

Einzelionenadressierung und -Abbildung

Eine Masterarbeit an der
FAKULTÄT FÜR
MATHEMATIK, INFORMATIK UND PHYSIK,
DER LEOPOLD-FRANZENS-UNIVERSITÄT INNSBRUCK,

Ein Teil der Voraussetzungen
zur Erlangung des akademischen Grades eines

MASTER OF SCIENCE

durchgeführt am Institut für Experimentalphysik
unter Betreuung von Univ.-Prof. Dr. Rainer Blatt

vorgelegt von
ANTON NOLF

MAI 2017

*Gewidmet meinen Eltern und Geschwistern,
sowie meiner großen Liebe, Michaela.*

Kurzfassung

Die Durchführung von Quantenoperationen an Ionenketten und das Auslesen der Ionenzustände erfordert die Möglichkeit, jedes Ion einzeln adressieren und abbilden zu können. Hierzu werden meist kommerziell verfügbare Objektive verwendet. Aufgrund deren Größe und Arbeitsdistanz sind kommerzielle Objektive jedoch nicht mit der neuesten Generation an Kryostat-basierenden Ionenfallensystemen kompatibel. Diese Masterarbeit beschäftigt sich deshalb mit der Entwicklung und Umsetzung eines kryostatinternen Linsenaufbaus zur Einzelionenadressierung und -abbildung.

Die Linsen können nach dem Einbau im Kryostat, aufgrund technischer Randbedingungen nicht mehr manipuliert oder optimiert werden. Es ist deshalb besonders wichtig, vorab eine geeignete Linsenplatzierung zu erreichen. Im Rahmen der Entwicklungsphase wurden umfangreiche Simulationen und Tests durchgeführt, um mögliche Charakterisierungsmethoden für die Fokusgröße und schließlich auch ein Optimierungsprozedere für die Linsenplatzierung zu finden. Der finale Aufbau wird vor dem Einbau eingehend optimiert und vorab charakterisiert. Die abschließende Bestimmung von Qualität und Parametern erfolgt mit Hilfe von Kalzium Ionen.

Abstract

The execution of quantum operations on a string of ions, and the determination of the respective states of these ions, both require that single ions can be addressed and imaged individually. These requirements are commonly achieved by commercial objectives. However, due to their size and working distance, commercial objectives are not suitable for the most recent, cryostat-based generation of ion trapping systems. This Master thesis details the development and implementation of an internal lens-setup for single ion addressing and -imaging.

Such a lens setup is not accessible after being mounted into the cryostat due to technical constraints, and hence cannot be further manipulated or optimized after installation. It is thus especially important to determine proper lens positions already before mounting into the experimental setup. During the development phase, extensive simulations and tests are used to find methods for characterization and an optimization procedure for lens positioning. The setup is fine-tuned and characterized before installation inside the cryostat. