoren das dritte Stellglied zur Frequenzstabilisierung auf den Hoch-Finesse-Resonator. Die Treiberfrequenz liegt um 80 MHz, verwendet wird die +1. Ordnung des Laserlichts. Anschließend wird das Laserlicht auf verschiedene Pfade aufgeteilt und über polarisationserhal-

tende Einmodenfasern verteilt. Die Intensitätsverteilung des Lichts wird über polarisierende Strahlteiler (PST) bewerkstelligt. Der Pfad oben links führt zum Wellenmessgerät¹, das die Laserfrequenz mit einer Genauigkeit von 60 MHz bestimmt [60]. Der Pfad direkt unterhalb des SolsTiSs führt zum Hoch-Finesse-Resonator. Dazwischen sind AOM 2 und AOM 3 in Doppelpasskonfiguration eingebaut, welche die Frequenz des Lichts zwischen den Frequenznormalen $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion und Hoch-Finesse-Resonator verschieben [61]. Die zugehörigen AOMs werden in -1. Ordnung bei 319 MHz Treiberfrequenz betrieben und je zweimal durchlaufen. Daraus resultiert eine Frequenzverschiebung von ~ 1.28 GHz. Wie später in Kapitel 5.4 folgt, ist der freie Spektralbereich des Hoch-Finesse-Resonators $\nu_{\text{FSB}} \approx 2$ GHz. Die maximale Verstimmung zwischen dem $4^2\text{S}_{1/2} \rightarrow 3^2\text{D}_{5/2}$ Qubitübergang und der nächst benachbarten TEM_{00} -Gaussmode des Hoch-Finesse-Resonators von ~ 1 GHz ist mit dieser Konfiguration unter Berücksichtigung der Bandbreiten aller Stellglieder überbrückbar. Der Pfad unten in der Mitte führt zum Experiment „Lineare Falle“. Zusätzlich wird über den Pfad unten links das Experiment „Cavity QED“ versorgt, welches keinen eigenen Qubitlaser besitzt. Bis auf den Pfad zum Wellenmessgerät ist vor jeder optischen Faser ein Interferometer zur Kompensation des Faserrauschens verbaut, was im nächsten Abschnitt erläutert wird. Zusätzlich sind vor den Fasereingängen Halb- und Viertelwellenplatten ($\lambda/2$ und $\lambda/4$) zur Einkopplung der richtigen Mode verbaut. Die Einkopplung mit der korrekten Polarisation in die optische Faser ist entscheidend, da dies andernfalls Intensitätsfluktuationen am Faserausgang induziert.

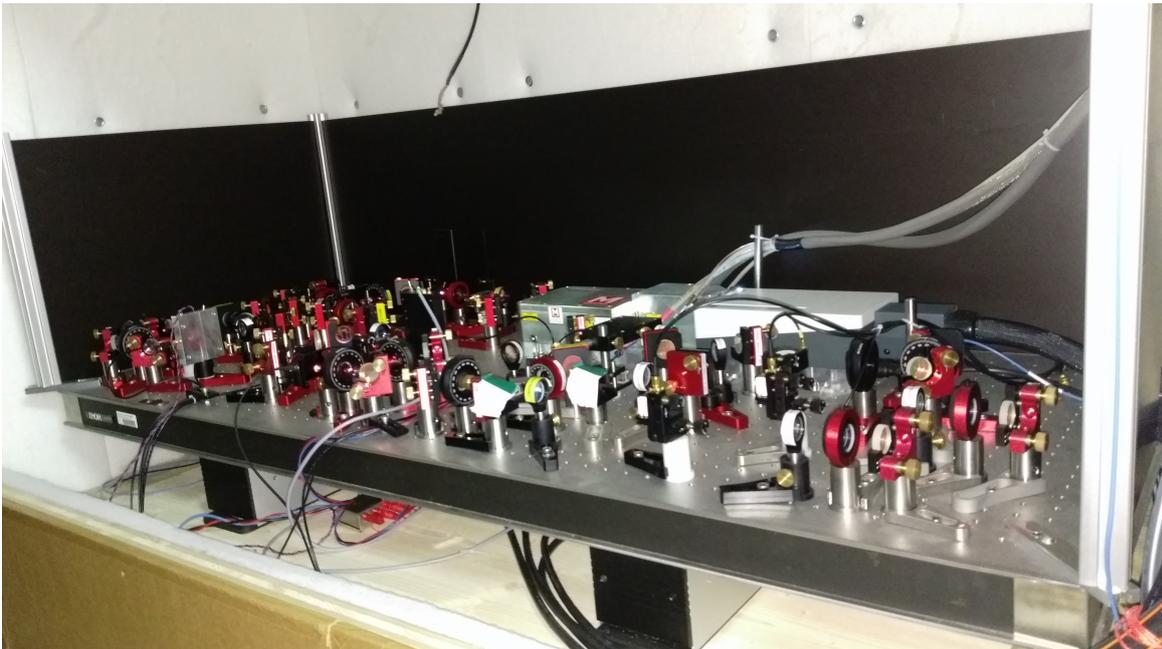


Abbildung 5.4: Aufnahme des Lasertisches innerhalb der isolierten Box (vgl. Schema 5.3).

¹ High Finesse WS 7

Der Lasertisch ist in Abbildung 5.4 gezeigt. Der optische Tisch steht auf zwei aktiven Elementen zur Vibrationskompensation². Die Dämpfung des Systems beginnt ab 1 Hz. Im Bereich von 10 Hz bis 200 Hz beträgt die Unterdrückung mehr als 98.2% [62]. Unter den Elementen befinden sich 500 kg Quarzsand zur zusätzlichen Absorption mechanischer Vibrationen. Der Wandaufbau der Laserbox besteht aus drei Lagen, wobei eine 27 mm dicke Fichtenplatte das tragende Element bildet. Ausserhalb wurden mit Sand gefüllte 15 mm Sandwichplatten aus Wellpappe verbaut, welche durch ihr hohes Gewicht von aussen kommende akustische Störsignale absorbieren. Innerhalb der Box sind 30 mm dicke Fasermatten angebracht, die die Ausbildung einer akustischen Resonanz unterdrücken, wobei eloxierte Aluminiumwände am Rand des Lasertischs eine Beschädigung der Fasermatten durch das Laserlicht verhindern. Die Temperatur der Laserbox wird mit drei Radiatoren³ und einer 150 W Wasserkühlung⁴, bei 18 °C Vorlauftemperatur, stabilisiert. Tabelle 5.2 zeigt Temperaturmessungen an unterschiedlichen Stellen im Labor. Die Aufzeichnungen bestätigen, dass die Temperatur innerhalb der Laserbox stabiler ist, als vergleichsweise auf dem gegenüber liegenden Experimenttisch, der offen im Labor steht. Eine Untersuchung zur Dämpfung akustischer Störsignale innerhalb der Laserbox folgt in Kapitel 6.1.

Tabelle 5.2: Temperaturaufzeichnungen über einen Zeitraum von 8 h (08.00 bis 16.00 Uhr) an unterschiedlichen Orten im Labor: Der Experimenttisch befindet sich gegenüber der Laserbox. Auf dessen einer Seite steht die Experimentbox, welche die Ionenfalle enthält. Innerhalb der Resonatorbox ist der Hoch-Finesse-Resonator zur Frequenzstabilisierung verbaut.

Standort	Mittelwert	Standardabw.	$T_{\max} - T_{\min}$
Experimenttisch	24.98 °C	0.16 K	0.94 K
Laserbox	22.94 °C	0.05 K	0.25 K
Experimentbox	23.81 °C	0.09 K	0.44 K
Resonatorbox	16.78 °C	0.03 K	0.19 K

5.3 LÄNGENSTABILISIERUNG VON OPTISCHEN FASERN

Koppeln äussere Störeinflüsse, wie mechanische Biegung, Temperatur- oder Druckschwankungen in optischen Fasern ein, wird dadurch ein Phasenrauschen auf das Laserlicht moduliert. Typischerweise liegt die zugehörige spektrale Verbreiterung im kHz-Bereich [63]. Die zur Quanteninformationsverarbeitung benötigte spektrale Breite von < 10 Hz kann für Licht, das optische Fasern mit mehreren Metern Länge durchläuft, nicht aufrecht erhalten werden. Das induzierte Phasenrauschen muss kompensiert werden. Im nachfolgenden

² Halcyonics-Vario-60 ³ Innovatek Black ICE GT Xtreme - 480 ⁴ ThermoTek, NanoTherm Industrial 150 W Thermoelectric Chiller

Abschnitt wird eine entsprechende Methode erläutert, die auf einer Phasenregelschleife (engl. „phase-locked loop“) basiert [64].

Die Kompensationsmethode basiert darauf, dass innerhalb einer optischen Faser Nicht-linearitäten vernachlässigt werden können und sich deswegen zwei gegenläufige Strahlen in derselben optischen Faser, unabhängig voneinander ausbreiten und dasselbe Phasenrauschen aufsammeln. Ein Laserstrahl, der hin und zurück durch die Faser propagiert, kann am Fasereingang wieder mit dem ursprünglichen Licht verglichen werden. Dies wird mit einer Schwebungsmessung zwischen Eingangsstrahl und Rückreflex gemacht (vgl. Kapitel 4.7). Gegenüber dem Signal mit einfachem Durchgang besitzt der Rückreflex gerade das doppelte Phasenrauschen. Durch einen Vergleich mit dem ungestörten Signal kann das Phasenrauschen extrahiert werden. Zur elektronischen Verarbeitung und Stabilisierung liegt das Schwebungssignal idealerweise im RF-Bereich. Der zugehörige Frequenzversatz lässt sich mit einem AOM vor der optischen Faser generieren. Aus dem Photodiodensignal wird ein Fehlersignal generiert, das mit einem PID-Regler invertiert und verstärkt wird. Das inverse Rauschen wird mittels AOM auf das Laserlicht moduliert, wobei das Faserrauschen kompensiert wird. Ma et al. [64] verwendeten eine 25 m lange optische Faser und einen frequenzverdoppelten Nd:Yag-Laser bei 532 nm. Ohne Kompensation verbreiterte das Faserrauschen die Linie auf 1.2 kHz, nach der Kompensation lag die Verbreiterung durch die Faser im Submillihertz-Bereich.

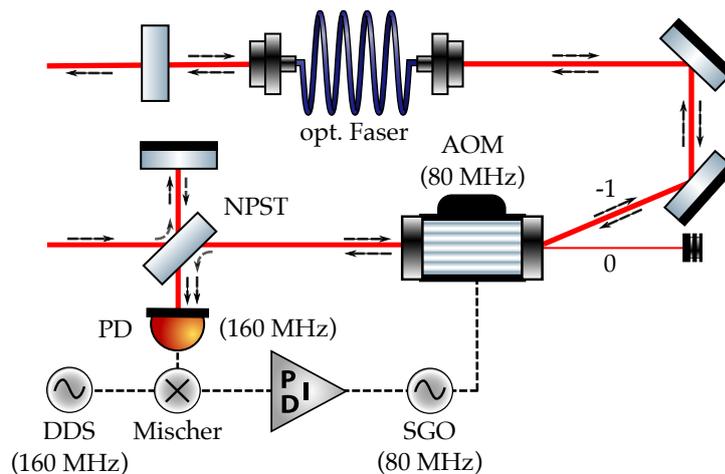


Abbildung 5.5: Optischer Aufbau zur Kompensation des Faserrauschens. Aus der Schwebung zwischen einfallendem und hinter der optischen Faser reflektiertem Laserlicht wird das Rauschen extrahiert. Ein AOM moduliert dessen Inverses auf das Laserlicht und kompensiert es damit.

Der zugehörige optische Aufbau ist aus Abbildung 5.5 ersichtlich. Ein Anteil (<5%) des Eingangsstrahls wird vor dem AOM durch einen nicht polarisierenden Strahlteiler (NPST) abgezweigt und durch Reflexion am Spiegel auf die Photodiode (PD) gelenkt.

Der Rest des Signals passiert AOM und optische Faser. Nach der optischen Faser wird ein Anteil ($< 5\%$) zurück durch die Faser reflektiert. Dies kann über die Endfacette der optischen Faser oder mit einem teildurchlässigen Spiegel (engl. „beam-sampler“) bewerkstelligt werden. Die spannungsgeregelten Oszillatoren (SGO) verlangen je nach Modell AOM-Treiberfrequenzen bei 77.76 MHz⁵ bzw. 80 MHz⁶. Das gemessene Schwebungssignal liegt demnach bei 155.52 MHz bzw. 160 MHz und wird mittels direktem digitalen Synthesizer (DDS) bei der doppelten Frequenz gemischt. Die Differenz beider Signale erzeugt ein Fehlersignal, das einem PID-Regler zugeführt wird. Dessen Ausgang liefert ein Stellsignal und steuert über den SGO die AOM-Treiberfrequenz.

Faserrauschen muss immer dann kompensiert werden, wenn schmalbandiges Laserlicht (< 10 Hz) transportiert wird. Konkret sind das die Lichtpfade zu den Experimenten „Lineare Falle“ und „Cavity QED“, sowie der Pfad zum Hoch-Finesse-Resonator (vgl. Abbildung 5.3). In Kapitel 6.4 wird das Faserrauschen einer 500 m langen optischen Faser zwischen IQOQI⁷ und Institut für Experimentalphysik analysiert.

Neben dem Phasenrauschen werden durch Strahlversatz am Fasereingang und Polarisationsänderungen des Laserlichts Intensitätsfluktuationen nach der Faser induziert. Diese lassen sich mit demselben AOM kompensieren wie das Faserrauschen. Am Faserausgang wird ein Teil des Lichts abgezweigt und mit einer Photodiode aufgezeichnet. Ein PID-Regler⁸ steuert mittels einem spannungsgeregelten Abschwächer (SGA) die Eingangsspannung des AOM's und kompensiert dadurch das Intensitätsrauschen.

5.4 FREQUENZSTABILISIERUNG AUF EXTERNEN RESONATOR

Die Stabilisierung des 729 nm Lasersystems mittels des integrierten Etalons ermöglicht spektrale Breiten von weniger als 100 kHz innerhalb von 100 μ s. Zur Realisierung von Quantengattern mit hoher Güte werden spektrale Breiten von weniger als 10 Hz angestrebt. Der nicht weiter stabilisierte Laser kann diese Anforderungen nicht erfüllen, weshalb ein externer Hoch-Finesse-Resonator als schmalbandige und stabile Referenz zur Frequenzstabilisierung herangezogen wird. Die Grundlagen dazu wurden bereits in Kapitel 4.6 besprochen. Verwendet wird der bestehende Hoch-Finesse-Resonator des Experiments „Lineare Falle“. Nachdem Details zu dessen Aufbau besprochen wurden, folgen Erläuterungen zu Regelkonzept und Inbetriebsetzung der Frequenzstabilisierung.

5.4.1 Details zum bestehenden Hoch-Finesse-Resonator

Der bestehende Hoch-Finesse-Resonator wurde von Michael Chwalla in dessen Doktorarbeit beschrieben [28]. Abstandshalter und Spiegel sind aus ULE-Glas (engl. für „ultra low expansion“) gefertigt, dessen Ausdehnungskoeffizient eine quadratische Tempe-

⁵ Vectron VS-500 Voltage Controlled SAW Oscillator ⁶ Mercury Systems MW500 Voltage Controlled Oscillator ⁷ Institut für Quantenoptik und Quanteninformation ⁸ SRS SIM 960 analog PID controller

raturabhängigkeit besitzt und am Minimum rund 10^{-8} K^{-1} beträgt [65]. Der Resonator ist 77.5 mm lang, woraus $\nu_{\text{FSB}} \approx 2 \text{ GHz}$ resultiert. Die Spiegel wurden optisch kontaktiert und besitzen Krümmungsradien von $\rho = \infty$ und $\rho = 500 \text{ mm}$. Zusätzlich wurden die Spiegelrückseiten mit einer Antireflexschicht vergütet ($< 0.1 \%$), um Etaloneffekte zu verhindern. Nach (Gl. 4.4) hat eine Längenänderung des Resonators eine Frequenzänderung zur Folge, weshalb Temperaturschwankungen zu Frequenzfluktuationen führen $\Delta\nu \propto \Delta T^2$. Die grösste Unempfindlichkeit bezüglich Temperaturfluktuationen wird erreicht, wenn die Ableitung des Ausdehnungskoeffizienten α , nach der Temperatur T , einen Nulldurchgang besitzt. Dies entspricht einem Extremwert des Ausdehnungskoeffizienten, wo der Hoch-Finesse-Resonator betrieben wird. Beim vorliegenden Modell liegt dieser bei $T_0 = 9(12)^\circ\text{C}$. Um die Vakuumkammer befindet sich eine 5 mm Aluminiumkammer mit Heizmatten zur Vorstabilisierung der Temperatur. Zur Isolation vor äusseren Störeinflüssen ist der Resonator innerhalb einer temperaturstabilisierten Vakuumapparatur platziert worden. Die verbleibenden Temperaturschwankungen liegen unter 1 mK. Zudem werden damit optische, elektromagnetische Störfelder abgeschirmt. Glasfenster (engl. „view ports“) sichern den Zugang in die Kammer. CCD-Sensor (engl. „charged coupled device“) und Photodiode zeichnen die Transmissionssignale auf. Analog dem 729 nm Lasersystem liegt der optische Aufbau, welcher sich schematisch an Abbildung 4.7 anlehnt, auf Vibrationsisolationselementen innerhalb einer isolierten Box. Damit soll das System gegen äussere Einflüsse geschützt werden. Die EOM-Treiberfrequenz für die Phasenmodulation, zum Erstellen des PDH-Fehlersignals, ist 11.5 MHz. Mittels CRD-Spektroskopie (engl. für „cavity-ring-down spectroscopy“) wurden die Finesse $\mathcal{F} = 479500(1600)$ und die Resonator-Linienbreite $\Delta\nu = 4034(19) \text{ Hz}$ bestimmt [28]. Die Reflektivität der Spiegel kann daraus mit $0.99999345(3)$ abgeschätzt werden.

5.4.2 Regelkonzept der Frequenzstabilisierung

Als PID-Regler werden zwei Toptica Falc 110 verwendet [66]. Das Modell zeichnet sich durch eine hohe Bandbreite von 10 kHz sowie einer Signalverzögerung von $< 15 \text{ ns}$ aus. Bei 10 MHz ist der Phasenverzug $< \pi/4$ und die Bandbreite des schnellsten Signalpfades erreicht 100 MHz. Abbildung 5.6 zeigt das Regelkonzept. Das Fehlersignal des Hoch-Finesse-Resonators wird aufgeteilt und den invertierenden Eingängen der PID-Regler zugeführt. Falc 110 A steuert den Frequenzregler-AOM (vgl. Abbildung 5.3). Die Grenzfrequenz des Integrators beträgt $f_g = 1.1 \text{ kHz}$. Über den Hauptausgang wird ein Stellsignal für den spannungsgeregelten Oszillator (SGO) erzeugt, der die Treiberfrequenz des AOM's vorgibt. Die Bandbreite des SGO's liegt bei mehreren 100 MHz. Der Frequenzregler-AOM ist das schnellste der drei Stellglieder. Falc 110 B regelt den schnellen Piezo des SolsTiS-Ringresonators ($f_g = 2.4 \text{ kHz}$). Maximaler Frequenzhub ist $\pm 40 \text{ MHz}$. Neben dem Hauptausgang gibt es einen Ausgang für den unlimitierten Integrator (engl. „unlimited integrator“), welcher das Stellsignal für den langsamen Piezo ($f_g = 2 \text{ kHz}$) liefert und

Driftraten der Laserfrequenz kompensiert. Dessen Regelbandbreite beträgt 25 GHz mit einer Sensitivität von 2.5 GHz/V. Die Spannung des schnellen Piezos wird auf 0 V gehalten, weshalb Driftraten der Laserfrequenz lediglich mit dem langsamen Piezo kompensiert werden. Eine Charakterisierung von Frequenzregler-AOM und langsamem Piezo folgt in Kapitel 6.3. Tabelle 5.3 fasst die Einstellungen der PID-Regler, beim Verfassen dieser Masterarbeit, zusammen.

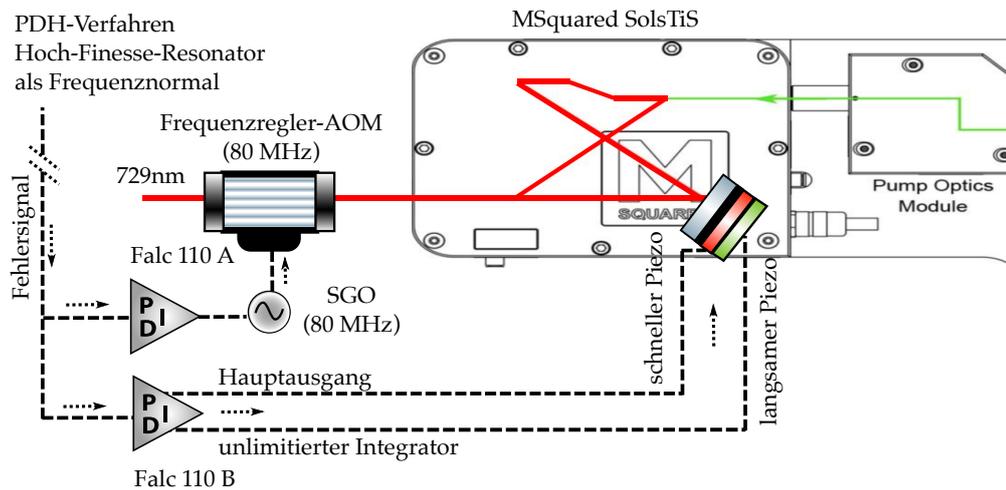


Abbildung 5.6: Regelkonzept zur Frequenzstabilisierung des 729 nm Lasersystems [45]. Das Fehlersignal wurde mit dem PDH-Verfahren erstellt, wobei ein externer Hoch-Finesse-Resonator als Frequenznormal verwendet wurde. Stellglieder sind der Frequenzregler-AOM sowie ein mittels Piezo getriebener dualer Spiegelaktuator.

Tabelle 5.3: PID-Regler Einstellungen zur Frequenzstabilisierung auf den Hoch-Finesse-Resonator. Details zu den Parametern sind in [66, S.150 ff.] enthalten.

	Falc 110 A Frequenzregler-AOM	Falc 110 B Dual-Piezo
2 Input Offset Range Selector	1, 2	1, 2
5 Slow Limited Integrator Adjust	3	2
6 Unlimited Integrator Speed Selector	ausser Betrieb	1, 2
9 Unl. Int. Polarity / Output Range Selector	ausser Betrieb	1
10 Fast Limited Differentiator Adjust	7	6, 7
11 Fast Limited Integrator Adjust	3	1
12 Extra Slow Limited Integrator Adjust	6	1

5.4.3 Inbetriebsetzung der Frequenzstabilisierung

Zum Aktivieren der Frequenzstabilisierung auf den Hoch-Finesse-Resonator schiebt man die Wellenlänge des Solstis auf den Wert 729.14740(25) nm des Wellenmessgeräts. Dieser Frequenzwert ergibt sich aus der Summe aller AOMs zwischen Wellenmessgerät und Hoch-Finesse-Resonator und ist auf die korrekte Longitudinalmode zur Spektroskopie am $4^2S_{1/2} \rightarrow 3^2D_{5/2}$ Qubitübergang konfiguriert. Als erstes wird beim Solstis-Kontrollprogramm über das doppelbrechende Filter („Target λ “) die Wellenlänge auf 0.1 nm genau eingestellt. Mit dem Etalon („Etalon tune“) nimmt man danach Feineinstellungen der Laserfrequenz vor und aktiviert dessen Regelkreis, bevor man den langsamen Piezo („Resonator coarse and fine“) manuell solange durchstimmt, bis die TEM₀₀-Gaussmode am CCD-Monitor erscheint.

CHARAKTERISIERUNG DES 729 NM LASERSYSTEMS

Im vorliegenden Kapitel werden die Messergebnisse zur Analyse des 729 nm Lasersystems präsentiert. Angefangen mit einer Untersuchung zur akustischen Dämmung der Laserbox (Kapitel 6.1), folgt eine Analyse des Intensitätsrauschens, wobei ein Vergleich zwischen altem und neuem Laser hergestellt wird (Kapitel 6.2). Der darauffolgende Abschnitt über die Frequenzstabilisierung beinhaltet Messungen zu Regelparametern und Bandbreiten der Stellglieder. Zudem werden Schritte zur Optimierung des Fehlersignals erläutert (Kapitel 6.3). Danach wird die optische Verbindung zwischen Universität und IQOQI analysiert (Kapitel 6.4), bevor ein Frequenzvergleich dreier 729 nm Laser vorgenommen wird. Letzteres erlaubt die Bestimmung von spektraler Breite und Frequenzinstabilität. Im Weiteren ist es möglich, basierend auf den Schwebungsmessungen, das Phasenrauschen der Laser zu messen (Kapitel 6.5).

6.1 AKUSTIKUNTERSUCHUNGEN

Hauptargument für den Einbau der Laserbox ist das Einkoppeln akustischer Störsignale auf den Laser. Störquellen sind hauptsächlich die Klimaanlage und Personen im Labor. Dies induziert eine spektrale Verbreiterung sowie Intensitätsfluktuationen auf dem Laserlicht. Zudem besteht während Experimenten das Risiko, dass die Frequenzstabilisierung auf Grund dieser Störsignale ausfällt. Das Rauschen wird nachstehend mit akustischen Messungen charakterisiert.

Hierzu wird ein Mikrofon¹ verwendet, dessen -3 dB^2 Bandbreite bei 20 kHz liegt. Aufgezeichnet wird das Mikrophonsignal mittels Audio-Analysator³. Das Untergrundrauschen des Messgeräts zwischen 10 kHz und 50 kHz liegt bei unter -140 dB . Untersucht wurden die Frequenzbereiche 0-25 kHz sowie 0-1.65 kHz, wobei letzterer der besseren Auflösung niedriger Frequenzen dient. Zur Verlängerung der Aufnahmezeit wird über vier Aufnahmen gemittelt. Gemessen wurde innerhalb und direkt ausserhalb der Laserbox. Abbildung 6.1 enthält die spektralen Leistungsdichten der gemessenen akustischen Signale. Die Amplitude ist in Dezibel-Milliwatt gemäss $L_p(\text{dBm}) = 10 \log_{10}(P/\text{mW})$ ange-

¹ BSWA Technology Ltd. Model MP206 ² Leistungspegel $L_p(\text{dB}) = 10 \log_{10}(P)$ ³ SRS Audio-Analyzer Model SR1

geben. Zwischen 1 kHz und 3 kHz unterdrückt die Box akustische Störsignale um 30 dB. Von 3 kHz bis 15 kHz ist die Unterdrückung noch 20 dB. Bei höheren Frequenzen wird in b) im Fall „Box innen“ das Untergrundrauschen vom Messgerät erreicht, was an der abgeflachten Kurve erkennbar ist. Für eine bessere Auflösung im hohen Frequenzbereich könnte der Schallpegel mittels Lautsprechern erhöht werden. Eine ähnliche Messung wird in Kapitel 6.3 zur Analyse des PDH-Fehlersignals gemacht.

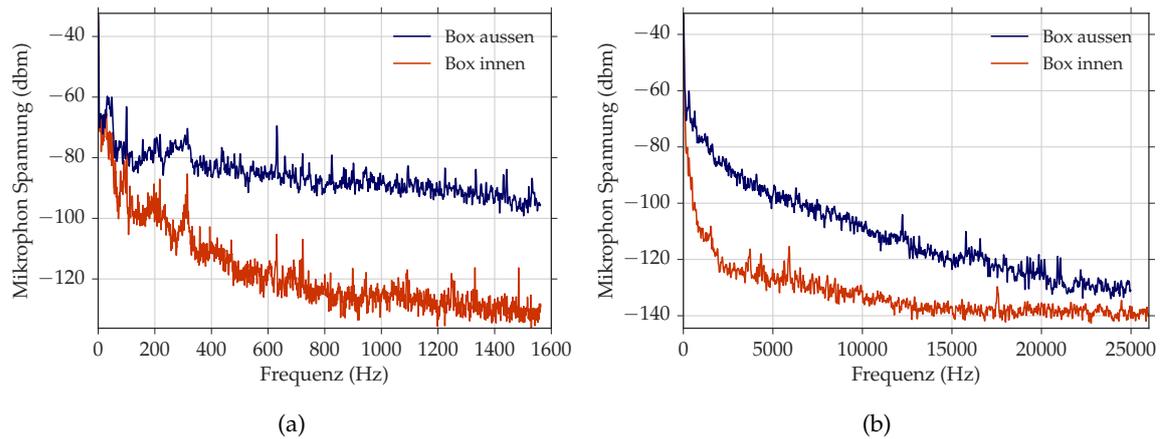


Abbildung 6.1: Analyse der Akustik. Die spektralen Leistungsdichten wurden mit Mikrophon und Audio-Analysator innerhalb und ausserhalb der Laserbox aufgenommen. Frequenzbereiche und Auflösung sind: a) 0-1.65 kHz mit 0.49 Hz; b) 0-25 kHz mit 15.63 Hz. Gemittelt wurde über 4 Aufnahmen.

Diese Ergebnisse bestätigen eine Reduzierung der akustischen Störsignale für das 729 nm Lasersystem. Zudem wurde bei Experimenten am $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion beobachtet, dass die Frequenzstabilisierung auf Grund der Laborakustik nicht mehr ausfällt.

6.2 CHARAKTERISIERUNG DES INTENSITÄTSRAUSCHENS

Intensitätsfluktuation des Laserlichts führen zu fehlerbehafteten Quantengattern, da die Rabi-Frequenz von der Lichtintensität abhängig ist (Gl. 3.8). Folglich induzieren solche Fluktuationen Fehler in der Pulsfläche (Gl. 3.15) und resultieren in einer Unter- bzw. Überrotation bei der Implementierung von Quantengattern. Intensitätsrauschen kann verschiedene Ursachen haben. Variiert man beispielsweise die Treiberfrequenz eines AOM's, kann der Strahlversatz des Laserlichts eine Fasereinkopplung verändern und so an deren Ausgang Intensitätsfluktuationen induzieren (vgl. Kapitel 6.3.3). Weiters ist eine Faser sensitiv auf Polarisationsänderungen, was bei der Einkopplung der falschen Polarisationsrichtung, oder nicht hinreichend linear polarisiertem Licht, ebenfalls Intensitätsfluktuationen zur Folge hat.

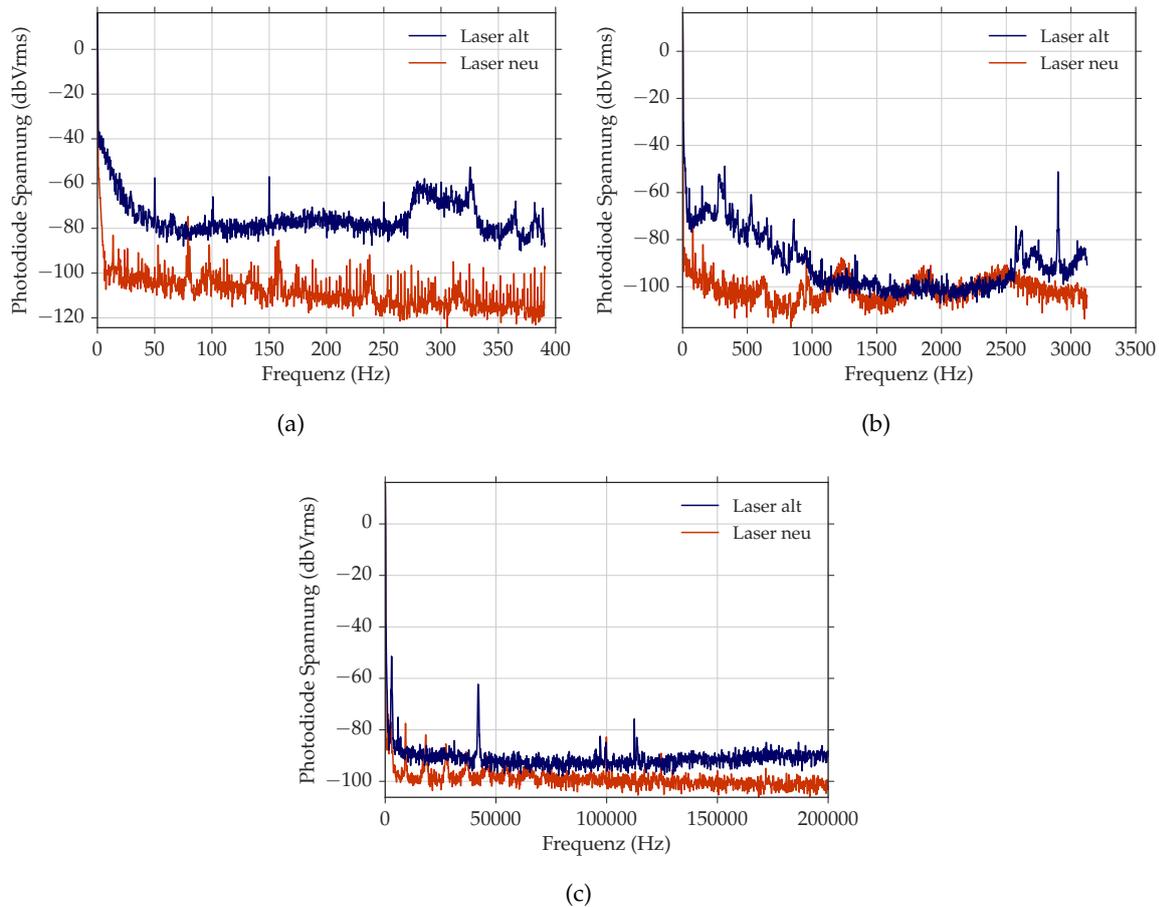


Abbildung 6.2: Vergleich des Intensitätsrauschens von altem und neuem 729 nm Lasersystem, aufgenommen mit Photodiode und Spektrum-Analysator, nahe am Laserausgang. Frequenzbereiche und Auflösung der gezeigten spektralen Leistungsdichten sind: a) 0-390 Hz mit 0.12 Hz; b) 0-3.1 kHz mit 0.98 Hz; c) 0-200 kHz mit 62.5 Hz. Gemittelt wurde über 4 Aufnahmen.

Zudem kann mechanische Instabilität beim Laser derartiges Rauschen mit sich bringen. Es folgt daher ein Vergleich des Intensitätsrauschens zwischen altem Coherent und neuem SolsTiS 729 nm Lasersystem. Damit durch optische Fasern induzierte Fluktuationen nicht miteinbezogen werden, wird das Licht möglichst nahe an der Laserauskopplung abgezweigt und mittels Photodiode aufgezeichnet. Die Grenzfrequenz der schnellen Photodioden liegen im GHz-Bereich. Die Laserfrequenz ist hingegen rund 411 THz, weshalb ausschliesslich die Intensität des Lichts aufgenommen wird und daher eine Charakterisierung des zugehörigen Rauschens erlaubt.

Zur Messung wurden beide Laser auf das Etalon stabilisiert. Das Photodiodensignal wird mit dem Audio-Analysator gemessen. Dessen Grenzfrequenz liegt bei 200 kHz. Abbildung 6.2 zeigt die spektralen Leistungsdichten für drei verschiedene Bereiche. Die Amplitudeneinheit ist dBVrms gemäss $0 \text{ dBV} = 1 \text{ V}$ des Photodiodensignals und dem Effektivwert⁴ $\text{dBVrms} = \text{dBV}/\sqrt{2}$. Bis 500 Hz beträgt die Reduktion des Intensitätsrauschens beim neuen Laser rund 20 dB gegenüber dem alten. Bis 2.5 kHz liegen beide ungefähr gleich auf. Zwischen 4 kHz und 200 kHz ist die Reduktion zwischen 5 dB und 10 dB.

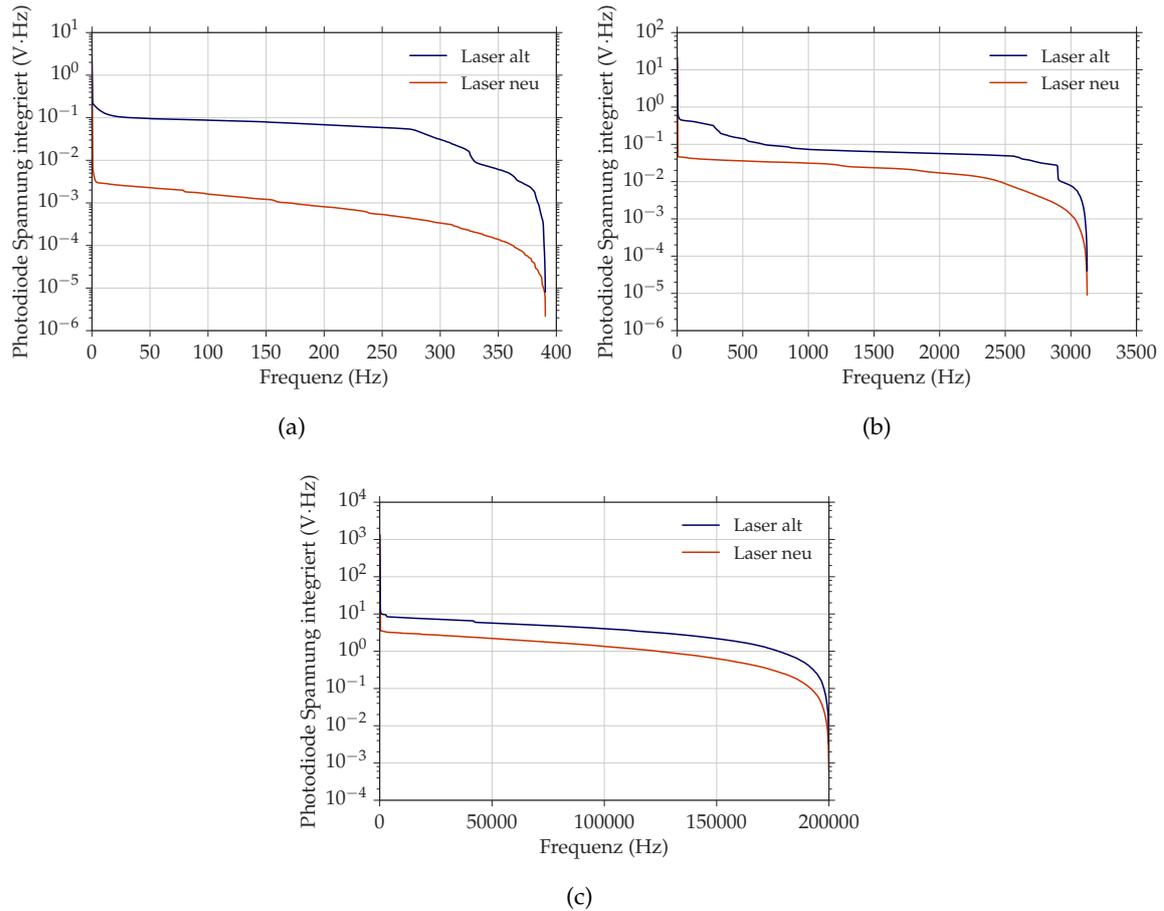


Abbildung 6.3: Gezeigt sind die integrierten spektralen Leistungsdichten des Intensitätsrauschens aus Abbildung 6.2. Verglichen werden alter Coherent- und neuer SolTiS-Laser. Aufsummiert wurde jeweils von der bestimmten Frequenz bis zur oberen Grenze des Frequenzspektrums.

⁴ Quadratischer Mittelwert (engl. rms für „root mean square“) einer Sinuswelle $\sqrt{\int_0^{2\pi} \sin^2(t) dt} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

In Abbildung 6.3 sind zusätzlich die integrierten spektralen Leistungsdichten dargestellt. Dazu wurden die logarithmischen Amplitudenwerte in die lineare Photodiodenspannung umgewandelt: $P(V) = \sqrt{2} \cdot 10^{L_P(\text{dBV}_{\text{rms}})/20}$. Das Integral berechnet sich aus der Summe des Produkts von Amplitudenwerten und Frequenzabständen. Aufsummiert wurde vom jeweils betrachteten Frequenzpunkt bis zur Grenzfrequenz. Eine Senkung im integrierten Spektrum korrespondiert mit einer spektralen Überhöhung im nicht integrierten Spektrum. Das integrierte Intensitätsrauschen des SolsTiS ist stets etwa eine halbe Größenordnung niedriger als jenes des Coherent-Lasers.

Der Vergleich bestätigt eine Reduktion des Intensitätsrauschens mit dem neuen 729 nm Lasersystem. Neben Magnetfeldfluktuationen, Frequenz- und Phasenrauschen sind Intensitätsfluktuationen eine der Hauptfehlerquellen bei Experimenten am $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion. Aus diesem Grund wird in Kapitel 7 für die Simulation der Fehlerraten ein zu Abbildung 6.2 d) analoges Spektrum verwendet. Hierbei wird die Photodiode am Experimenttisch platziert, der für die Quantengatter repräsentativ ist. Damit werden auch Polarisationsabweichungen oder Strahlversatz und dergleichen im Intensitätsrauschen enthalten sein. Im Weiteren wurde mit dem Oszilloskop ein 20 ms Photodiodensignal am Experimenttisch aufgenommen. Die relativen Intensitätsfluktuationen dieses Photodiodensignals liegen unter 7×10^{-5} .

6.3 ANALYSE DER FREQUENZSTABILISIERUNG

Konzept und Realisierung der Frequenzstabilisierung wurden bereits in den Kapiteln 4.6 und 5.4 behandelt. In diesem Abschnitt erfolgt eine Analyse der Frequenzstabilisierung. Dazu wird das Fehlersignal innerhalb der Regelschleife untersucht. Erläutert werden verschiedene Schritte, mit denen die Regelung optimiert wurde. Im zweiten Teil folgt eine Bestimmung des Frequenzhubs der Stellglieder langsamer Piezo und Frequenzregler-AOM. Im Gegensatz zum schnellen Piezo dient der langsame Piezo der Kompensation des Frequenzdriftens. Der schnelle Piezo wird auf 0 V Spannung gehalten und gleicht ausschliesslich hochfrequentes Rauschen aus. Darüber hinaus erzeugt die Frequenzänderung beim Frequenzregler-AOM einen Strahlversatz des Laserlichts. Die dadurch induzierten Intensitätsfluktuationen auf dem Experimenttisch werden im letzten Abschnitt diskutiert.

6.3.1 Optimierung des Fehlersignals

Störeinflüsse auf dem Laserlicht sollen durch die Frequenzstabilisierung ausgeregelt werden. Je grösser diese Störeinflüsse sind, desto grösser muss auch die Verstärkung beim PID-Regler der Frequenzstabilisierung sein. Gleichzeitig wird jedoch das elektronische Rauschen auf dem Fehlersignal mit verstärkt, was wiederum negativen Einfluss auf die spektrale Breite und das Phasenrauschen des 729 nm Laserlichts nimmt. Ziel ist es daher, die bestimmenden elektronischen Rauschquellen auf dem Fehlersignal zu identifi-

zieren und so weit als möglich zu eliminieren. Diesbezüglich wurden mehrere Schritte unternommen, das Fehlersignal zu optimieren. Einer davon bestand darin die komplette Elektronik auf demselben Massepotential anzuschliessen. Andernfalls entstehen Masse-schleifen, die eine 50 Hz Modulation auf elektrischen Signalen induzieren können. Diese Modulation des Fehlersignals wirkt sich direkt auf die Laserfrequenz aus.

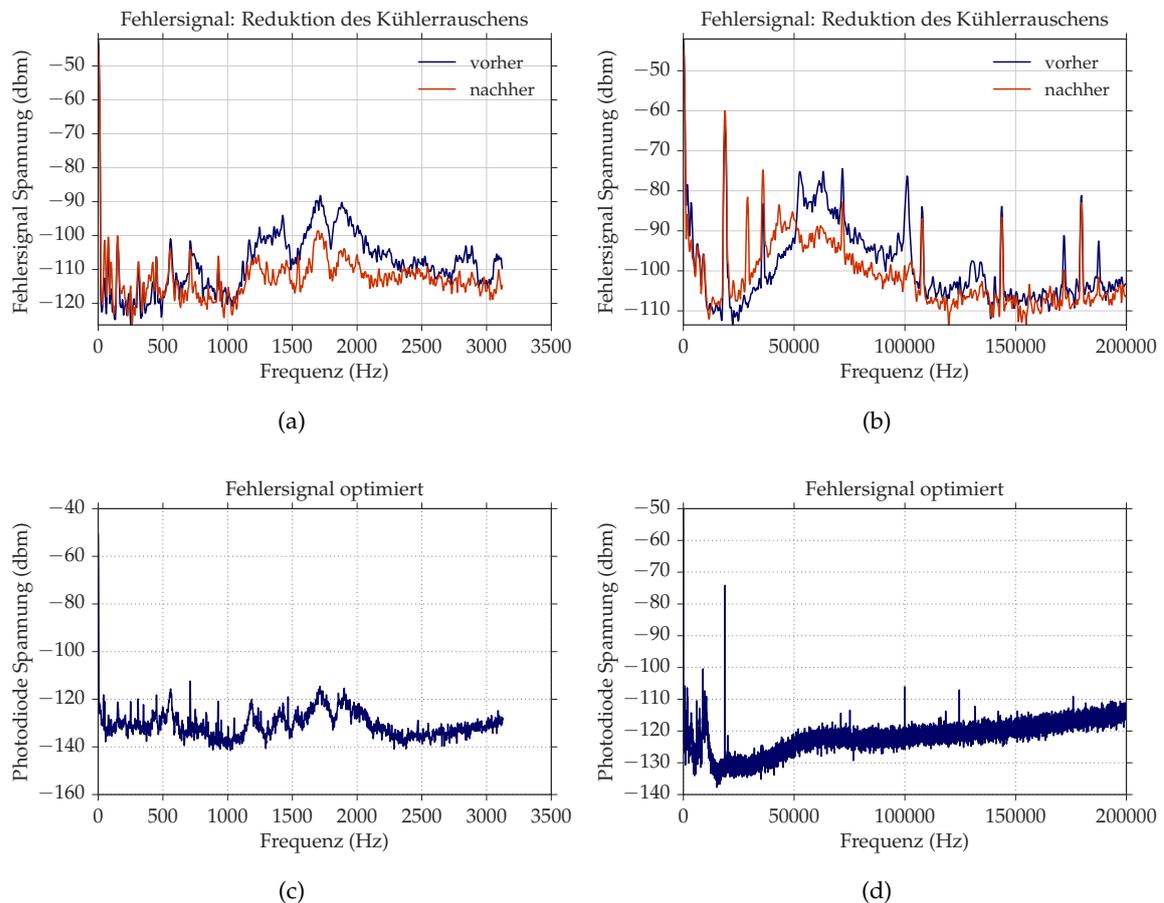


Abbildung 6.4: Spektrale Leistungsdichten des PDH-Fehlersignals für zwei Frequenzbereiche. a), b) zeigen die Reduktion des SolsTiS-Kühlerrauschens. Vorher und Nachher beziehen sich auf die Verlängerung der Kühlleitung von 5 m auf über 60 m. c), d) beinhalten das optimierte Fehlersignal nach Einbau neuer RF-Verstärker und Anpassung der Regelparameter. Frequenzbereiche und Auflösung sind: a) 0-3.1 kHz mit 3.9 Hz; b) 0-200 kHz mit 250 Hz; c) 0-3.1 kHz mit 0.98 Hz; d) 0-200 kHz mit 7.8 Hz. Gemittelt wurde jeweils über 5 Aufnahmen.

Die Kühlgeräte von SolsTiS, Sprout-G und Laserbox mussten beim Platzieren in ein neues Regal, temporär ausgeschaltet werden. Dabei hat sich das Rauschen des Fehlersignals

sprunghaft verbessert. Eine Untersuchung hat ergeben, dass das 150 W SolsTiS-Kühlgerät akustische Störsignale mittels Kühlwasser an den Laserkopf übertragen hat.

Diese Störungen konnten gedämpft werden, in dem die Kühlleitung von 5 m auf über 60 m verlängert wurde. Die Abbildungen 6.5 a), b) vergleichen die spektralen Leistungsdichten des Fehlersignals vor und nach der Verlängerung. Aufgenommen wurden zwei Frequenzintervalle 0-3.1 kHz und 0-200 kHz, welche als repräsentativ angesehen wurden. Die Dämpfung liegt in einigen Bereichen bei bis zu 10 dB. Beim Ausschalten des SolsTiS-Kühlgeräts reduziert sich das Rauschen immer noch um 10 dB. Daher ist anzunehmen, dass der Einbau eines rauschärmeren Kühlgeräts die Situation weiter verbessern würde. Die Spektrallinie bei 18 kHz wird darüber hinaus vom Etalon des SolsTiS induziert.

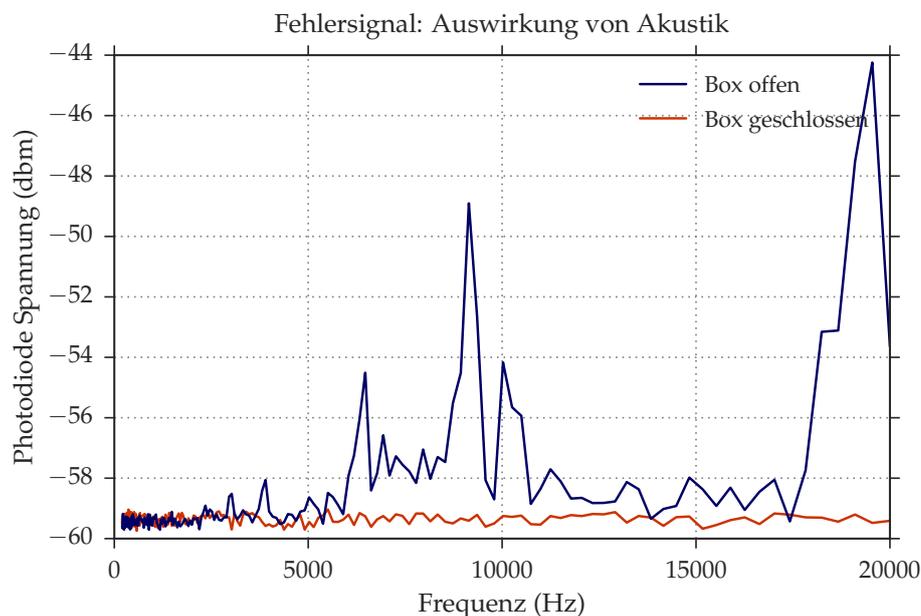


Abbildung 6.5: Akustische Übertragungsfunktion von Lautsprecher zu Fehlersignal. Die Frequenzabstände betragen ~ 430 Hz. Abgebildet ist die spektrale Leistungsdichte, die auf der jeweils erzeugten Frequenz gemessen wurde.

Des Weiteren wurden die RF-Verstärker aus eigener Produktion durch Mini-Circuits-Verstärker⁵ ausgetauscht und zusätzlich die Regelparameter angepasst. In den Abbildungen 6.4 c), d) sind die optimierten Spektren abgebildet. Die Verbesserung gegenüber der alten Situation ist deutlich. Bis auf wenige Spektrallinien liegt das Rauschen stets unterhalb -110 dBm. Wird ferner die Verstärkung an einem der PID-Regler erhöht, wird eine Überhöhung im Spektrum bei 70 kHz von rund -100 dBm induziert. Bei einer kleineren Verstärkung, wie im gezeigten Fall, ist ein stetiger Anstieg des Spektrums ab 100 kHz zu

⁵ Modell: ZHL-1-2W-S

verzeichnen. Dessen Rauschniveau liegt jedoch stets unterhalb -110 dBm, weshalb diese Einstellung gewählt wurde. In Kapitel 7 wird das Spektrum aus Abbildung 6.5 d) zur Simulation der Fehlerrate von Quantengattern herangezogen.

Im Folgenden wird die Diskussion aus Abschnitt 6.1 um eine Analyse des Einflusses der akustischen Störquellen auf das Fehlersignal ergänzt. Mit Lautsprechern und Audio-Analysator lässt sich dieser Einfluss frequenzabhängig analysieren. Hierbei wird das Fehlersignal auf der mittels Lautsprechern ausgegebenen Frequenz gemessen. Die Übertragungsfunktion, zwischen 0 kHz und 20 kHz, ist in Abbildung 6.5 festgehalten. Untersucht werden die zwei Fälle „Box offen“ und „Box geschlossen“. Koppeln die akustischen Störsignale resonant an ein mechanisches Element im Laseraufbau, kann dies auf das Laserlicht übertragen werden. Im Fall offener Laserbox treten vermehrt Überhöhungen im Frequenzspektrum auf, die im Fall geschlossener Laserbox stark unterdrückt sind. Dies bestätigt wiederum, dass die Laserbox eine stabilere Arbeitsumgebung für den Laser schafft.

6.3.2 Charakterisierung der Stellglieder

Es folgt eine Analyse zu den Stellgliedern langsamer Piezo und Frequenzregler-AOM. Aufgezeichnet werden die Frequenzwerte über einen Zeitraum von knapp zwei Tagen. Währenddessen war das Licht des 729 nm Lasersystems permanent auf den Hoch-Finesse-Resonator stabilisiert. Ziel war es, Auskunft über die Regelbandbreiten zu erhalten.

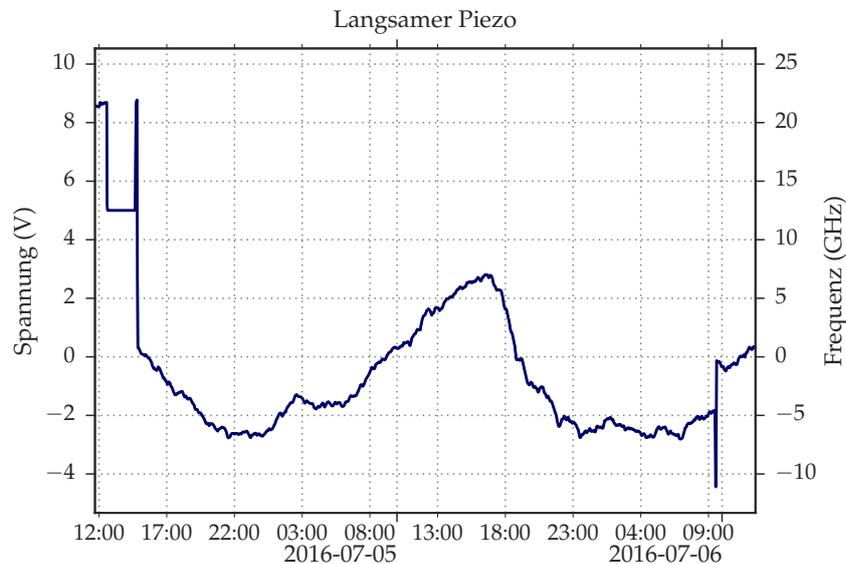


Abbildung 6.6: Spannungsverlauf des langsamen Piezos im SolsTiS. Die beiden vertikalen Sprünge indizieren Anfang und Ende einer Frequenzstabilisierung auf den Hoch-Finesse-Resonator. 1 V Spannungsänderung entsprechen einem Frequenzhub von 1.5 GHz.

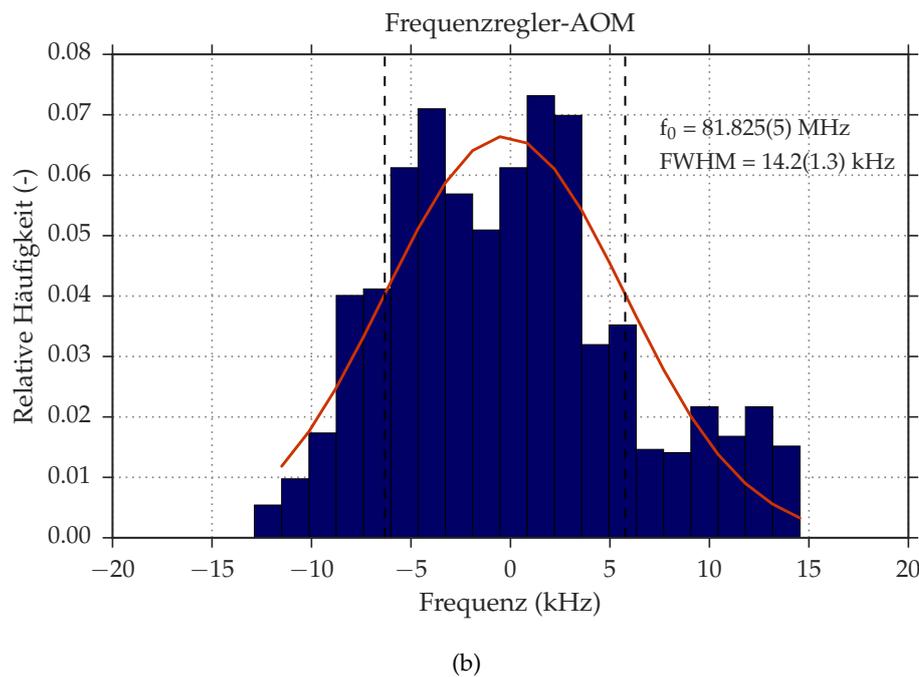
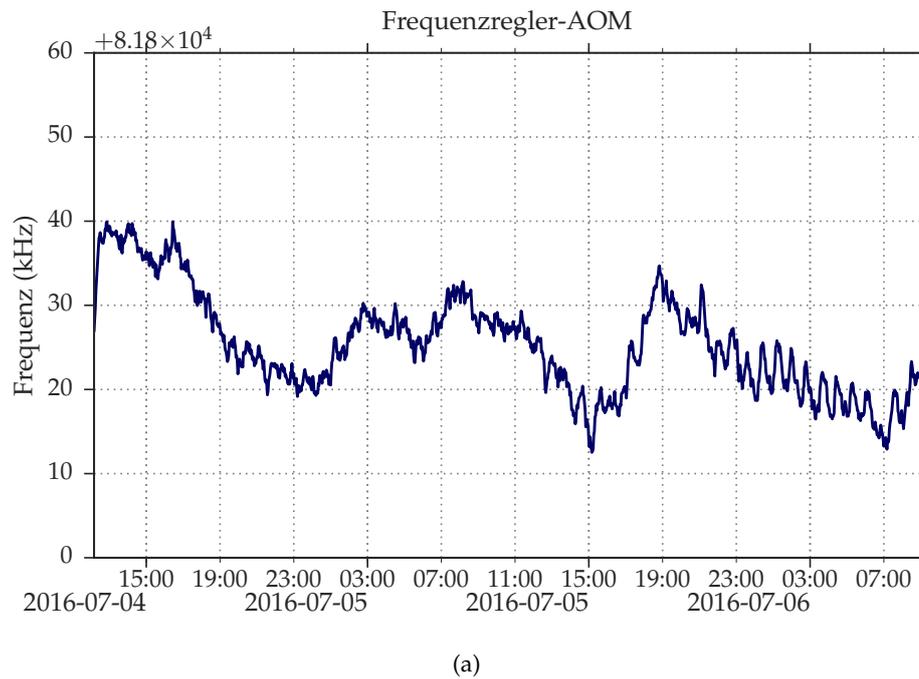


Abbildung 6.7: a) Spannungsverlauf des Frequenzregler-AOM's während einer Stabilisierung auf den Hoch-Finesse-Resonator. b) Histogramm der Frequenzwerte inklusive Fit einer Gauss-Verteilung (Gl. 4.24).

In Abbildung 6.6 ist das Regelverhalten des langsamen Piezos gezeigt. Über den SolsTiS konnten die Spannungswerte ausgelesen werden. Eine Änderung von 1 V hat einen Frequenzhub von 1.5 GHz zur Folge. Maximaler Regelhub ist 25 GHz. Die beiden vertikalen Frequenzsprünge, am Anfang und Ende, grenzen den Zeitraum der Frequenzstabilisierung auf den Hoch-Finesse-Resonator ein. Begonnen wurde bei 0 V. Vom Minimum zum Maximum beträgt die Frequenzdifferenz über beide Tage rund 15 GHz. Der Frequenzverlauf ändert dabei mehrmals seine Richtung.

Analog wird der Frequenzregler-AOM charakterisiert. Die Frequenzänderungen werden vom Ausgangssignal des spannungsgeregelten Oszillators (SGO), welcher die Treiberfrequenz des AOM's vorgibt, aufgezeichnet. Als Messgerät wird ein Frequenzzähler⁶ verwendet. Die Aufnahmezeit pro Messpunkt beträgt eine Sekunde, so dass Frequenzgenauigkeiten im Hertz-Bereich aufgelöst werden können. Abbildung 6.7 a) veranschaulicht den Frequenzverlauf. Es handelt sich um die gleiche Messperiode wie beim langsamen Piezo. Die gemessene Frequenzbandbreite liegt unter 27.5 kHz. Analog wie beim langsamen Piezo vollzieht der Frequenzverlauf auch hier mehrere Richtungsänderungen. In Abbildung 6.7 ist zudem ein Histogramm der Frequenzwerte gezeigt. Die Halbwertsbreite einer Gauss-Verteilung (Gl. 4.24) beträgt 14.2(1.3) kHz. Der Mittelwert liegt bei 81.825(5) MHz. Der SGO hat eine Bandbreite von mehreren MHz, die dieser Analyse zur Folge nicht benötigt werden. Es wird daher angenommen, dass mit einem schmalbandigeren SGO sensitivere Frequenzänderungen möglich sind, so dass das Regelverhalten des Frequenzregler-AOM's verbessert werden würde.

6.3.3 Der Effekt der Frequenzstabilisierung auf die Lichtintensität

Die Variation der Treiberfrequenz des AOM's induziert einen Strahlversatz des Laserlichts infolge der Frequenzstabilisierung. Dies kann die Einkopplungseffizienz in eine optische Faser verändern. Hierzu wird die Lichtintensität auf dem Experimenttisch in Abhängigkeit der Treiberfrequenz untersucht. Dazu wird das Spannungssignal einer Photodiode am Faserausgang aufgenommen und gegen die Treiberfrequenz des AOM's aufgetragen. Die Frequenz lässt sich am SGO von Hand durchstimmen. Abbildung 6.8 zeigt den Verlauf der Lichtintensität in Abhängigkeit der Treiberfrequenz, welcher infolge des Strahlversatzes zustande kommt. Die Kurve folgt im Bereich des Maximums einer Gauss-Verteilung, was auf die Leistungsdichte der TEM₀₀-Gaussmode des Laserlichts zurück zu führen ist. Die Mittenfrequenz liegt bei 82.83(1) MHz. Auf diesen Wert wird der SGO zur Optimierung der Effizienz eingestellt. Die Halbwertsbreite der Intensität beträgt 4.65(6) MHz. Mit den Parametern der Gauss-Verteilung kann die, innerhalb der oben bestimmten Frequenzbandbreite von 27.5 kHz, induzierte Intensitätsfluktuation abgeschätzt werden, woraus relative Fluktuationen unter 8×10^{-5} resultieren.

⁶ TTI TF930 3 GHz counter

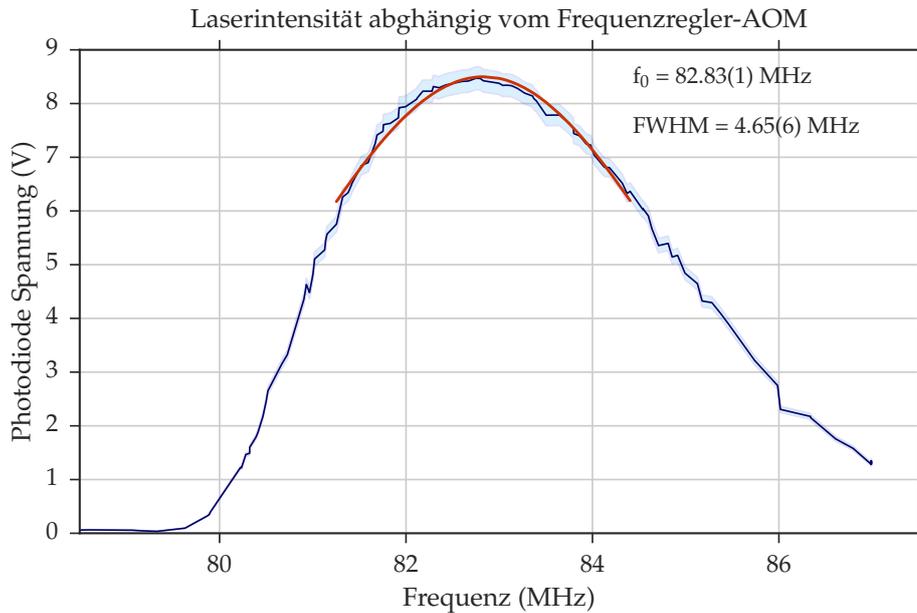


Abbildung 6.8: Die Lichtintensität am Experimenttisch in Abhängigkeit der Treiberfrequenz des Frequenzregler-AOM's. Der gaussförmige Intensitätsverlauf im Bereich des Maximums rührt vom Strahlprofil der TEM₀₀-Gaussmode her (vgl. Abbildung 4.3).

6.4 KOMPENSATION DES FASERRAUSCHENS ZWISCHEN MEHREREN GEBÄUDEN

Zur Bestimmung von spektraler Breite und Frequenzinstabilität des 729 nm Lasersystems im nächsten Abschnitt, wird eine Dreispitzmessung (vgl. Kapitel 4.8) durchgeführt, welche ein Frequenzvergleich dreier 729 nm Lasersysteme verlangt. Neben dem in dieser Arbeit aufgebauten Laser des Experiments „Lineare Falle“ (ab jetzt LINEAR), wird jener vom SQIP⁷ verwendet, welcher ebenfalls im Hauptlabor des Universitätsgebäudes liegt. Der dritte Laser steht im Labor 1 des IQOQI und gehört dem ^{40/43}Ca⁺ Quantensimulations-Experiment an. Die beiden Gebäude liegen ca. 150 m auseinander und werden durch zwei 500 m lange polarisationserhaltende Einzelmodenfasern⁸ verbunden. Transportiert werden soll schmalbandiges Laserlicht <10 Hz. Bevor mit dem Frequenzvergleich gestartet wird, muss demnach eine Analyse sowie die Kompensation des Faserrauschens durchgeführt werden.

Diesbezüglich wird nun das Faserrauschen der optischen Verbindung LINEAR-IQOQI charakterisiert. Details zur Methode sind Kapitel 5.3 zu entnehmen. Auf eine aktive Intensitätsstabilisierung wurde weiters verzichtet. Die Polarisation beim Einkoppeln in die

⁷ SQIP: „Scalable Quantum Information Processing“ ist ein ⁴⁰Ca⁺/⁸⁸Sr⁺ Ionenfallen-Experiment im Hauptlabor des Universitätsgebäudes ⁸ PM Faser 630-780 nm, Artikel S&Y-PMF-633-B1

Faser wird hingegen mittels Viertel- und Halbwellenplättchen, sowie einem Polarimeter als Hilfsmittel, korrekt eingestellt. Die maximal gemessene Kopplungseffizienz liegt zwischen 15 % und 20 %.

Abbildung 6.4 a) beschreibt das Faserrauschen im Fall LINEAR-IQOQI. Die Halbwertsbreite der Lorentz-Verteilung ist 136(2) Hz. Zusätzlich gibt es Nebenmaxima. Im Verlauf von 10s variieren die Positionen der spektralen Überhöhungen im kHz-Bereich. Abbildung 6.4 b) zeigt das Schwebungssignal nach Kompensation des Faserrauschens. Das 155.6 MHz Schwebungssignal ist dafür mittels Lokaloszillator auf 1 kHz herunter gemischt worden, um eine Messung mit dem Audio-Analysator, bei einer Frequenzauflösung von 15 mHz, zu ermöglichen. Die Halbwertsbreite der Lorentz-Verteilung (Gl. 4.22) wird zu 31.2(1.5) mHz bestimmt und ist damit immer noch durch die Auflösung des Messgeräts limitiert. Für die optische Faser SQIP-IQOQI wurde die spektrale Breite des Schwebungssignal im kompensierten Fall mit dem Spektrum-Analysator⁹ bei 1 Hz Auflösung untersucht. Die spektrale Breite der Schwebung war dabei ebenfalls durch das Messgerät limitiert. Im Hinblick auf den Frequenzvergleich im nächsten Kapitel induzieren somit beide optischen Fasern nur eine vernachlässigbar geringe spektrale Verbreiterung.

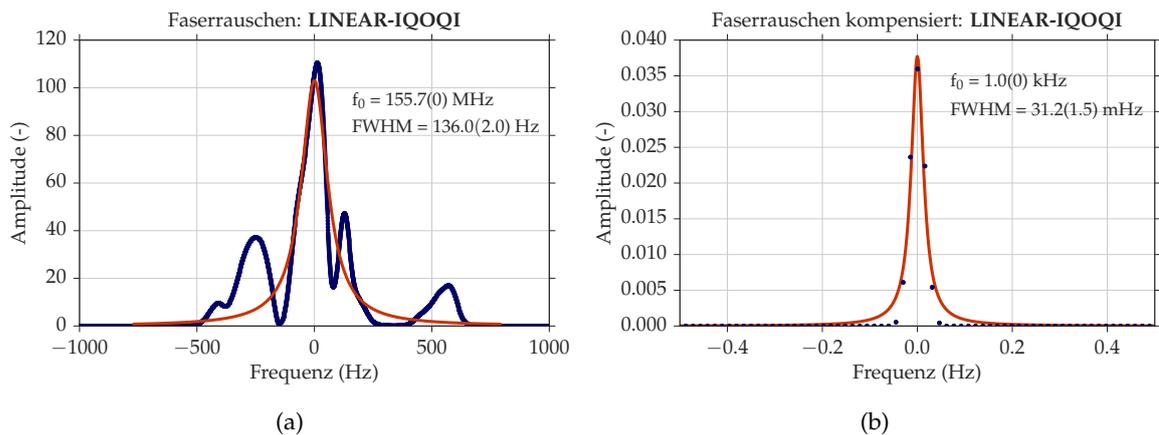


Abbildung 6.9: Schwebungssignal des Faserrauschens zwischen Universität und IQOQI bei einer Faserlänge von 500 m. a) Faserrauschen gemessen mit dem Spektrum-Analysator. In b) wurde das Schwebungssignal des kompensierten Faserrauschens auf 1 kHz gemischt und mit dem Audio-Analysator bei 15 mHz Auflösung gemessen. Beide Fits sind Lorentz-Verteilungen (Gl. 4.22).

6.5 FREQUENZVERGLEICH VON DREI LASERN

Der $4^2S_{1/2}(m = -1/2) \rightarrow 3^2D_{5/2}(m = -1/2)$ Qubitübergang im $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion lässt sich durch die Kopplung mit resonantem 729 nm Laserlicht treiben (vgl. Kapitel 3.3). Anre-

⁹ Rhode & Schwarz Spectrum Analyzer 9 kHz bis 13.6 GHz

gungswahrscheinlichkeit sowie Anzahl ausführbarer Quantengatter sind massgeblich von der Kohärenzzeit des Laserlichts abhängig. Eine hohe Kohärenzzeit bedeutet eine schmale spektrale Breite sowie niedrige Frequenzinstabilität. Die spektrale Breite induziert zudem Phasenrauschen, was eine fehlerhafte Rotationsachse bei der Implementierung von Quantengattern zur Folge hat. Neben den bereits besprochenen Intensitätsfluktuation erhöhen diese systematischen Effekte die Fehlerrate des Quantencomputers.

In den letzten Jahren wurden bereits Lasersysteme mit spektraler Breite < 100 mHz sowie relativen Driftraten von $< 5 \times 10^{-19} \text{ s}^{-1}$ demonstriert [11, 67]. Im vorliegenden Abschnitt wird die Methode der Dreispitzmessung aus Kapitel 4.8 angewandt, um drei 729 nm Lasersysteme bezüglich spektraler Breite und Frequenzinstabilität zu untersuchen. Die Kombination dreier Schwebungssignale erlaubt eine Charakterisierung der einzelnen Laser. Verwendet werden 729 nm Lasersysteme der Experimente LINEAR, SQIP und IQOQI. Tabelle 6.1 fasst deren Eckdaten zusammen.

LINEAR und IQOQI besitzen beide den gleichen Hoch-Finesse-Resonator, wobei IQOQI einen Coherent 899 Titan-Saphir Laser hat [44]. Das SQIP-Experiment setzt auf einen Toptica TA pro Diodenlaser [42]. Dessen Frequenzstabilisierung erfolgt in zwei Schritten über Medium-Finesse- und Hoch-Finesse-Resonator. Material der Abstandshalter ist in allen drei Fällen ULE-Glas. Die Hoch-Finesse-Resonatoren von LINEAR und IQOQI sind 50 % länger als der von SQIP, was die niedrigere Resonator-Linienbreite (Gl. 4.8) erklärt. Die Finesse (Gl. 4.7) wird massgeblich durch die Spiegelbeschichtungen bestimmt.

Tabelle 6.1: Aufgelistet sind Spezifikationen zu Lasersystem und Hoch-Finesse-Resonator der Experimente LINEAR [28], SQIP [42] und IQOQI [44].

	LINEAR	SQIP	IQOQI
729 nm Lasersystem	Titan-Saphir	Diodenlaser	Titan-Saphir
Fabrikat / Typ	M2 SolsTiS	Toptica TA pro	Coherent 899
Resonatorlänge	77.5 mm	50 mm	77.5 mm
Freier Spektralbereich	~ 2 GHz	~ 3 GHz	~ 2 GHz
Resonator-Linienbreite	4034(19) Hz	12350.1(3) Hz	4698(4) Hz
Resonator-Finesse	479500(1600)	242742(6)	411540(350)

Der optische Aufbau für den Frequenzvergleich befindet sich auf dem Lasertisch im IQOQI Labor 1 und ist in Abbildung 6.10 gezeigt. Mittels nicht polarisierenden Strahlteilern (NPST) werden die Strahlen räumlich überlagert und mittels Photodioden (PD) aufgezeichnet. Zusätzlich verfügt jeder Pfad über ein Halbwellenplättchen ($\lambda/2$) zur Drehung der Polarisation, womit das Schwebungssignal optimiert werden kann. Verwendet werden Photodioden mit einer Grenzfrequenz von 1 GHz. Die Strahlordnungen der AOM's zur Kompensation des Faserrauschens sind so gewählt, dass die Schwebungssignale un-

terhalb dieser Grenzfrequenz zu liegen kommen (AOM: LINEAR -1. Ordnung, SQIP +1. Ordnung). Die gemessenen Schwebungsfrequenzen sind: LINEAR-IQOQI 155.9 MHz, LINEAR-SQIP 484.9 MHz und IQOQI-SQIP 329.0 MHz. Der rechtwinklig angeordnete Spiegel im SQIP Pfad erzeugt ein Rückreflex zur Kompensation des Faserrauschens.

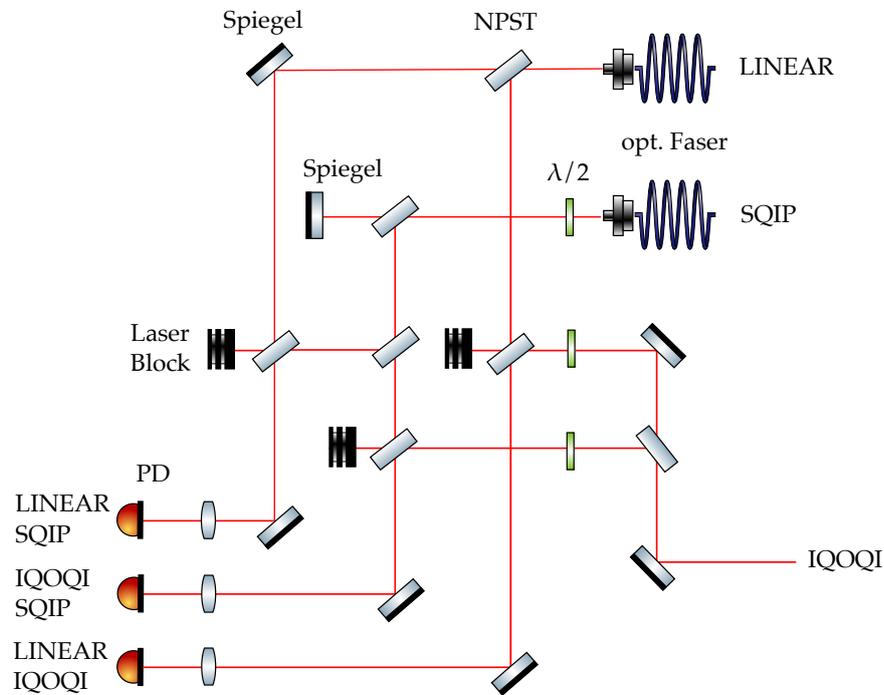


Abbildung 6.10: Optischer Aufbau zum Frequenzvergleich dreier 729 nm Lasersysteme der Experimente LINEAR, SQIP und IQOQI.

6.5.1 Bestimmung der spektralen Breite

Zu Beginn soll die spektrale Breite der Laser bestimmt werden. Hierzu werden die Schwebungssignale mit dem Spektrum-Analysator aufgezeichnet. Mittelungszeit ist 4 s, Bandbreite 1 kHz und Frequenzauflösung 1 Hz. Da die Spektrallinien zwischen 5 Hz und 10 Hz breit sind, ist die Auflösung hinreichend. Zur Erhöhung der Messzeit werden jeweils sechs Spektren hintereinander aufgenommen und deren spektrale Breiten gemittelt. Nach der Diskussion in Kapitel 4.7 folgt die spektrale Breite für hochfrequentes Rauschen näherungsweise einer Lorentz-Verteilung (Gl. 4.22), welche in diesem Fall eine gute Beschreibung der Spektrallinien liefert.

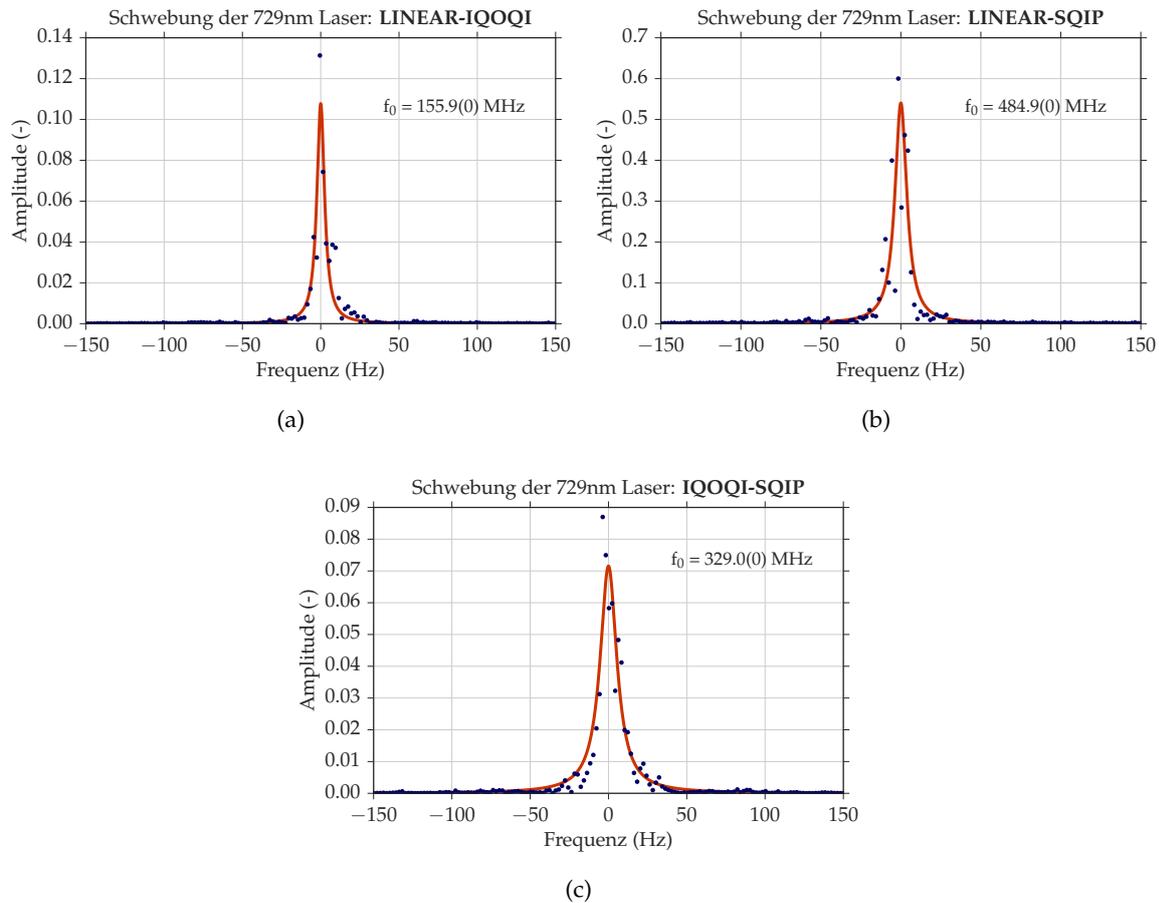


Abbildung 6.11: Schwebungssignale aller drei Laserpaare, aufgenommen mit dem Spektrumanalysator: Mittelungszeit 4 s, Bandbreite 1 kHz und Auflösung 1 Hz. Die über sechs solche, aufeinander folgende Aufnahmen gemittelten FWHM der Lorentz-Verteilungen (Gl. 4.22) sind in Tabelle 6.2 zusammengefasst.

Abbildung 6.11 veranschaulicht jeweils eine der sechs Aufnahmen pro Laserpaar. Die über sechs solche Aufnahmen gemittelten spektralen Breiten sind in Tabelle 6.2 zusammengefasst. LINEAR und IQOQI zeigen ähnliche Ergebnisse, was auf den gleichen Hoch-Finesse-Resonator und ähnliche Lasersysteme zurück zu führen ist. Die spektrale Breite beim SQIP-Laser liegt um einen Faktor zwei höher. Der Grund dafür wird im kürzeren Resonator und dem damit einhergehenden höheren thermischen Rauschlimit vermutet. Die zur Quanteninformationsverarbeitung geforderte spektrale Breite von < 10 Hz, für Kohärenzzeiten > 100 ms, wird in allen drei Fällen erfüllt (vgl. Kapitel 3.6).

Tabelle 6.2: Links: Spektrale Breiten der drei Laserpaare. Die Halbwertsbreite einer Lorentz-Verteilung (Gl. 4.22) wurde über sechs aufeinander folgende Aufnahmen gemittelt. Rechts: Mittels Dreispitzmessung (Gl. 4.26) konnte die spektrale Breite der einzelnen Laser abgeschätzt werden.

Laserpaar	$\Delta\nu_{\text{FWHM}}$	Laser	$\Delta\nu_{\text{FWHM}}$
LINEAR-IQOQI	6.9(3) Hz	LINEAR	3.6(4) Hz
LINEAR-SQIP	10.2(6) Hz	SQIP	6.7(4) Hz
IQOQI-SQIP	10.0(5) Hz	IQOQI	3.4(4) Hz

6.5.2 Bestimmung der Frequenzinstabilität

Neben der spektralen Breite, die Thema des letzten Abschnitts war, spielen Fluktuationen und Driften der Mittenfrequenz eine wichtige Rolle. Man spricht von Frequenzinstabilität. Als Maß hierfür wird die Allan-Abweichung (Gl. 4.11) herangezogen. Diesbezüglich werden die Frequenzen aller drei Laserpaare gleichzeitig gemessen. Störquellen lassen sich so direkt einem der Laser zuschreiben. Untersucht werden zwei Zeitbereiche mit unterschiedlichen Messzeiten pro Frequenzwert: 1) bis 5 s mit 200 μs 2) bis 2000 s mit 50 ms.

Für kurze Mittelungszeiten wird ein 5 s Zeitsignal mit dem Oszilloskop¹⁰ bei 10 MS/s Auflösung aufgenommen. Hierzu werden die Schwebungssignale der Laserpaare mit einem Lokaloszillator auf 250 kHz ($T = 4 \mu\text{s}$) gemischt. Daraus resultieren 40 Messpunkte pro Periode. Zur Berechnung der Allan-Abweichung wird eine Frequenzliste in konstanten Zeitschritten benötigt. Diesbezüglich wird die Zeitspur des Oszilloskops in 200 μs lange Abschnitte, je 50 Perioden, unterteilt und die Frequenz ν über einen Fit der Funktion $y = A \sin(2\pi\nu t + \phi) + B$ bestimmt. Der Hoch-Finesse-Resonator unterliegt auf Grund von Alterungsprozessen im ULE-Glas einer linearen Drift der longitudinalen Modenfrequenz. Diese wird von den ermittelten Frequenzwerten bei der Analyse abgezogen.

In Abbildung 6.12 a) ist die Allan-Abweichung aller drei Laserpaare abgebildet. Bis hin zu Mittelungszeiten von rund 50 ms nimmt die Allan-Abweichung im doppelt-logarithmischen Diagramm näherungsweise linear mit Steigung -1/2 ab. Als Vergleich wurde Schrotrauschen (Gl. 4.12) eingezeichnet. Mögliche Ursachen für Abweichungen davon sind Rauschquellen in der Regelelektronik, Temperaturfluktuationen oder akustische bzw. mechanische Störsignale. Bei Mittelungszeiten von mehr als 50 ms wird das untere Rauschlimit erreicht. Die Kurven flachen ab, was auf die Limitierung durch einen systematischen Effekt hindeutet.

¹⁰ Waverunner 610Zi

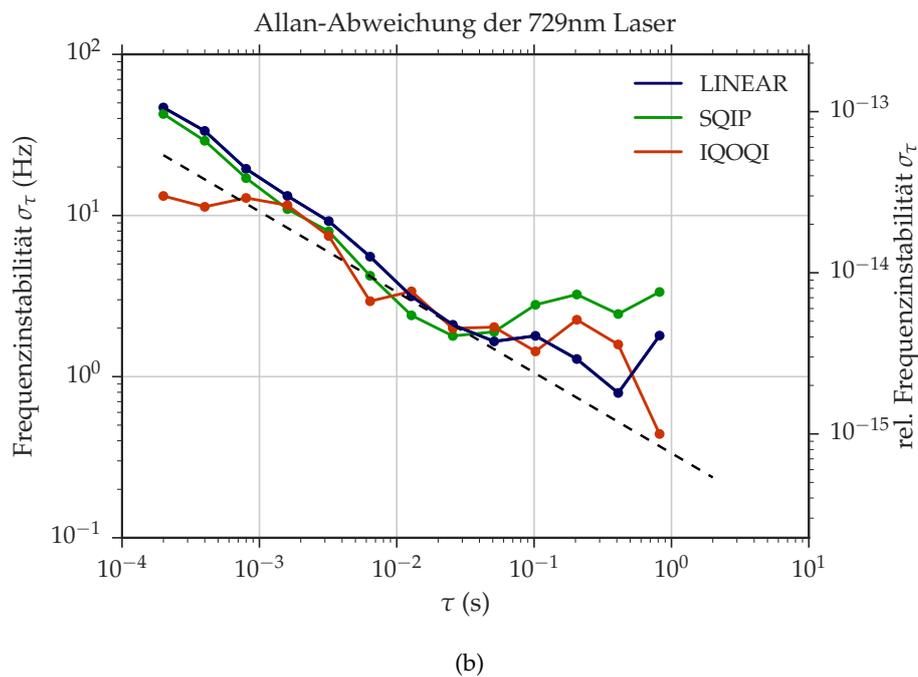
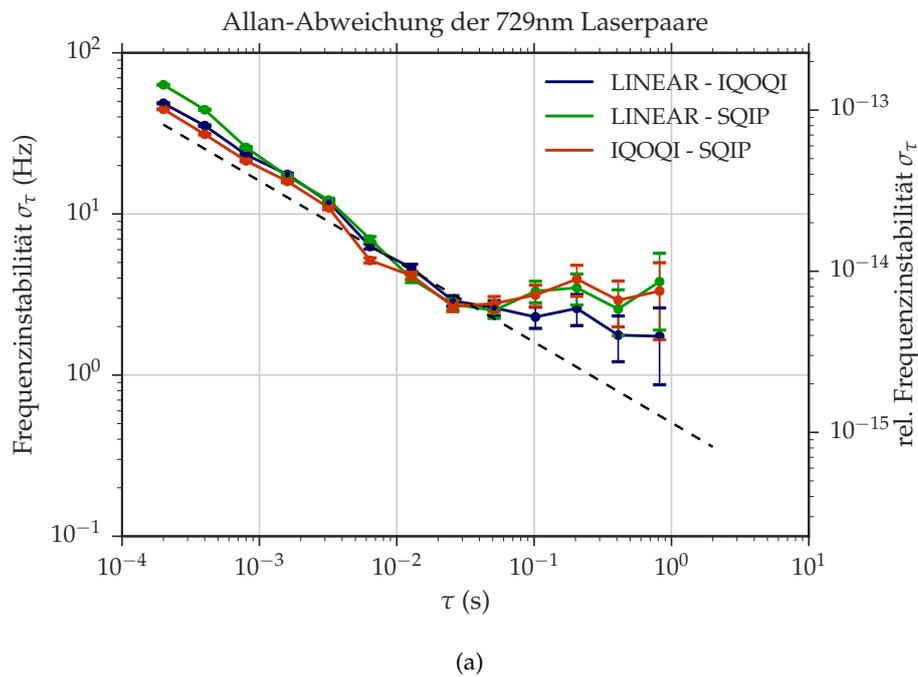


Abbildung 6.12: a) Allan-Abweichungen (Gl. 4.11) der Frequenzdifferenzen bezüglich absoluter und relativer Frequenzinstabilität. Die Zeitspuren wurden mit dem Oszilloskop aufgenommen, wobei die Messzeiten der daraus bestimmten Frequenzwerte $200 \mu\text{s}$ betragen. b) Die Anwendung der Dreispitzmessung (Gl. 4.27) erlaubt eine Bestimmung der Allan-Abweichung aller einzelnen Laserfrequenzen. Die gestrichelte Linie stellt Schrotrauschen (Gl. 4.12), mit $\Delta\nu = 5.1 \text{ Hz}$ bei 10 ms , dar.

Abbildung 6.12 b) zeigt die Allan-Abweichung der einzelnen Laser, welche mittels Dreispitzmessung (Gl. 4.27) ermittelt wurde. Der SQIP-Laser besitzt eine höhere Frequenzstabilität im Vergleich zu LINEAR und IQOQI, was wiederum durch den kürzeren Hoch-Finesse-Resonator verursacht wird. In Tabelle 6.3 wurden die Frequenzinstabilitäten bei einer Mittelungszeit von 400 ms zusammengefasst und mit den im Nachfolgenden besprochenen Frequenzählerdaten der 2000 s Langzeitmessung aus Abbildung 6.13 verglichen. Bei LINEAR und IQOQI liegen die Mittelwerte der Frequenzinstabilitäten im gegenseitigen Fehlerbereich. Beim SQIP-Laser beträgt die Abweichung der Mittelwerte rund 5σ . Die Analyse des kurzen Zeitbereichs ist bei Experimenten am $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion von Bedeutung, da die Rabitzzeit der Quantengatter im Bereich von 10 μs liegt und Gattersequenzen einige Millisekunden dauern können.

Tabelle 6.3: Vergleich der Frequenzinstabilitäten bei 400 ms Mittelungszeit zwischen den 5 s Oszilloskop-Daten und den 2000 s Frequenzähler-Daten.

Laserpaar	$\sigma_{5\text{s}}(400\text{ ms})$	$\sigma_{2000\text{s}}(400\text{ ms})$
LINEAR	0.8(3.2) Hz	1.3(7) Hz
SQIP	2.4(1.0) Hz	7.6(1) Hz
IQOQI	1.6(1.6) Hz	1.0(8) Hz

Mit einem Frequenzähler¹¹ wurde eine Langzeitmessung über 2000 s durchgeführt. Messzeit pro Frequenzwert war 50 ms. Hieraus können Informationen über langsames Frequenzdriften gewonnen werden. Beispiel für eine langsame Drift ist der Alterungsprozess des Hoch-Finesse-Resonators. Dieser folgt einem linearen Verlauf und wird den Messdaten abgezogen.

Tabelle 6.4: Driftraten der Laserpaare bestimmt aus den Frequenzähler Messdaten.

Laserpaar	Driftrate
LINEAR-IQOQI	39(1) mHz/s
LINEAR-SQIP	522(2) mHz/s
IQOQI-SQIP	478(2) mHz/s

In Tabelle 6.4 sind die gemessenen Driftraten vermerkt. Die Schwebung LINEAR-IQOQI liegt im Bereich von 40 mHz/s, was einer relativen Driftrate von $9.8 \times 10^{-17} \text{ s}^{-1}$ entspricht. Vergleiche mit anderen ULE-Glas Resonatoren bestätigen dieses Ergebnis [68]. Dies ist jedoch mehr als zwei Größenordnungen über der eingangs erwähnten Driftrate in [67], die mittels eines Silizium-Einkristall Resonators demonstriert wurde.

¹¹ Menlo-Systems FXM50

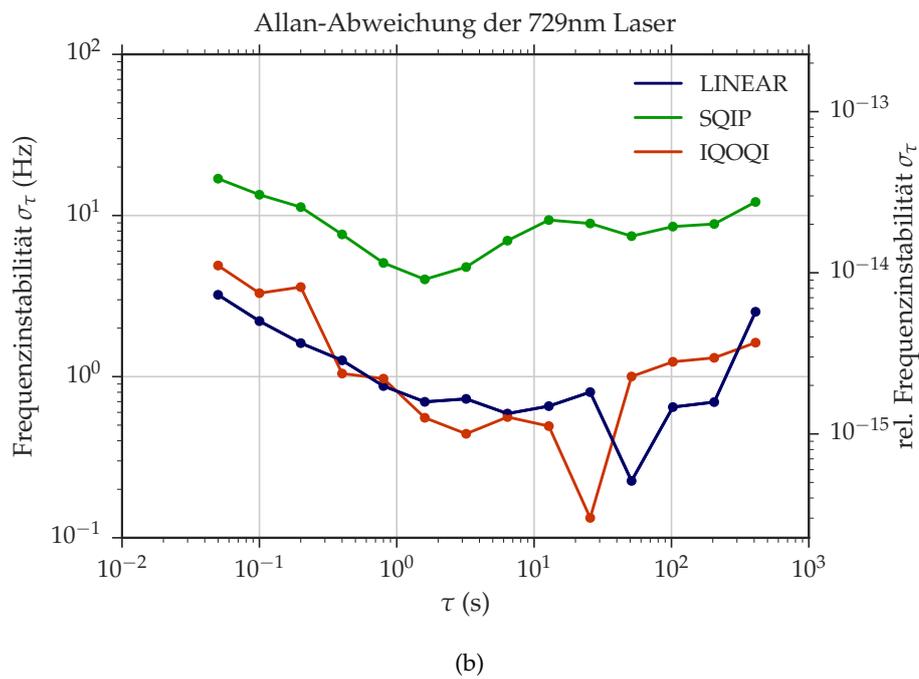
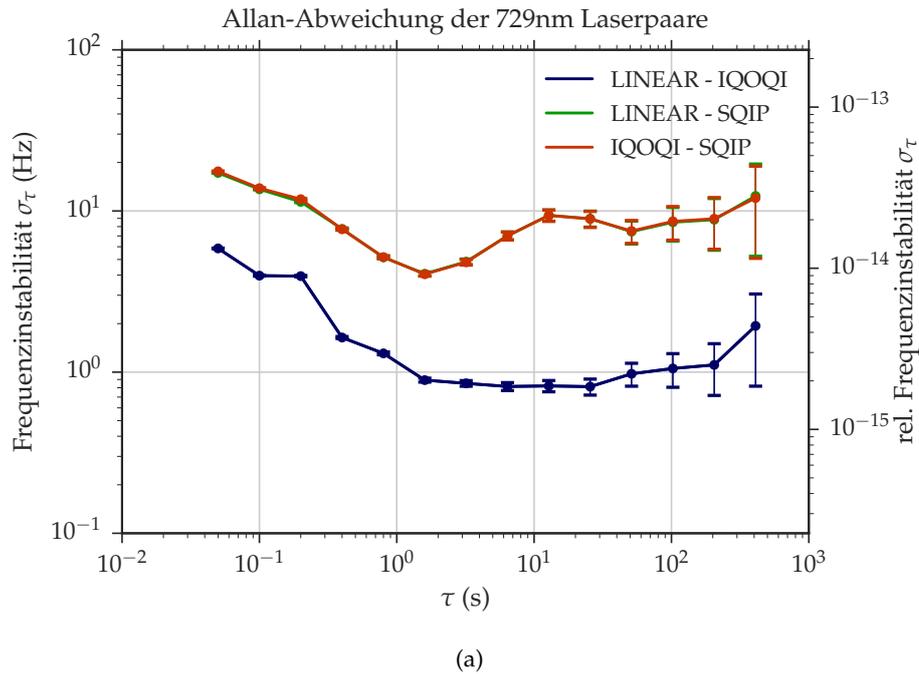


Abbildung 6.13: Langzeitmessung: a) Allan-Abweichungen (Gl. 4.11) der Frequenzdifferenzen bezüglich absoluter und relativer Frequenzinstabilität. Aufgenommen mit einem Frequenzzähler und einer Messzeit pro Frequenzwert von 50 ms. b) Die Anwendung der Dreispitzmessung (Gl. 4.27) erlaubt eine Charakterisierung der einzelnen Laserfrequenzen.

Silizium-Einkristall altert weniger stark als ULE und besitzt ein geringeres thermisches Rauschlimit. Die Driftrate des SQIP-Lasers liegt rund eine Grössenordnung darüber. In der Masterarbeit von Lukas Postler [42, S.65] wurde diese bereits beim Aufbau des Lasersystems zu 549.8 mHz/s ermittelt. Es wird vermutet, dass die Temperaturstabilisierung nicht am Minimum der Längenausdehnung des Hoch-Finesse-Resonators betrieben wird.

Ein Blick auf die Allan-Abweichung aus Abbildung 6.13 zeigt, dass beide Paare, die den SQIP-Laser enthalten, auch durch diesen limitiert sind. Die Messpunkte LINEAR-SQIP und IQOQI-SQIP liegen praktisch aufeinander. Der Anstieg der Frequenzinstabilität um 10 s beschreibt Fluktuationen in der Laserfrequenz auf Grund der Temperaturstabilisierung, deren Zeitkonstante in diesem Bereich liegt und nicht ideal konfiguriert ist.

Daneben ist bei allen drei Kurven ein Anstieg zwischen 100 s und 1000 s zu erkennen. Dieser könnte auf Abweichungen von der linearen Resonatordrift zurück zu führen sein. Die Allan-Abweichung für das Laserpaar LINEAR-IQOQI zeigt eine Frequenzinstabilität von < 1 Hz für Mittelungszeiten von rund 1 s bis 100 s. Dreispitzmessungen aus Abbildung 6.12 b) zeigen, dass LINEAR und IQOQI ähnliches Verhalten besitzen. Die relative Frequenzinstabilität liegt unter 2.44×10^{-15} und stimmt mit Ergebnissen ähnlicher Hoch-Finesse-Resonatoren aus ULE-Glas überein [68]. Die Kurzzeitstabilität bis etwa 100 s ist charakteristisch für ein schmalbandiges Lasersystem, welches durch das thermische Rauschlimit des Hoch-Finesse-Resonators limitiert ist.

Eine verbesserte Langzeitstabilität lässt sich über den Vergleich des Lasers mit atomaren Frequenznormalen realisieren. Solche Atomuhren benutzen optische Übergänge mit langer natürlicher Lebensdauer und mehreren hundert THz Übergangsfrequenz. Bei Mittelungszeiten über mehrere Stunden sind relative Frequenzinstabilitäten im unteren 10^{-18} Bereich möglich [12, 13, 69]. In unseren Experimenten wird die Langzeitstabilität über die Spektroskopie an den gefangenen $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen verbessert.

Im letzten Teil dieses Abschnitts wird die Verteilung der Frequenzwerte untersucht. Dazu werden erneut die Frequenzzählerdaten mit einer Aufnahmezeit von 2000 s herangezogen. Abbildung 6.14 beinhaltet Histogramme zu den Frequenzwerten, wobei lineare Driften abgezogen wurde. Die Frequenzwerte sind hinreichend normal verteilt, wie das für Spektren mit niederfrequentem Rauschen zu erwarten ist. Zur Bestimmung der Frequenzungenauigkeit wurde die Halbwertsbreite einer Gauss-Verteilung (Gl. 4.24) bestimmt. Das Laserpaar LINEAR-IQOQI besitzt mit einer Halbwertsbreite von 13.87(3) Hz die niedrigste Frequenzungenauigkeit. Eine Schwebungsmessung zwischen altem LINEAR und dem bestehenden IQOQI-Laser hat 2008 bei 2 Stunden Messzeit eine Halbwertsbreite von 41(1) Hz ergeben [28, S.59]. Die anderen beiden Verteilungen sind mit einer Halbwertsbreite bei rund 60 Hz durch den SQIP-Laser limitiert.

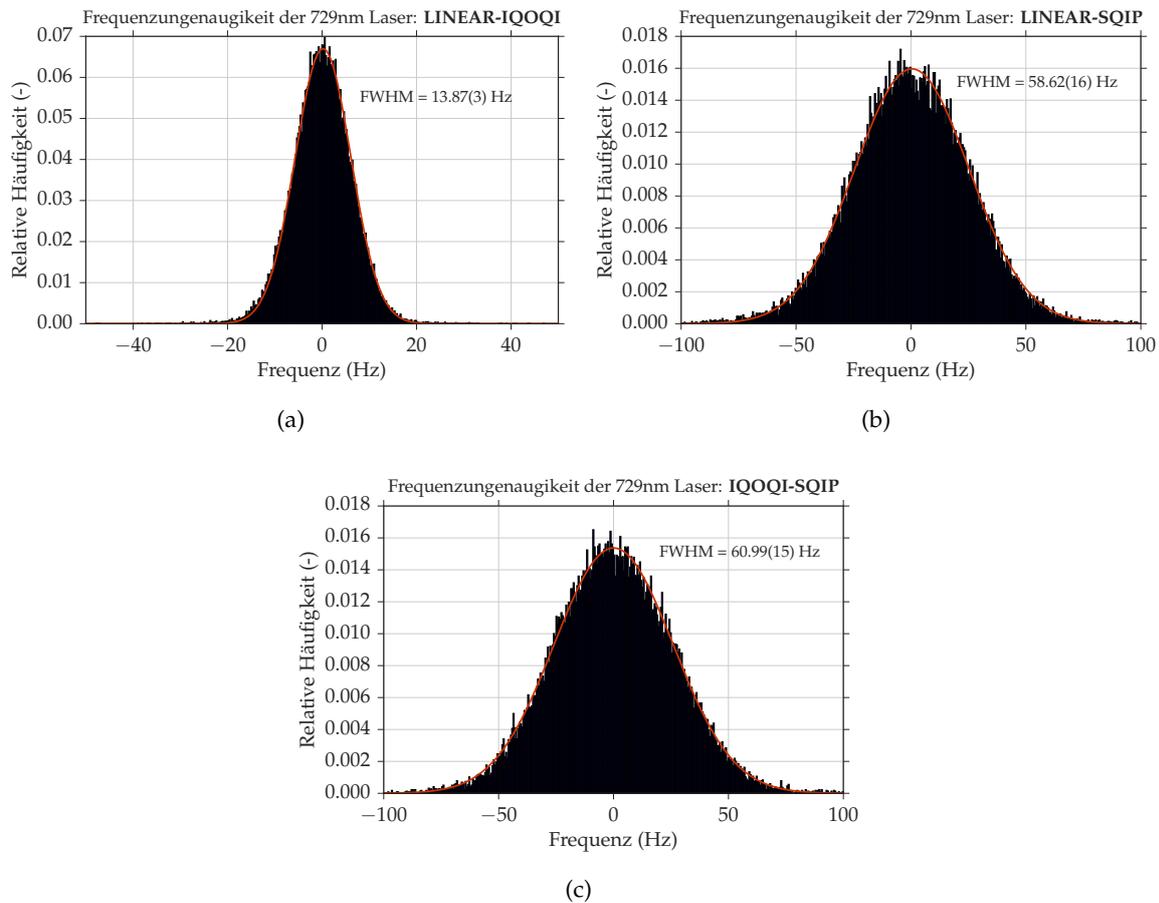


Abbildung 6.14: Frequenzgenauigkeit der Schwebungen aller drei Laserpaare für eine Messzeit von 2000 s, gemäss Abbildung 6.13. Lineares Driften wurde abgezogen. Die Fits sind Gauss-Verteilungen (Gl. 4.24).

Analog dazu werden Verteilungen für kürzere Zeiten aus dem Datensatz extrahiert. Tabelle 6.5 fasst die zugehörigen Frequenzgenauigkeiten zusammen. Bei LINEAR-IQOQI ist eine Zunahme der Halbwertsbreite von 13.1(1) Hz bei 50 s auf 13.9(1) Hz bei 2000 s zu verzeichnen. Unter den Verteilungen mit dem SQIP-Laser liegt ein Anstieg von rund 45 Hz bei 50 s auf rund 60 Hz bei 2000 s vor. Darüber hinaus wurden in Tabelle 6.6 die Halbwertsbreiten für alle drei Laser mit der Dreispitzmethode (Gl. 4.27) bestimmt. Der LINEAR-Laser besitzt insgesamt die niedrigste Frequenzinstabilität.

Tabelle 6.5: Frequenzgenauigkeiten der drei Schwebungen für verschiedene Zeiten. Lineares Driften wurde abgezogen. Eingetragen sind die Halbwertsbreiten der Gauss-Verteilung, analog Abbildung 6.14.

Messzeit	LINEAR-IQOQI $\Delta\nu_{\text{FWHM}}$	LINEAR-SQIP $\Delta\nu_{\text{FWHM}}$	IQOQI-SQIP $\Delta\nu_{\text{FWHM}}$
50 s	13.1(1) Hz	44.2(3) Hz	45.6(3) Hz
100 s	13.1(1) Hz	47.9(3) Hz	49.0(3) Hz
500 s	13.2(1) Hz	51.9(2) Hz	52.8(2) Hz
1000 s	13.5(1) Hz	53.9(2) Hz	54.7(2) Hz
2000 s	13.9(1) Hz	58.6(2) Hz	61.0(2) Hz

Tabelle 6.6: Die Dreispitzmessung erlaubt die Bestimmung der Frequenzgenauigkeit für jeden einzelnen Laser. Eingetragen sind die Halbwertsbreiten der Gauss-Verteilung für verschiedene Messzeiten, analog Abbildung 6.14.

Messzeit	LINEAR $\Delta\nu_{\text{FWHM}}$	SQIP $\Delta\nu_{\text{FWHM}}$	IQOQI $\Delta\nu_{\text{FWHM}}$
50 s	4.8(4) Hz	43.9(4) Hz	12.1(4) Hz
100 s	5.8(4) Hz	47.6(4) Hz	11.7(4) Hz
500 s	6.2(3) Hz	51.5(3) Hz	11.7(3) Hz
1000 s	7.2(3) Hz	53.5(3) Hz	11.4(3) Hz
2000 s	6.7(2) Hz	59.0(2) Hz	15.4(2) Hz

6.5.3 Analyse des Phasenrauschens

Phasenfluktuationen induzieren Fehler bei der Implementierung von Quantengattern, da die Phase des Laserlichts die Rotationsachse der Operation bestimmt (Gl. 3.16). Fluktuationen führen folglich zu einem Verrauschen der Rotationsachsen, was nach Mittelung mehrerer Implementierungen einen gemischten Quantenzustand zur Folge hat. Phasenrauschen kann verschiedene Ursachen haben. Die spontane Emission im Verstärkermedium des Lasers induziert beispielsweise Phasenfluktuationen. Daneben sind AOMs oder optische Fasern weitere Rauschquellen. Zudem handelt es sich beim PDH-Verfahren um eine Phasenstabilisierung, wobei elektronisches Rauschen auf dem Fehlersignal Phasenfluktuationen auf dem Laserlicht induzieren kann. Gleichzeitig besteht die Möglichkeit, die Phaseninformation aus dem Fehlersignal zu extrahieren. Eine entsprechende Untersuchung war Bestandteil von Kapitel 6.3. Nachteil ist, dass man anhand des Fehlersi-

gnals nicht zwischen Rauschen der Laserfrequenz und Rauschen auf dem Hoch-Finesse-Resonator unterscheiden kann (Gl. 4.17). Eine Analyse des Phasenrauschens ausserhalb der Regelschleife ist dem vorzuziehen. Wie beim Frequenzvergleich ist es nicht möglich, die Phase elektronisch direkt zu messen, da die Laserfrequenz mit 411 THz zu hoch ist. Es bietet sich daher an, die Phaseninformation aus den Schwebungen aller drei Laserpaare zu extrahieren (vgl. Kapitel 4.9).

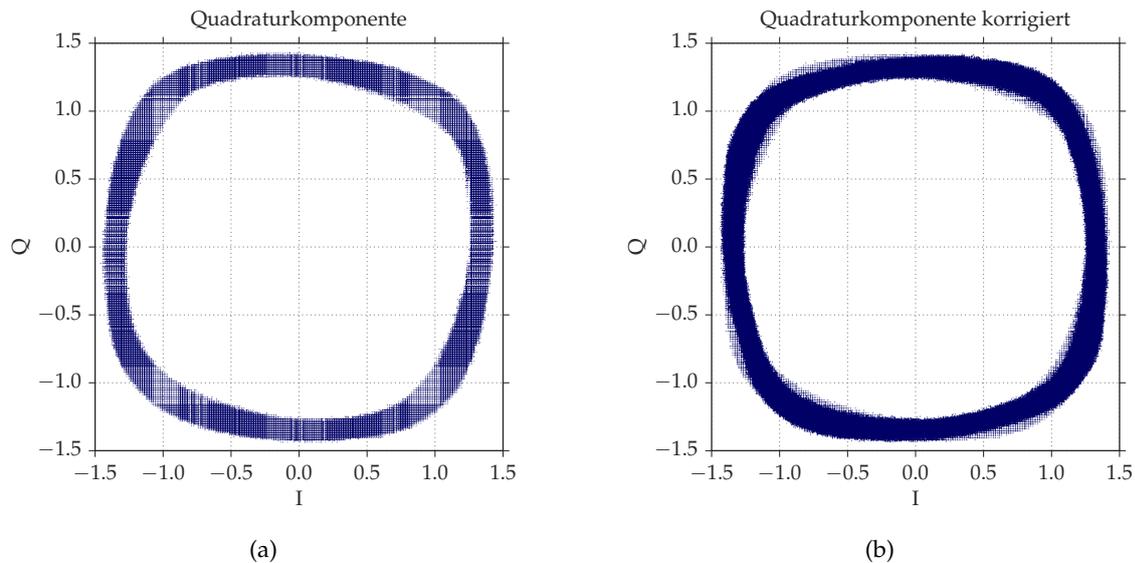


Abbildung 6.15: Quadraturkomponenten des phasenverschobenen Schwebungssignals LINEAR-IQOQI. In a) sind Messwerte davon gezeigt, welche in b) um 0.21 auf $\pi/2$ korrigiert wurden.

Das Schwebungssignal eines der Laserpaare wird aufgespalten und mittels Oszilloskop gemessen. Zwischen den Signalen soll ein Phasenunterschied von $\pi/2$ induziert werden, so dass die beiden Signale als Quadraturkomponenten (I, Q) des Schwebungssignals interpretiert werden können. Da sich die Schwebungssignale im Bereich mehrerer hundert MHz befinden, liegt die Wellenlänge im Meterbereich. Die Phasenverschiebung kann daher durch Variation der Kabellänge vorgenommen werden. Die gemessenen Quadraturkomponenten des Laserpaares LINEAR-IQOQI sind in Abbildung 6.15 a) paarweise aufgetragen. Der Kreis auf dem die Messdaten liegen ist elliptisch, da die Phasenverschiebung von $\pi/2$ abweicht. In b) wurde diese Abweichung mit einer Fitroutine innerhalb der Datenauswertung auf $\pi/2$ korrigiert (Für nähere Details zu dieser Methode wird auf den Theorieabschnitt in Kapitel 4.9 verwiesen). Die so erhaltenen Quadraturkomponenten liefern die Phaseninformation. Daraus kann ein zeitabhängiges Signal entwickelt werden. Bei einer idealen Phasenentwicklung würde dieses einem linearen Verlauf folgen.

Zieht man den linearen Anteil ab, erhält man die entsprechenden Fluktuationen. Anwendung einer schnellen Fouriertransformation liefert ein Rauschspektrum im Frequenzraum. Nach dieser Methode wurden alle drei Laserpaare (LINEAR-IQOQI, LINEAR-SQIP und IQOQI-SQIP) auf Phasenfluktuationen untersucht. Ein Mischen der Schwebungssignale auf $\Delta\nu = 250$ kHz erhöht zudem die Anzahl der Messpunkte pro Schwingungsperiode. Wie im zugehörigen Theorieabschnitt in Kapitel 4.9 gezeigt wurde, verschwinden Intensitätsfluktuationen unter $4\Delta\nu \approx 1$ MHz aus der Analyse. Die Auflösung am Oszilloskop beträgt 1 MS/s (Megasamples/s), bei einer Aufnahmezeit von 10 s, so dass sich auch Frequenzen im Sub-Hertz-Bereich analysieren lassen. Die Ergebnisse dieser Analyse sind in den Abbildungen 6.16 und 6.17 festgehalten, welche die ermittelten spektralen Leistungsdichten des Phasenrauschens aller drei Laserpaare aufzeigen.

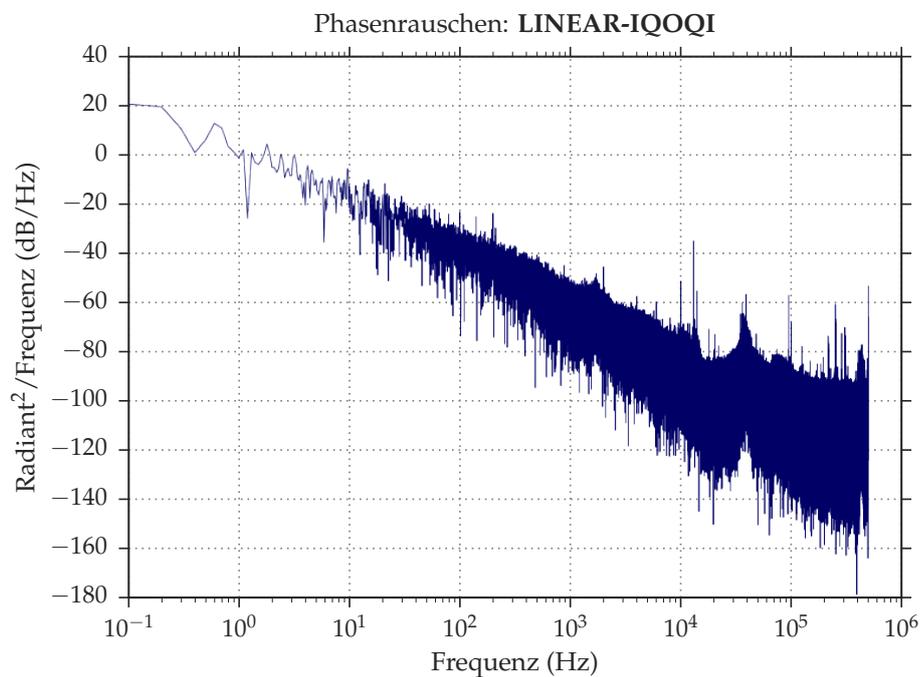
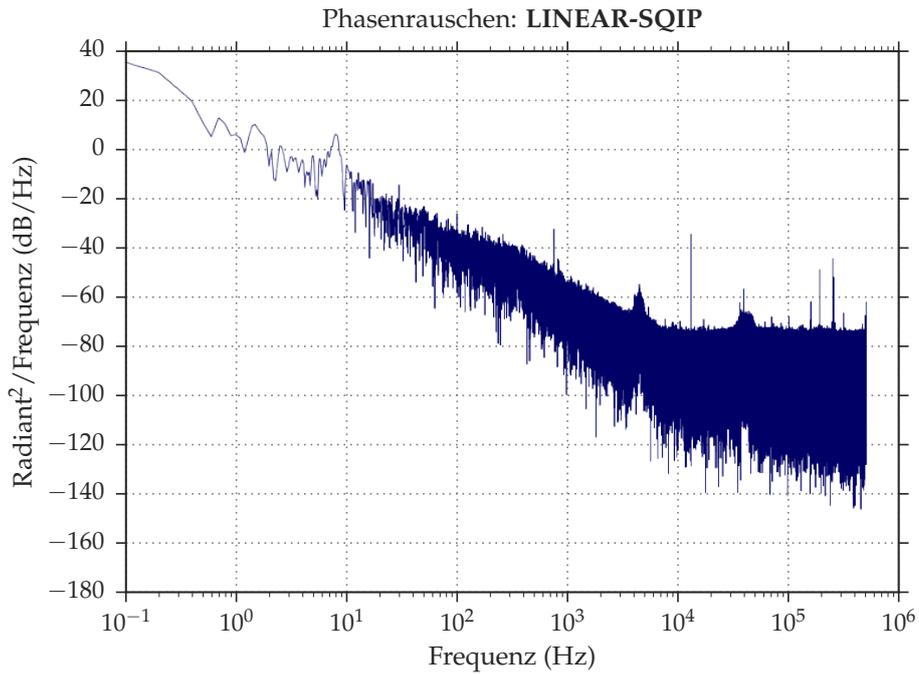
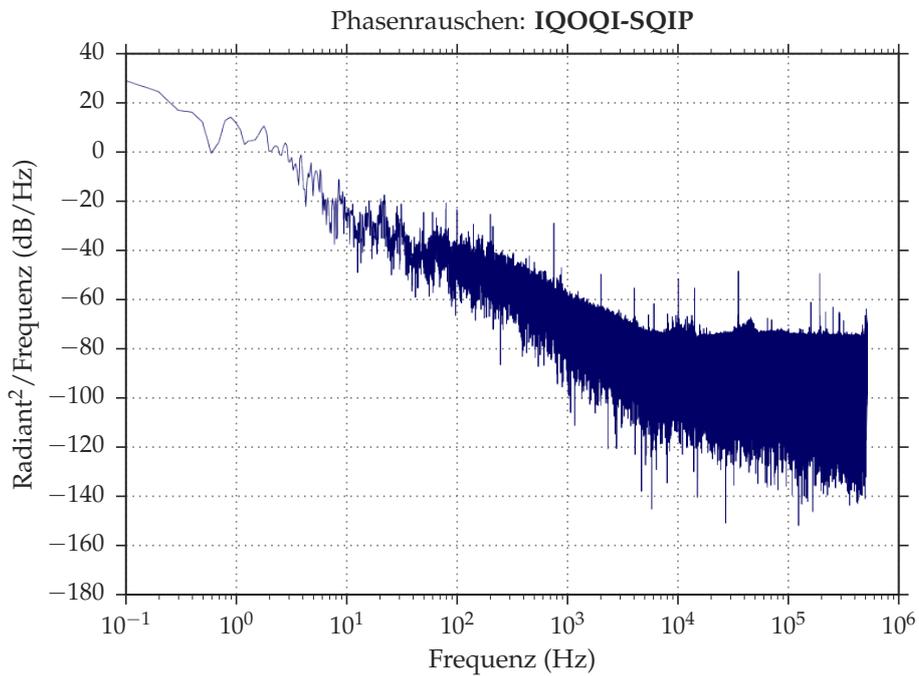


Abbildung 6.16: Spektrale Leistungsdichte der Phasenfluktuation extrahiert aus dem Schwebungssignal LINEAR-IQOQI. Die Länge der gemessenen Zeitspuren beträgt 10 s, die Auflösung ist 1 MS/s.



(a)



(b)

Abbildung 6.17: Spektrale Leistungsdichte der Phasenfluktuation extrahiert aus den Schwebungssignalen a) LINEAR-SQIP und b) IQOQI-SQIP. Die Länge der gemessenen Zeitspuren beträgt 10 s, die Auflösung ist 1 MS/s.

Die unterschiedlichen Spektrallinien lassen sich zudem durch einen Vergleich aller Spektren, eindeutig einem der Laser zuordnen. Das Phasenrauschen bei 10 Hz liegt bei allen drei Schwebungen im Bereich von -20 dB/Hz. Vergleichsweise besitzen Radiofrequenzquellen eine höhere Phasenstabilität als die hier beschriebenen Lasersysteme. Im Fall einer typischen DDS¹² (direkten digitalen Synthesizer) liegt das Phasenrauschen um 10 Hz bereits bei unter -100 dB/Hz.

¹² <http://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/AD9910.pdf>

FEHLERBUDGET DES QUANTENCOMPUTERS

In diesem Kapitel wird die Fehlerrate von Einzelqubit-Gattern mittels den Methoden des Gattertests und der Gatterstichprobe abgeschätzt, um damit ein Fehlerbudget für den Ionenfallen-Quantencomputer zu erstellen (vgl. Kapitel 3.5.2, 3.5.3). Konkret werden numerische Simulationen, basierend auf dem Fehlermodell aus Kapitel 3.5, durchgeführt. Dazu soll der Beitrag des neuen 729 nm Lasersystems zur Fehlerrate abgeschätzt werden (Kapitel 7.1). Die Simulationen werden mittels Experimenten mit einem einzelnen $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion verifiziert, um altes und neues 729 nm Lasersystem miteinander zu vergleichen (Kapitel 7.2).

7.1 SIMULATION DES FEHLERBUDGETS

Beim Erstellen des Fehlermodells wurde angenommen, dass Intensitäts- und Phasenrauschen für den Hauptteil der Fehler, die durch das 729 nm Lasersystem induziert werden, verantwortlich sind. Die Rauschspektren des Lasers wurden bereits in Kapitel 6.2 und 6.3 beschrieben. Bevor im nächsten Abschnitt zeitabhängige Störsignale $I(t)$ und $\phi_F(t)$ aus denselben Rauschspektren entwickelt werden, folgt eine Beschreibung der numerischen Simulation der fehlerbehafteten Gatter $R_{\text{eff}}(\theta, \phi, I(t), \phi_F(t))$ aus (Gl. 3.19). Diese enthalten neben der idealen Pulsfläche θ und Phase ϕ die Störsignale für Intensitäts- und Phasenrauschen $I(t)$ bzw. $\phi_F(t)$. Im Fall des Intensitätsrauschens wird das zeitliche Störsignal $I(t)$ über die Dauer des Gatters gemittelt, um damit die verrauschte, effektive Pulsfläche (Gl. 3.17) zu berechnen, wie Abbildung 7.1 a) veranschaulicht. Das Phasenrauschen $\phi_F(t)$ wird über die Dauer des Gatters aufsummiert, wonach die resultierende Rotationsachse, relativ zu \hat{X}_{eff} bzw. \hat{Y}_{eff} (Gl. 3.18) definiert wird (vgl. Abbildung 7.1 b). Abhängig von der Zeitauflösung der Störsignale, wird die Pulsfläche eines Gatters in mehrere Rotationschritte θ/n unterteilt. Die Rauschsignale werden somit über einen kürzeren Zeitbereich t_θ/n gemittelt bzw. aufsummiert, was dazu führt, dass schnelleres Rauschen ebenfalls in die Simulation miteinbezogen wird. Angenommen wird eine Rabifrequenz (Gl. 3.8) von $\Omega/2\pi = 50 \text{ kHz}$, bei welcher ein Bitflip $t_\pi = 10 \mu\text{s}$ dauert. Mit der verfügbaren Lichtleistung sind zwar schnellere Gatter möglich, jedoch beträgt die Anstiegszeit der Aus-

gangsleistung beim Formen der Pulse durch den AOM¹, mehrere 10 ns. Schnellere Gatter würden folglich die Pulsfläche nicht deterministisch verändern, was den Gatterfehler erhöhen würde.

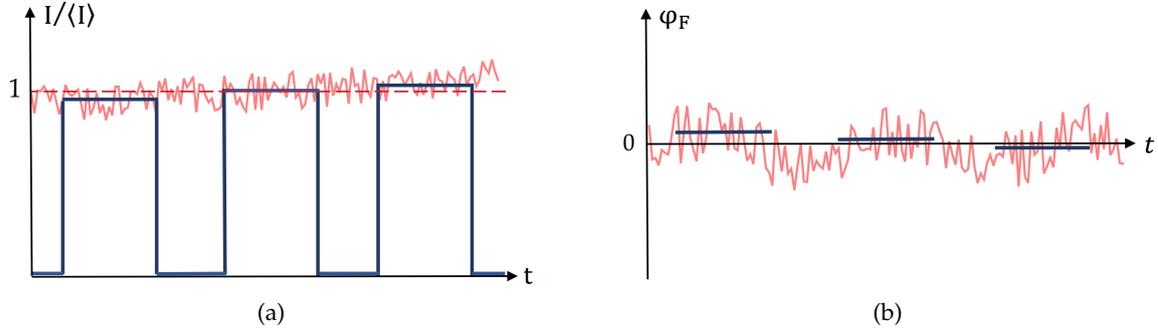


Abbildung 7.1: a) Die fehlerbehaftete Pulsfläche wird durch Mittelung des Intensitätsrauschens über die Zeitdauer eines Gatters bestimmt (Gl. 3.17). b) Beim Phasenrauschen wird das Störsignal entsprechend aufsummiert (Gl. 3.18).

Zum Simulieren einer Gattersequenz der Länge m , werden die fehlerbehafteten Gatter R_i fortlaufend auf den Anfangszustand $|\psi_{in}\rangle$ angewandt

$$|\psi_{out}\rangle = R_m \cdot R_{m-1} \cdot \dots \cdot R_1 |\psi_{in}\rangle . \quad (7.1)$$

Die Simulation einer Gattersequenz besteht demnach aus aufeinander folgenden Multiplikationen von 2×2 -Matrizen. Aus einer Berechnung des Überlapps zwischen $|\psi_{out}\rangle$ und idealer Transformation, wird der Messprozess numerisch simuliert. Beim Ramsey-Experiment, dem Gattertest sowie der Gatterstichprobe ist der Endzustand jeweils durch das angeregte $|D\rangle$ -Niveau gegeben. Zur Berechnung der Anregungswahrscheinlichkeit in $|D\rangle$ wird, analog dem Experiment, über 100 Realisierungen derselben Gattersequenz gemittelt

$$P_{|D\rangle} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{100} |\langle \psi_{i,out} | D \rangle|^2 . \quad (7.2)$$

Der Algorithmus liefert eine Liste an Ergebnissen, bestehend aus der Anregungswahrscheinlichkeit für $|D\rangle$ aller simulierten Gattersequenzen, wie auch im Experiment. Es kann dieselbe Datenauswertung für Simulation und Experiment verwendet werden.

7.1.1 Kalibrierung von Intensitäts- und Phasenrauschen

Zeitliche Störsignale werden mit den gemessenen spektralen Leistungsdichten von Intensitäts- und Phasenrauschen generiert. Dies geschieht durch Fouriertransformation der

¹ Gooch & Housego AOM 3080-120: $\tau_{rise} = 34$ ns

Spektren vom Frequenz- in den Zeitraum. Für jede der 100 Realisierungen einer Gattersequenz werden die Rauschspektren mit zufälliger Phase neu transformiert. Damit wird eine Abhängigkeit zwischen hintereinander folgenden Gattern verhindert. Durch den Einfluss von Verlusten und Abschwächern beim Messprozess, liegen die Amplituden der verrauschten Zeitsignale nicht mehr in der richtigen Grössenordnung. Im Folgenden wird auf eine entsprechende Skalierung eingegangen.

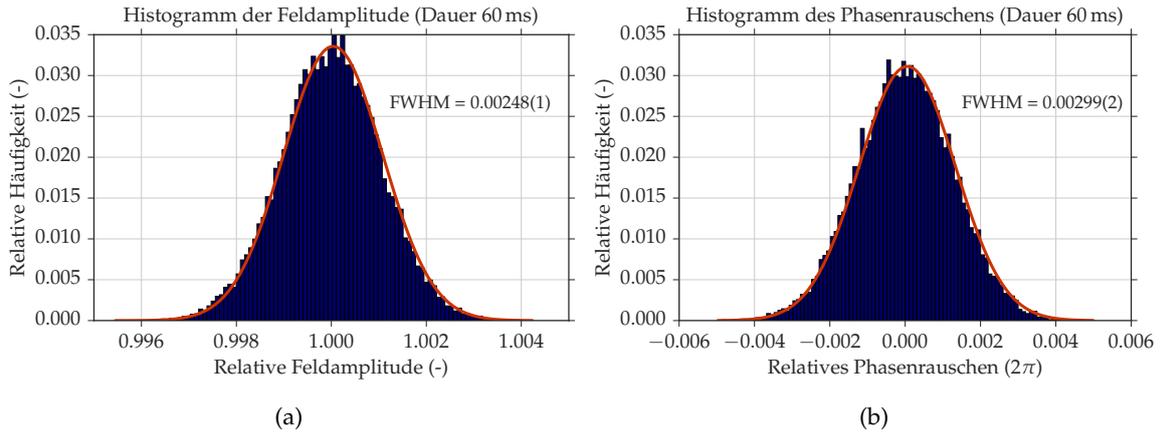


Abbildung 7.2: Histogramme der skalierten zeitlichen Störsignale für das gemessene Feldamplituden- und Phasenrauschen des Laserlichts. Als Fitfunktion wurden Gauss-Verteilungen (Gl. 4.24) verwendet.

Die spektrale Leistungsdichte des Intensitätsrauschens wird mittels Photodiode und Audio-Analysator am Experimenttisch aufgenommen. Dieses Signal ist repräsentativ für Fluktuationen der Rabifrequenz am $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion. Hierbei wird die maximal mögliche Frequenzbandbreite 0-200 kHz, mit einer Auflösung von 7.8 Hz, aufgenommen. Eine FFT dieser spektralen Leistungsdichte liefert ein ~ 60 ms langes Zeitsignal, proportional zur Feldamplitude $E_{\text{FFT}} \propto \sqrt{I_{\text{FFT}}}$ des Laserlichts. Zur Skalierung dieser Feldamplitude auf die richtige Grössenordnung wird ein 20 ms Zeitsignal des Laserlichts mit Photodiode und Oszilloskop aufgenommen und das relative Amplitudenrauschen ermittelt

$$\frac{\sigma\{E_{\text{Oszi}}\}}{\langle E_{\text{Oszi}} \rangle} < \underline{\underline{8.3 \times 10^{-3}}}. \quad (7.3)$$

Damit lässt sich die Feldamplitude E_{FFT} wie folgt skalieren

$$c_{\text{Int}} = \frac{\sigma\{E_{\text{Oszi}}\}}{\langle E_{\text{Oszi}} \rangle \sigma\{E_{\text{FFT}}\}} = \underline{\underline{7.87}}. \quad (7.4)$$

Infolge der Standardabweichung $\sigma\{E_{\text{FFT}}\}$ im Nenner, welche proportional zur Amplitude von E_{FFT} ist, wird das skalierte Störsignal normiert. Das Produkt $E_{\text{FFT}} \cdot c_{\text{Int}}$ liefert folglich

das Störsignal des relativen Amplitudenrauschens des Laserlichts, was direkt proportional zur Rabi-Frequenz (Gl. 3.8) ist. Ein Histogramm davon ist in Abbildung 7.2 a) gezeigt. Dessen FWHM einer Gauss-Verteilung liegt bei $2.48(1) \times 10^{-3}$.

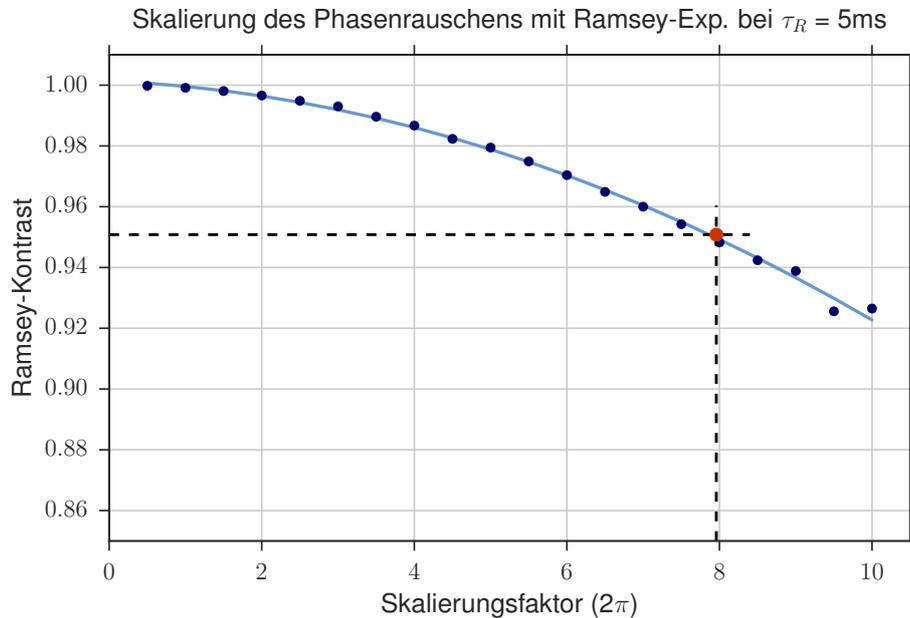


Abbildung 7.3: Simuliertes Ramsey-Experiment bei 5 ms Ramsey-Zeit, abhängig von einem Skalierungsfaktor für die Amplitude des Phasenrauschens. Der rote Punkt markiert den experimentell gemessenen Kontrast, worüber der Skalierungsfaktor bestimmt wird.

Die beim Frequenzvergleich in Kapitel 6.5.3 erzeugten spektralen Leistungsdichten des Phasenrauschens werden nicht zur Simulation verwendet, da diese mittels Schwebungsmessungen erzeugt wurden und daher immer das Rauschen zweier Laser enthalten. Für die Simulationen soll lediglich das Phasenrauschen des neuen 729 nm Lasersystem des Experiments „Lineare Falle“ verwendet werden. Für das zeitliche Störsignal wird die spektrale Leistungsdichte des Fehlersignals aus Abbildung 6.4 d) herangezogen. Das Fehlersignal wurde mittels PDH-Verfahren (vgl. Kapitel 4.6) erstellt und beinhaltet daher Phasenrauschen des Laserlichts. Frequenzbereich und -auflösung sind wie beim Intensitätsrauschen 0-200 kHz und 7.8 Hz. Zur Skalierung der Amplitude auf die richtige Größenordnung wird der Kontrast eines simulierten Ramsey-Experiments mit dem tatsächlich gemessenen Kontrast verglichen (siehe Abbildung 7.4). Hierzu wurde der Qubitübergang $4^2S_{1/2}(m = -1/2) \rightarrow 3^2D_{5/2}(m = -1/2)$ spektroskopisch untersucht. Details zum Ramsey-Experiment sind Kapitel 3.5.1 zu entnehmen.

Tabelle 7.1: Skalierungsfaktoren für das Phasenrauschen zu unterschiedlichen Ramsey-Zeiten, entsprechend der Methode aus Abbildung 7.3.

τ_R	$C(\tau_R)$	c_{Ph}
1 ms	0.98(10)	9.39(94)
3 ms	0.96(10)	8.37(84)
5 ms	0.95(10)	8.37(84)
7 ms	0.94(9)	8.37(84)
10 ms	0.92(9)	8.57(86)
	$\langle c_{Ph} \rangle =$	8.61(39)

Im Gegensatz zum Ramsey-Experiment auf dem $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion wird bei der Simulation die Phase ϕ des zweiten Pulses $R(\pi/2, 0)$ konstant gehalten, da die numerischen Simulationen keine Frequenzverstimmung beinhalten. Es wird darauf hingewiesen, dass diese Skalierung auch Magnetfeldfluktuationen in die Simulationen miteinbezieht, wonach nicht ausschliesslich Einflüsse des 729 nm Lasersystems auf die Fehlerrate betrachtet werden.

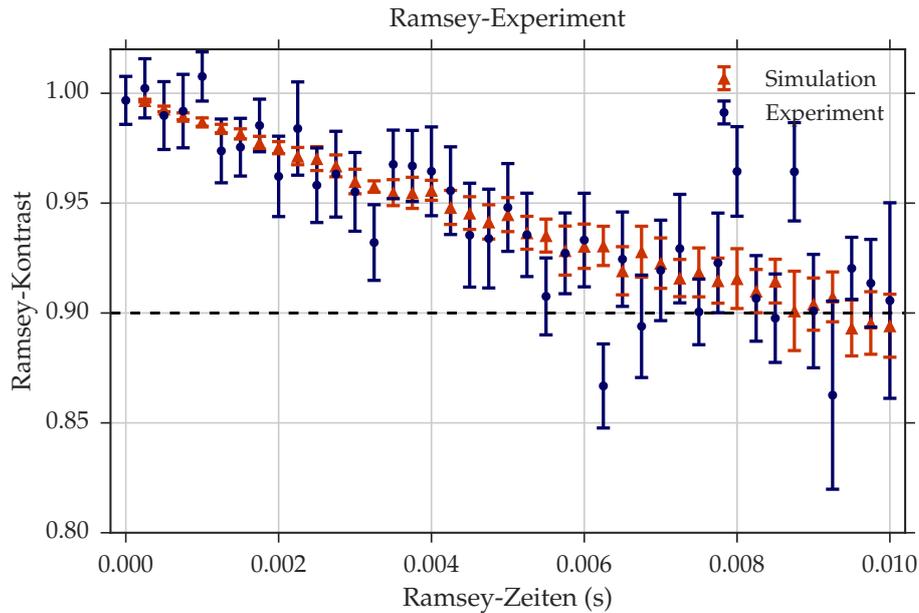


Abbildung 7.4: Experimenteller Ramsey-Kontrast (blaue Kreise) auf dem Qubitübergang $4^2S_{1/2}(m = -1/2) \rightarrow 3^2D_{5/2}(m = -1/2)$. Simulation des Ramsey-Experiments (rote Dreiecke) mit dem skalierten Phasenrauschen aus Abbildung 7.2 b).

Jedoch werden für die Skalierung nur relative kurze Zeitskalen betrachtet, was den Anteil des Magnetfeldes reduziert. Simuliert werden Ramsey-Experimente bei konstanter Ramsey-Zeit, abhängig eines Skalierungsfaktors für die Amplitude des Phasenrauschens. Es wird der Skalierungsfaktor verwendet, bei dem die Ramsey-Kontraste von Simulation und Experiment übereinstimmen. Abbildung 7.3 zeigt den Fall bei 5 ms Ramsey-Zeit. Eine Parabel beschreibt den simulierten Kontrast hinreichend gut, so dass damit der Skalierungsfaktor bestimmt werden kann. In Tabelle 7.1 sind insgesamt 5 solcher Analysen, für Ramsey-Zeiten τ_R zwischen 1 ms und 10 ms, zusammengefasst, wobei der Mittelwert $\langle c_{\text{Ph}} \rangle = 8.61(39)$ verwendet wird. Abbildung 7.2 b) beinhaltet ein Histogramm des skalierten Phasenrauschens. Dessen FWHM einer Gauss-Verteilung lautet $2.99(2) \times 10^{-3}$ in Einheiten von 2π . Das skalierte Phasenrauschen wurde mittels eines simulierten Ramsey-Experiments bis 10 ms validiert. Die Ergebnisse der Simulation sind zusammen mit den experimentellen Daten in Abbildung 7.4 festgehalten und zeigen eine gute Übereinstimmung mit dem Experiment. Der Ramsey-Kontrast nach 10 ms beträgt noch rund 0.9.

7.1.2 Gattertest

Im Folgenden wird der Gattertest (engl. „gate set tomography“) mit den zeitlichen Störsignalen für Intensitäts- und Phasenrauschen simuliert. Details zu diesem Experiment sind in Kapitel 3.5.2 gegeben. Erzeugt und ausgewertet werden die Gattersequenzen mit dem Analyseprotokoll der Sandia National Laboratories [70]. Für die Charakterisierung der Zielgatter (Gl. 3.24) sind die Sequenzlängen 0, 2, 4, 8, ... , 512 ausgewählt worden. Sämtliche Sequenzen werden mit dem im vorigen Abschnitt präsentierten Algorithmus simuliert. Zur Abschätzung der Anregungswahrscheinlichkeit im angeregten Zustand wird über 100 Realisierungen einer Sequenz gemittelt (Gl. 7.2). Aus dem Ergebnis aller simulierten Gattersequenzen lassen sich die Fehlerraten der Zielgatter abschätzen. Diese sind in Tabelle 7.2 zusammengefasst. Zusätzlich wurden Simulationen separat mit nur einer der Rauschquellen durchgeführt, um den Anteil dieser Quellen abzuschätzen. Im kombinierten Fall liegen die Fehlerraten um 0.3×10^{-4} .

Tabelle 7.2: Fehlerraten des simulierten Gattertests für Intensitäts- und Phasenrauschen mit den Sequenzlängen 0, 2, 4, 8, ... , 512.

Rauschen	$\mathcal{J}(G_i)$	$\mathcal{J}(G_x)$	$\mathcal{J}(G_y)$
Intensitätsrauschen	$< 2 \times 10^{-6}$	$< 2 \times 10^{-6}$	$< 2 \times 10^{-6}$
Phasenrauschen	$-0.10(8) \times 10^{-4}$	$0.31(16) \times 10^{-4}$	$0.26(15) \times 10^{-4}$
Kombination	$-0.12(7) \times 10^{-4}$	$0.31(17) \times 10^{-4}$	$0.29(16) \times 10^{-4}$

Ein Vergleich der drei Fälle zeigt, dass das Phasenrauschen den limitierenden Beitrag leistet. Es wird darauf hingewiesen, dass Magnetfeldfluktuationen beim Skalieren des Phasenrauschens mittels Ramsey-Experiments, ebenfalls in die Simulation miteinbezogen worden sind. Die Fehlerraten des Identitätsgatters G_i liefern, im kombinierten Fall und für das Phasenrauschen, ein negatives Ergebnis, liegen jedoch innerhalb des Fehlerbereichs nahe um 0. Letzteres entspricht den Erwartungen, da dieses Gatter fehlerfrei simuliert wurde. Die Mittelwerte der Fehlerraten des simulierten Intensitätsrauschens liegen um $\sim 1 \times 10^{-9}$, weshalb lediglich die zugehörigen Fehler als obere Schranke mit angegeben wurden. Die simulierten Ergebnisse können mit dem Experiment zum Gattertest aus Kapitel 7.2.1 verglichen werden.

7.1.3 Gatterstichprobe

Als nächstes wird die Gatterstichprobe (engl. „Randomized Benchmarking“) mit den erzeugten Störsignalen für Intensitäts- und Phasenrauschen simuliert. Es werden Sequenzen mit 10, 70, 90, 130, 190, 250 und 310 Clifford-Gattern (Tabelle 3.2) simuliert, die denen des Experiments entsprechen.

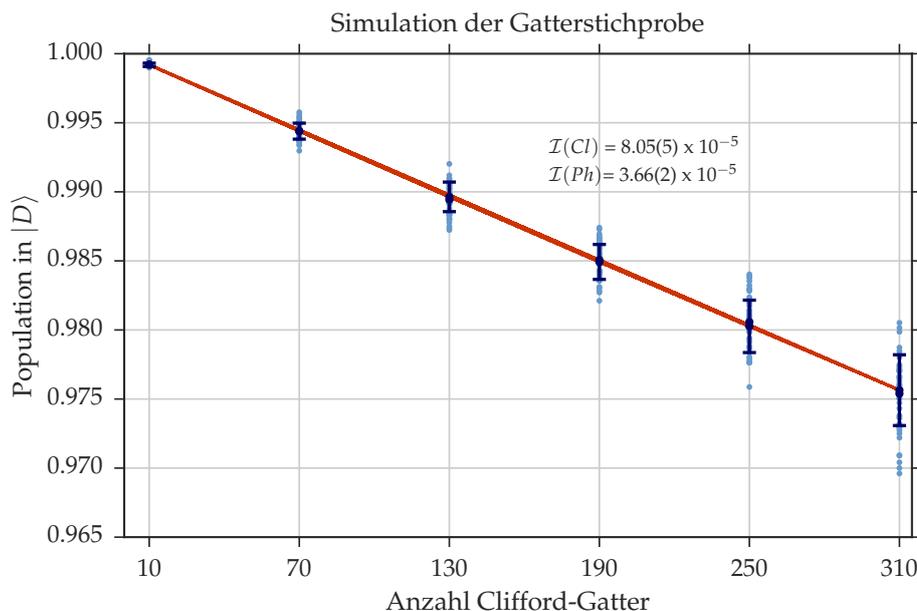


Abbildung 7.5: Simulation der Gitterstichprobe für Intensitäts- und Phasenrauschen mit 50 Sequenzen pro Länge. Neben den einzelnen Messpunkten sind Mittelwert und Standardabweichung der Verteilung pro Länge angegeben. Die Fehlerrate wurde nach (Gl. 3.25) aus dem Zerfall der Population des angeregten Zustands abgeschätzt.

Zu jeder Sequenzlänge werden 50 zufällige Abfolgen von Clifford-Operationen erstellt, so dass die Fehlerrate aus insgesamt 300 simulierten Experimenten bestimmt wird. Es sei an der Stelle darauf hingewiesen, dass im Durchschnitt für jedes Clifford-Gatter 2.25 (physikalische) Einzelqubit-Gatter (Gl. 2.11) implementiert werden müssen. Die ideale Transformation jeder Sequenz ist ein Bitflip. Die Fehlerrate wurde aus dem Zerfall (Gl. 3.25) der Population des angeregten Zustands bestimmt. Die Konstanten A und B wurden für den Fitprozess vorab auf 0.5 gesetzt, da bei den Simulationen keine SPAM-Fehler angenommen werden. Abbildung 7.5 ergibt eine Fehlerrate für Clifford-Gatter von $J(\text{Cl}) = 8.05(5) \times 10^{-5}$, was einer Fehlerrate von $J(\text{Ph}) = 3.66(2) \times 10^{-5}$ für Einzelqubit-Gatter entspricht. In Abbildung 7.6 sind zusätzlich Box-Plot Diagramme gezeigt, welche die Verteilung der Population des angeregten Zustands, bezüglich der Sequenzlängen, veranschaulichen. Die Enden der Box beschreiben Quartile, der Querbalken entspricht dem Median. Die Antennen grenzen den 1.5-fachen Interquartilabstand ein. Eine Asymmetrie in der Verteilung ist ein Indiz für den Einfluss nicht Markovscher Rauschprozesse [71].

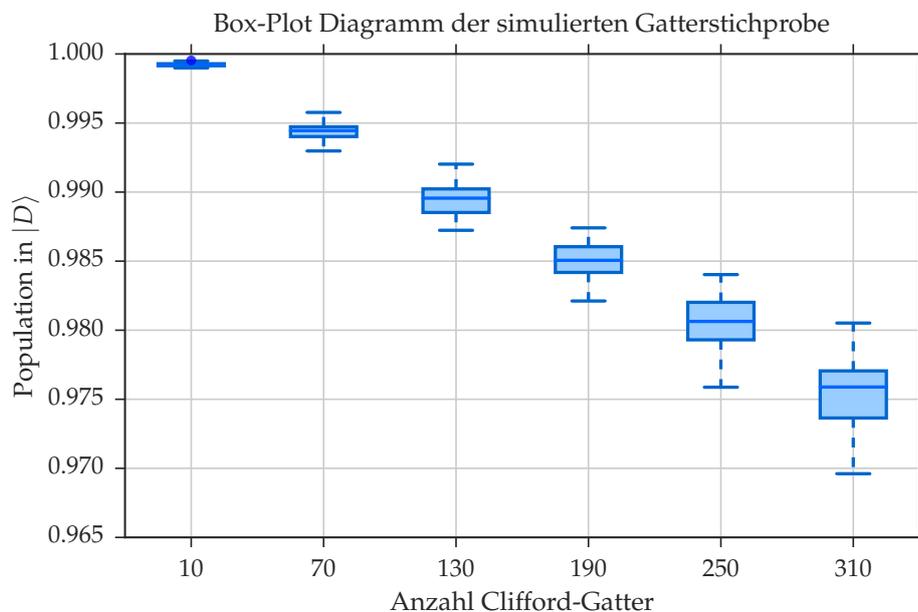


Abbildung 7.6: Box-Plot Diagramme der Verteilung des angeregten Zustands aus Abbildung 7.5, bezogen auf die Sequenzlängen. Die Enden der Box sind Quartile, der Querbalken entspricht dem Median. Die Antennen grenzen den 1.5-fachen Interquartilabstand ein.

Tabelle 7.3 zeigt die Fehlerraten, wobei die einzelnen Rauschquellen sowohl separat als auch kombiniert simuliert wurden. Verwendet wurden Sequenzlängen von 10 bis 100

Clifford-Gattern mit 10 Sequenzen pro Länge. Analog dem Gattertest ist die simulierte Fehlerrate auch hier durch das Phasenrauschen limitiert. Beim Intensitätsrauschen liegt die simulierte Fehlerrate ebenfalls rund eine Grössenordnung darunter. Experimente zur Gatterstichprobe sind in Kapitel 7.2.2 beschrieben und gestatten einen Vergleich mit den hier simulierten Daten. Eine Gegenüberstellung der Gatterstichprobe mit dem Gattertest wäre nicht aussagekräftig, da bei der Gatterstichprobe die Fehlerrate eines allgemeinen Einzelqubit-Gatters bestimmt wird, beim Gattertest hingegen solche für spezifische Zielgatter.

Tabelle 7.3: Simulation der Gatterstichprobe für Intensitäts- und Phasenrauschen, sowie deren Kombination. Analysiert wurden je zehn Sequenzen der Längen 10, 20, ..., 100.

Rauschen	$J(\text{CI})$	$J(\text{Ph})$
Intensitätsrauschen	$3.47(5) \times 10^{-6}$	$1.58(2) \times 10^{-6}$
Phasenrauschen	$7.55(8) \times 10^{-5}$	$3.43(4) \times 10^{-5}$
Kombination	$8.40(10) \times 10^{-5}$	$3.82(4) \times 10^{-5}$

7.2 EXPERIMENTELLE ERGEBNISSE

Es folgt eine Diskussion der experimentellen Ergebnisse zu Gattertest und Gatterstichprobe. Bei der Gatterstichprobe findet ein Vergleich zwischen altem und neuem 729 nm Lasersystem statt. Für den Gattertest liegen ausschliesslich Daten mit dem neuen Laser vor.

7.2.1 Gattertest

Charakterisiert werden die gleichen Zielgatter und Sequenzlängen wie bei der Simulation in Kapitel 7.1.2. In Tabelle 7.4 sind dazu die experimentell bestimmten Fehlerraten zusammengefasst, wobei alle unter 8×10^{-4} liegen. Die Fehlerraten der Gatter G_x und G_y sind um ungefähr einen Faktor 15 bzw. 25 grösser als die der Simulation mit dem kombinierten Rauschen aus Tabelle 7.2. Der Grund dafür wird darin vermutet, dass der Gattertest sensitiv auf langsames nicht Markovsches Rauschen ist [72]. Ein solches langsames Rauschen könnte im Experiment durch die Anstiegszeit der Ausgangsleistung des AOM's beim Formen der Pulse induziert worden sein. Das Identitätsgatter wird über eine Wartezeit, die der Pulsdauer von G_x und G_y entspricht, implementiert. Aus diesem Grund fällt die Fehlerrate niedriger aus, was in dem Fall rund eine Grössenordnung beträgt.

Diese Ergebnisse lassen sich mit einer Arbeit von Blume-Kohout et al. vergleichen, welche mit einem Yb^+ Grundzustandsqubit, Fehlerraten für dieselben Zielgatter von unter 1×10^{-4} erhielten [73]. Der Qubitübergang liegt im Mikrowellenbereich bei 12.6 MHz und

wird mit einem Hornstrahler getrieben. Die damit erzeugte Mikrowellenstrahlung ist, im Vergleich zu Laserlicht, weniger durch Strahlversatz und Intensitätsfluktuationen limitiert. Zudem sind Grundzustandsqubits nicht durch spontanen Zerfall limitiert [74].

Tabelle 7.4: Experiment zum Gattertest mit den Sequenzlängen 0, 2, 4, 8, ... , 512.

Gatter	$J(G_i)$	$J(G_x)$	$J(G_y)$
Experiment	$0.67(69) \times 10^{-4}$	$5.16(94) \times 10^{-4}$	$0.71(10) \times 10^{-3}$

7.2.2 Gatterstichprobe

Die Gatterstichprobe mit dem neuen MSquared 729 nm Lasersystem wurde nach gleichem Schema wie die Simulation in Kapitel 7.1.3 implementiert. Dies beinhaltet Sequenzen, bestehend aus 10, 70, 140, 190, 250 und 310 Clifford-Gattern, sowie jeweils 50 Realisierungen von zufälligen Clifford-Gattern pro Länge. Beim alten Coherent 729 nm Laser wurde das Experiment lediglich bis Sequenzlängen von 100 Clifford-Gattern ausgeführt, da der Zerfall deutlich grösser war. Bei einer Population im angeregten Zustand von 0.5 sättigt der Zerfall, wobei ein vollständig gemischter Zustand $\rho = \mathbb{1}/2$ vorliegt.

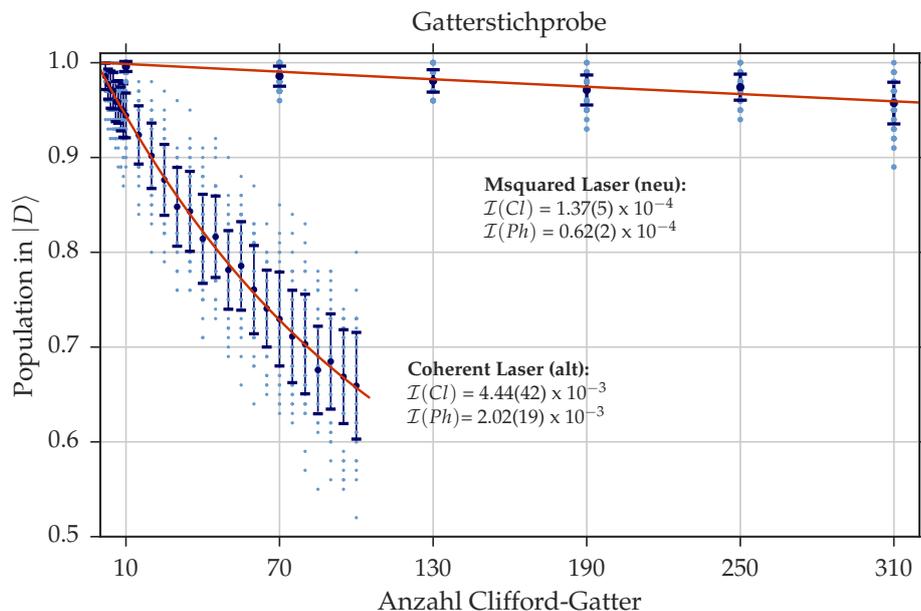
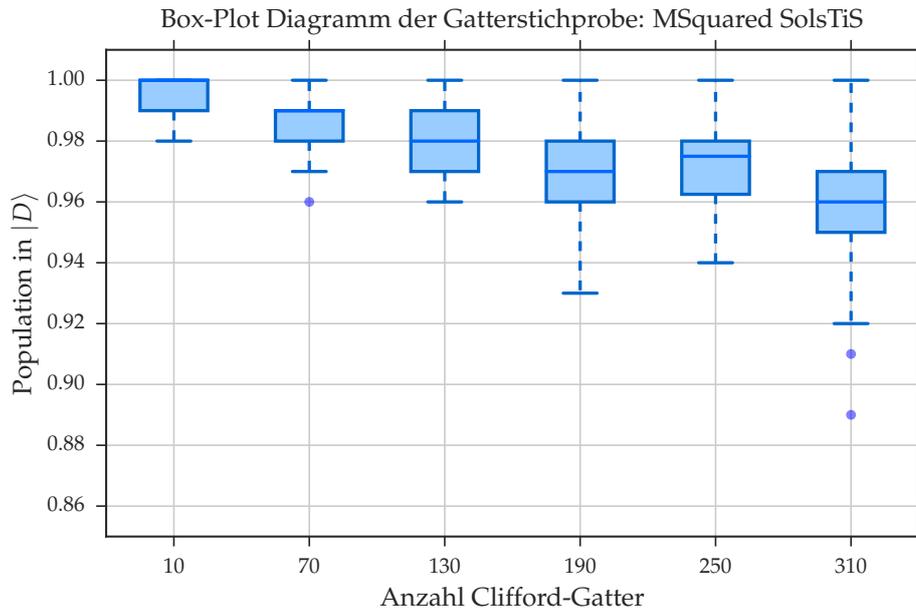
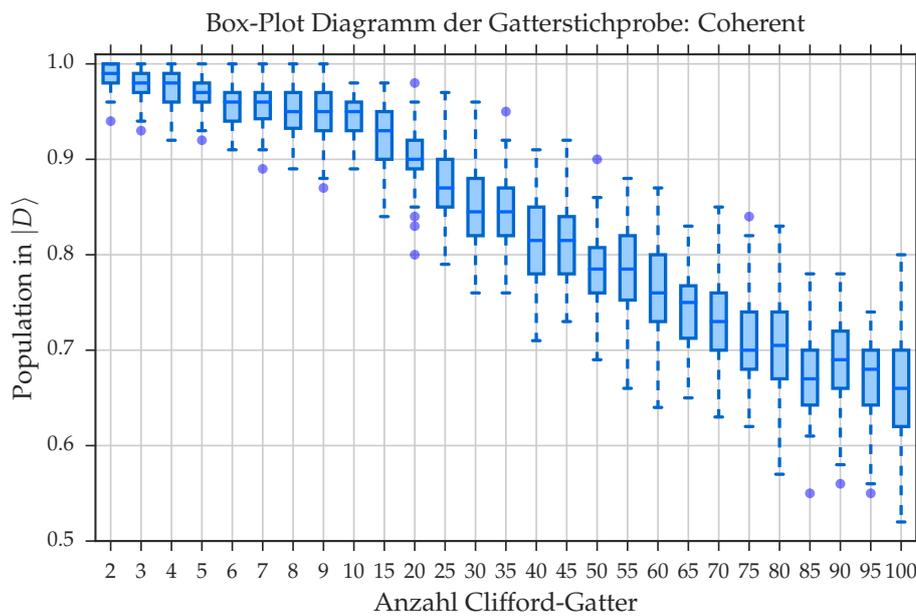


Abbildung 7.7: Experiment der Gatterstichprobe. Vergleich zwischen altem Coherent und neuem MSquared 729 nm Lasersystem. Dargestellt sind neben den Messpunkten, Standardabweichung und Mittelwerte pro Sequenzlänge.



(a)



(b)

Abbildung 7.8: Die Verteilung der Population im angeregten Zustand aus Abbildung 7.7 wurde für alle Sequenzlängen mittels Box-Plot Diagrammen veranschaulicht. Die beiden Enden der Box sind Quartile, der Querbalken beschreibt den Median. Die Antennen grenzen den 1.5-fachen Interquartilabstand ein. Alle Ausreißer bezüglich dieser Grenzen werden separat aufgeführt. In a) ist der neue 729 nm Laser gezeigt, in b) der alte.

Die Berücksichtigung dieses Bereichs zur Bestimmung der Fehlerrate ist nicht mehr sinnvoll. Die Fehlerraten wurden mit dem Modell aus (Gl. 3.25) bestimmt. Beim neuen Msquared-Laser resultiert die Fehlerrate für Einzelqubit-Gatter zu $\mathcal{J}(\text{Ph}) = 0.62(2) \times 10^{-4}$ und ist damit rund ein Faktor 30 niedriger als beim alten Coherent-Laser, welche $\mathcal{J}(\text{Ph}) = 2.02(19) \times 10^{-3}$ beträgt. Demnach war die Fehlerrate zuvor hauptsächlich durch den Laser bestimmt. Die Experimente bestätigen, dass der Einbau des neuen 729 nm Lasersystems eine deutliche Leistungssteigerung mit sich gebracht hat. SPAM-Fehler konnten weiters nicht bestimmt werden, da für den Fitprozess die Konstanten A und B vorab auf 0.5 gesetzt werden mussten. Dieses Problem könnte durch die Implementierung noch längerer Gattersequenzen behoben werden, so dass der Zerfall der Population des angeregten Zustands weiter voran geschritten wäre. Das Experiment ist jedoch durch die veraltete Pulsbox limitiert, welche keine längeren Sequenzen mehr zulässt.

Im Vergleich zur Simulation liegen die experimentell bestimmten Fehlerraten einen Faktor 2 höher. Diesbezüglich wird vermutet, dass das Experiment nicht mehr ausschliesslich durch den 729 nm Laser limitiert ist, sondern auch Magnetfeldfluktuationen eine Rolle spielen. Bei der Gatterstichprobe liegen Experiment und Simulation näher zusammen, als beim Gattertest. Vermutet wird, dass die Gatterstichprobe, im Vergleich zum Gattertest, weniger sensitiv auf langsames nicht-Markovsches Rauschen ist [72]. Wobei, wie bereit erwähnt, das langsame nicht-Markovsche Rauschen in der Anstiegszeit der Ausgangsleistung des AOM's beim Formen der Pulse vermutet wird.

In Abbildung 7.8 sind zusätzlich Box-Plot Diagramme gezeigt, welche die Verteilung der Messpunkte bezüglich der einzelnen Sequenzlängen analysieren. Asymmetrische Verteilungen deuten auf nicht-Markovsche Rauschprozesse hin [71].

Brown et al. demonstrierten 2011 mit einem ${}^9\text{Be}^+$ Grundzustandsqubit [74] eine Fehler rate für Einzelqubit-Gatter von $\mathcal{J}(\text{Ph}) = 2.0(2) \times 10^{-5}$. Ballance et al. implementierten 2016 [75] ein ${}^{43}\text{Ca}^+$ Grundzustandsqubit mit einer Fehlerrate von $\mathcal{J}(\text{Ph}) = 6.6(3) \times 10^{-5}$, ebenfalls bezogen auf Einzelqubit-Gatter. In beiden Fällen wurde der Qubitübergang mittels Mikrowellen-Antennen getrieben. Die Alternative wären stimulierte Ramanprozesse. Der Vorteil von Mikrowellen-Antennen liegt in einer Unterdrückung von Dekohärenzeffekten, wie Strahlversatz oder Intensitätsfluktuationen die bei Laserlicht vorliegen können. Zudem ist man beim Grundzustandsqubit nicht durch spontanen Zerfall limitiert [74]. Ein Nachteil von mit Hilfe von Mikrowellen getriebenen Übergängen ist die Adressierbarkeit einzelner Ionen zur Implementierung von Zweiqubit-Gattern. Dabei wird üblicherweise auf stimulierte Raman-Prozesse zurückgegriffen [75].

ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

Die vorliegende Masterarbeit wurde am Institut für Experimentalphysik der Universität Innsbruck erstellt. Kernpunkt der Arbeit waren der Aufbau und die Charakterisierung eines schmalbandigen 729 nm Lasersystems zur Präzisionsspektroskopie an $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen. Das Lasersystem wurde in den bestehenden Ionenfallen-Quantencomputer des Experiments „Lineare Falle“ integriert, worin es den $4^2\text{S}_{1/2} \rightarrow 3^2\text{D}_{5/2}$ Qubitübergang treibt. Die Zielsetzung bestand darin, Gatteroperationen hoher Güte zu realisieren. Diesbezüglich wurde eine spektrale Breite beim Laserlicht von < 10 Hz angestrebt, was umgerechnet > 100 ms Kohärenzzeit entsprechen. Innerhalb dieses Zeitfensters lassen sich kohärente Gatteroperationen ausführen. Neben der Charakterisierung des Lasersystems wurde ein Fehlerbudget des Quantencomputers erstellt, bei dem ein Vergleich zwischen altem und neuem 729 nm Lasersystem gemacht werden konnte. Numerische Simulationen ergänzten die Experimente zum Fehlerbudget.

Für die Erzeugung des schmalbandigen 729 nm Lichts wurde ein Titan-Saphir Lasersystem eingesetzt. Dieses wurde innerhalb einer isolierten Box eingebaut, um die Einkopplung akustischer und mechanischer Störsignale auf das Lasersystem zu unterdrücken. Neben einer Frequenzstabilisierung über ein Laser-internes Etalon, das Einmodenbetrieb aufrechterhält ($\Delta\nu_L < 100$ kHz über 100 μs), wurde die Frequenz mittels PDH-Verfahren und dem bestehenden externen Hoch-Finesse-Resonator als Frequenznormal, unter die angeforderte spektrale Breite, stabilisiert. Daneben bestanden Anforderungen an die Lichtintensität, die beim neuen Laser mit 4 W Ausgangsleistung rund einen Faktor sechs höher liegt als beim alten und innerhalb der Kohärenzzeit mehr Gatteroperationen ermöglicht. Weil Intensitätsfluktuationen Fehler in der Pulsfläche von Quantengattern induzieren, sollte auch diesbezüglich das alte Lasersystem unterboten werden. Von der Laserbox aus wird schmalbandiges 729 nm Laserlicht über optische Verbindungen zum Hoch-Finesse-Resonator sowie den Experimenten „Lineare Falle“ und „Cavity QED“ transportiert.

Eine Akustikuntersuchung der Laserbox bestätigt die Reduktion des Einflusses entsprechender Störsignale auf das Lasersystem. Zudem wurde bei Experimenten am $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion beobachtet, dass die Frequenzstabilisierung hinsichtlich Laborakustik nicht mehr ausfällt. Im nächsten Schritt wurde die Intensitätsstabilität zwischen altem und neuem 729 nm La-

sersystem verglichen. Die spektrale Leistungsdichte des neuen Lasers lag innerhalb der Messbandbreite von 0-200 kHz stets unterhalb der des alten. In einigen Abschnitten betrug die Reduktion bis zu 20 dB. Im Anschluss folgte eine Analyse der Regelbandbreite der beiden Stellglieder langsamer Piezo und Frequenzregler-AOM. Beim langsamen Piezo wurden die Frequenzverschiebungen während einer knapp zwei Tage anhaltenden Frequenzstabilisierung fortlaufend gezählt, wobei die resultierende Bandbreite rund 15 GHz betrug. Vergleichsweise ist dessen maximaler Regelhub 25 GHz, weshalb dieser sich zur Kompensation des Frequenzdriftens eignet. Bezüglich derselben Messperiode hat eine Analyse des Frequenzregler-AOM's eine Regelbandbreite von < 27.5 kHz ergeben. Innerhalb dieser Bandbreite werden auf dem Experimenttisch, wegen des Stahlversatzes infolge einer Änderungen der AOM-Treiberfrequenz, relative Intensitätsfluktuationen von $< 8 \times 10^{-5}$ induziert. Der Frequenzregler-AOM ist das schnellste Stellglied und kann hochfrequentes Rauschen ausregeln.

Anschliessend wurde mittels Schwebungs- und Dreispitzmessung ein Frequenzvergleich dreier schmalbandiger 729 nm Lasersysteme vorgenommen. Analysiert wurden neben dem neu aufgebauten Laser der „Lineare Falle“ (ab jetzt LINEAR), die 729 nm Laser der Experimente SQIP¹ und IQOQI², welche ebenfalls der Arbeitsgruppe angehören. Die Anwendung der Dreispitzmethode ermöglichte eine separate Analyse der einzelnen Laser. Die geforderte spektrale Breite von < 10 Hz konnte in allen drei Fällen, innerhalb einer Mittelungszeit von 4 s, unterboten werden. Konkret lauten die Ergebnisse: LINEAR 3.6(4) Hz, SQIP 6.7(4) Hz und IQOQI 3.4(4) Hz. Zur Analyse der Frequenzinstabilitäten wurden die Laserfrequenzen über einen Zeitraum von 2000 s gezählt, wobei für LINEAR und IQOQI eine Kurzzeitstabilität im Bereich 0-100 s von < 1 Hz resultierte, sowie lineare Driftraten im Bereich von 50mHz/s, was die zu Beginn gestellten Anforderungen übertrifft. Der limitierende Faktor wird im thermischen Rauschlimit des jeweiligen Hoch-Finesse-Resonators angenommen. Beim SQIP-Laser betrug die Kurzzeitstabilität < 10 Hz bei einem Frequenzdrift von ~ 500 mHz/s, wobei die Ergebnisse einen Faktor zehn über denen der anderen Laser liegen. Es wird vermutet, dass der Hoch-Finesse-Resonator nicht am Minimum der Temperatúrausdehnung betrieben wird und daher sensitiv auf entsprechende Fluktuationen ist. Zudem ist der Resonator 25 mm kürzer als die beiden anderen, was ein höheres thermisches Rauschlimit zur Folge hat. Bei einer abschliessenden Analyse des Phasenrauschens mittels Schwebungsmessungen konnte ein entsprechendes Spektrum aller drei Laserpaare erstellt werden. Paarweise auftretende spektrale Überhöhungen lassen sich dabei immer einem der Laser zuordnen.

Für das Fehlerbudget des Experiments „Lineare Falle“ wurden die Fehlerraten von Einzelqubit-Gattern, mit den Methoden des Gattertests und der Gatterstichprobe, abgeschätzt. Neben experimentellen Analysen wurden numerische Simulationen erstellt, worunter der Einfluss gemessener Intensitäts- und Phasenrauschspektren des 729 nm Laser-

¹ SQIP: „Scalable Quantum Information Processing“ ist ein $^{40}\text{Ca}^+ / ^{88}\text{Sr}^+$ Ionenfallen-Experiment im Hauptlabor des Universitätsgebäudes ² $^{40/43}\text{Ca}^+$ Ionenfallen-Experiment am IQOQI: „Institut für Quantenoptik und Quanteninformation“

lichts miteinbezogen wurden. Beim Gattertest sind die experimentell bestimmten Fehlerraten der Zielgatter $G_i = 0.67(69) \times 10^{-4}$, $G_x = 5.16(94) \times 10^{-4}$ und $G_y = 0.71(10) \times 10^{-3}$. Die simulierten Fehlerraten derselben Gatter liegen teils mehr als eine Größenordnung darunter $G_i = -0.12(7) \times 10^{-4}$, $G_x = 0.31(17) \times 10^{-4}$ und $G_y = 0.29(16) \times 10^{-4}$. Im Fall der Gatterstichprobe liefert das Experiment mit dem neuen 729 nm Lasersystem eine Fehlerrate für ein allgemeines Einzelqubit-Gatter von $\mathcal{J}(\text{Ph}) = 0.62(2) \times 10^{-4}$, was rund ein Faktor 30 niedriger ist, als beim alten Laser mit $\mathcal{J}(\text{Ph}) = 2.02(19) \times 10^{-3}$. Dies entspricht einer signifikanten Verbesserung der Güte von Gatteroperationen auf einem $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion. Ein simulierter Wert wurde ferner zu $3.66(2) \times 10^{-5}$ bestimmt und liegt damit rund einen Faktor 2 darunter. Die Simulationen weisen darauf hin, dass das Experiment neben Intensitäts- und Phasenfluktuationen durch weitere systematische Effekte, allen voran das Magnetfeld, limitiert ist.

Das neue 729 nm Lasersystem des Experiments „Lineare Falle“ erfüllt somit alle zu Beginn der Arbeit gestellten Anforderungen in Bezug auf spektrale Breite und Frequenzinstabilität. Weiters konnten durch den Einbau des Lasersystems innerhalb der isolierten Box, akustische und mechanische Störsignale unterdrückt werden. All dies hat sich positiv auf die Güte der Gatteroperationen ausgewirkt. Im nächsten Schritt sollen Zweiqubit-Gatter charakterisiert und anhand dessen das Experiment weiter verbessert werden. In Zukunft können damit noch komplexere und insbesondere längere Experimente, mit höherer Genauigkeit, erforscht werden.

LITERATUR

1. Moore, G. E. Cramming more components onto integrated circuits, Reprinted from *Electronics*, volume 38, number 8, April 19, 1965, pp.114 ff. *IEEE Solid-State Circuits Society Newsletter* **11**, 33–35 (Sep. 2006).
2. Feynman, R. P. Simulating physics with computers. *Int. J. Theor. Phys.* **21**, 467–488 (1982).
3. Feynman, R. P. Quantum mechanical computers. *Foundations of Physics* **16**, 507–531 (1986).
4. Arora, S. & Barak, B. *Computational Complexity*. Cambridge University Press (2009).
5. Shor, P. W. Polynomial-Time Algorithms for Prime Factorization and Discrete Logarithms on a Quantum Computer. *SIAM J. Comput.* **26**, 1484–1509 (Okt. 1997).
6. Grover, L. K. *A Fast Quantum Mechanical Algorithm for Database Search* in *Proceedings of the Twenty-eighth Annual ACM Symposium on Theory of Computing* (ACM, Philadelphia, Pennsylvania, USA, 1996), 212–219.
7. Paul, W. Electromagnetic traps for charged and neutral particles. *Rev. Mod. Phys.* **62**, 531–540 (3 Juli 1990).
8. Cirac, J. I. & Zoller, P. Quantum Computations with Cold Trapped Ions. *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4091–4094 (20 Mai 1995).
9. Drever, R. W. P. *u. a.* *A Gravity Wave Detector Using Optical Cavity Sensing* in *9th International Conference on General Relativity and Gravitation Jena, Germany, July 14-19, 1980* (1980), 265–267.
10. Drever, R. W. P. *u. a.* Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator. *Applied Physics B* **31**, 97–105 (1983).
11. Kessler, T. *u. a.* A sub-40-mHz-linewidth laser based on a silicon single-crystal optical cavity. *Nature Photonics* **6**, 687–692 (2012).
12. Chou, C. W., Hume, D. B., Koelemeij, J. C. J., Wineland, D. J. & Rosenband, T. Frequency Comparison of Two High-Accuracy Al^+ Optical Clocks. *Phys. Rev. Lett.* **104**, 070802 (7 Feb. 2010).

13. Huntemann, N., Sanner, C., Lipphardt, B., Tamm, C. & Peik, E. Single-Ion Atomic Clock with 3×10^{-18} Systematic Uncertainty. *Phys. Rev. Lett.* **116**, 063001 (6 Feb. 2016).
14. Schmidt-Kaler, F. *u. a.* How to realize a universal quantum gate with trapped ions. *Applied Physics B* **77**, 789–796 (2003).
15. Monz, T. *u. a.* 14-Qubit Entanglement: Creation and Coherence. *Phys. Rev. Lett.* **106**, 130506 (13 März 2011).
16. Gulde, S. T. *Experiment Realization of Quantum Gates and the Deutsch-Jozsa Algorithm with Trapped $^{40}\text{Ca}^+$ Ions* Diss. (Institut für Experimentalphysik Universität Innsbruck, 2003).
17. Nielsen, M. A. & Chuang, I. L. *Quantum Computation and Quantum Information: 10th Anniversary Edition* (Cambridge University Press, Cambridge, 9. Dez. 2010).
18. Deutsch, D. & Jozsa, R. Rapid Solution of Problems by Quantum Computation. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical and Physical Sciences* **439**, 553–558 (1992).
19. Bennett, C. H. *u. a.* Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels. *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1895–1899 (13 März 1993).
20. DiVincenzo, D. P. The Physical Implementation of Quantum Computation. *Fortschritte der Physik* **48**, 771–783 (2000).
21. Poschinger, U. G. *u. a.* Coherent manipulation of a $^{40}\text{Ca}^+$ spin qubit in a micro ion trap. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* **42**, 154013 (2009).
22. Roos, C. *Controlling the quantum state of trapped ions* Diss. (University of Innsbruck, Feb. 2000).
23. Ludlow, A. D., Boyd, M. M., Ye, J., Peik, E. & Schmidt, P. O. Optical atomic clocks. *Rev. Mod. Phys.* **87**, 637–701 (2 Juni 2015).
24. Barton, P. A. *u. a.* Measurement of the lifetime of the $3d^2D_{5/2}$ state in $^{40}\text{Ca}^+$. *Phys. Rev. A* **62**, 032503 (3 Aug. 2000).
25. Schindler, P. *Quantum computation and simulation with trapped ions using dissipation* Diss. (Institut für Experimentalphysik der Universität Innsbruck, 2013).
26. Jin, J. & Church, D. A. Precision lifetimes for the Ca^+ $4p^2P$ levels: Experiment challenges theory at the 1% level. *Phys. Rev. Lett.* **70**, 3213–3216 (21 Mai 1993).

27. Werth, G., Gheorghe, V. N. & Major, F. G. *Charged Particle Traps II* (Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009).
28. Chwalla, M. *Precision spectroscopy with $^{40}\text{Ca}^+$ ions in a Paul trap* Diss. (Institut für Experimentalphysik Universität Innsbruck, 2009).
29. Foot, C. J. *Atomic Physics* (Oxford University Press, 2014).
30. Diedrich, F., Bergquist, J. C., Itano, W. M. & Wineland, D. J. Laser Cooling to the Zero-Point Energy of Motion. *Phys. Rev. Lett.* **62**, 403–406 (4 Jan. 1989).
31. Riebe, M. *Preparation of Entangled States and Quantum Teleportation with Atomic Qubits* Diss. (University of Innsbruck, Institute for Experimental Physics, 2005).
32. Ramsey, N. F. Experiments with separated oscillatory fields and hydrogen masers. *Rev. Mod. Phys.* **62**, 541–552 (3 Juli 1990).
33. Monz, T. *Quantum information processing beyond ten ion-qubits* Diss. (University of Innsbruck, Institute for Experimental Physics, 2011).
34. Schindler, P. *u. a.* A quantum information processor with trapped ions. *New Journal of Physics* **15**, 123012 (2013).
35. Blume-Kohout, R. *u. a.* Robust, self-consistent, closed-form tomography of quantum logic gates on a trapped ion qubit. *arXiv:1310.4492v1* (2013).
36. Chuang, I. L. & Nielsen, M. A. Prescription for experimental determination of the dynamics of a quantum black box. *Journal of Modern Optics* **44**, 2455–2467 (1997).
37. Wallman, J. J., Barnhill, M. & Emerson, J. Robust characterization of leakage errors. *New Journal of Physics* **18**, 043021 (2016).
38. Fogarty, M. A. *u. a.* Nonexponential fidelity decay in randomized benchmarking with low-frequency noise. *Phys. Rev. A* **92**, 022326 (2 Aug. 2015).
39. Magesan, E., Gambetta, J. M. & Emerson, J. Scalable and Robust Randomized Benchmarking of Quantum Processes. *Phys. Rev. Lett.* **106**, 180504 (18 Mai 2011).
40. Dube, P., Madej, A., Bernard, J., Marmet, L. & Shiner, A. A narrow linewidth and frequency–stable probe laser source for the $^{88}\text{Sr}^+$ single ion optical frequency standard. *Applied Physics B* **95**, 43–54 (2009).
41. Saleh, B. & Teich, M. *Grundlagen der Photonik* (Wiley-VCH, 2008).

42. Postler, L. *Ein schmalbandiges Halbleiter-Lasersystem für Quanteninformationsverarbeitung und Spektroskopie* Magisterarb. (Universität Innsbruck, 2015).
43. Steiner, I. u. a. A dye ringlaser spectrometer for precision spectroscopy. *Applied Physics B* **49** (1989).
44. Kirchmair, G. *Frequency stabilization of a Titanium-Sapphire laser for precision spectroscopy on Calcium ions* Magisterarb. (Universität Innsbruck, 2006).
45. Manual, U. *SolsTIS Narrow Linewidth, Tunable CW Ti:Sapphire Laser v10.3*. MSquared Laser Ltd ().
46. <http://laser.photoniction.com/tutorial/>, abgerufen am 05.12.2016
47. Demtröder, W. *Laserspektroskopie: Grundlagen und Techniken* (Springer Berlin Heidelberg, 2007).
48. Schawlow, A. L. & Townes, C. H. Infrared and Optical Masers. *Phys. Rev.* **112**, 1940–1949 (6 Dez. 1958).
49. Helmcke, J., Lee, S. A. & Hall, J. L. Dye laser spectrometer for ultrahigh spectral resolution: design and performance. *Appl. Opt.* **21**, 1686–1694 (Mai 1982).
50. Black, E. D. An introduction to Pound-Drever-Hall laser frequency stabilization. *American Journal of Physics* **69**, 79–87 (2001).
51. Domenico, G. D., Schilt, S. & Thomann, P. Simple approach to the relation between laser frequency noise and laser line shape. *Appl. Opt.* **49**, 4801–4807 (Sep. 2010).
52. Zhu, M. & Hall, J. L. Stabilization of optical phase/frequency of a laser system: application to a commercial dye laser with an external stabilizer. *J. Opt. Soc. Am. B* **10**, 802–816 (Mai 1993).
53. Wiener, N. Generalized harmonic analysis. *Acta Mathematica* **55**, 117–258 (1930).
54. Khintchine, A. Korrelationstheorie der stationären stochastischen Prozesse. *Mathematische Annalen* **109**, 604–615 (1934).
55. Gallion, P. B. & Debarge, G. Quantum Phase Noise and Field Correlation in Single Frequency Semiconductor Laser Systems. *IEEE JOURNAL OF QUANTUM ELECTRONICS* **QE-20** (1984).

56. Gunn, L. J. *u. a.* Simplified Three-Cornered-Hat Technique for Frequency Stability Measurements. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* **63**, 889–895 (Apr. 2014).
57. Harris, F. J. On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform. *Proceedings of the IEEE* **66**, 51–83 (Jan. 1978).
58. Sheet, D. *Sprout-G High Power CW 532 nm DPSS Lasers* Lighthouse Photonics ().
59. Sheet, D. *SolsTiS Ultra Narrow Linewidth CW Ti:Sapphire Laser* MSquared Laser Ltd (http://www.m2lasers.com/media/153164/solstis_datasheet_1014.pdf, abgerufen am 22.10.2016).
60. Wavemeter. High Finesse WS 7. <http://www.highfinesse.com/en/28/wavelengthmeter/high-precisionwavelengthmeter/pdf>.
61. Donley, E. A., Heavner, T. P., Levi, F., Tataw, M. O. & Jefferts, S. R. Double-pass acousto-optic modulator system. *Review of Scientific Instruments* **76** (2005).
62. *Active Vibration Isolation Elements* Accurion (http://www.accurion.com/flyer-vario-vario-basic_6.pdf, abgerufen am 22.10.2016).
63. Pang, Y., Hamilton, J. J. & Richard, J.-P. Frequency noise induced by fiber perturbations in a fiber-linked stabilized laser. *Appl. Opt.* **31**, 7532–7534 (Dez. 1992).
64. Ma, L.-S., Jungner, P., Ye, J. & Hall, J. L. Delivering the same optical frequency at two places: accurate cancellation of phase noise introduced by an optical fiber or other time-varying path. *Opt. Lett.* **19**, 1777–1779 (Nov. 1994).
65. Matveev, A., Kolachevsky, N., Alnis, J. & Hänsch, T. Semiconductor laser with the subhertz linewidth. *Quantum Electronics* **38**, 895 (2008).
66. *Photonicals Laboratory Electronics, Falc 110* Toptica Photonics AG (<http://www.toptica.com>).
67. Hagemann, C. *u. a.* Ultrastable laser with average fractional frequency drift rate below 5×10^{-19} . *Opt. Lett.* **39**, 5102–5105 (Sep. 2014).
68. Alnis, J., Matveev, A., Kolachevsky, N., Udem, T. & Hänsch, T. W. Subhertz linewidth diode lasers by stabilization to vibrationally and thermally compensated ultralow-expansion glass Fabry-Pérot cavities. *Phys. Rev. A* **77**, 053809 (5 Mai 2008).
69. Zhang, X. & Ye, J. Precision measurement and frequency metrology with ultracold atoms. *National Science Review* **3**, 189–200 (2016).

70. Laboratories, S. N. pygsti.info.
71. Fuliński, A. Non-Markovian noise. *Phys. Rev. E* **50**, 2668–2681 (4 Okt. 1994).
72. Schinder, P. *private communication* 16. Dez. 2016.
73. Blume-Kohout, R. *u. a.* Certifying qubit operations below the fault tolerance threshold. *arXiv preprint arXiv:1605.07674* (2016).
74. Brown, K. R. *u. a.* Single-qubit-gate error below 10^{-4} in a trapped ion. *Phys. Rev. A* **84**, 030303 (3 Sep. 2011).
75. Ballance, C. J., Harty, T. P., Linke, N. M., Sepiol, M. A. & Lucas, D. M. High-Fidelity Quantum Logic Gates Using Trapped-Ion Hyperfine Qubits. *Phys. Rev. Lett.* **117**, 060504 (6 Aug. 2016).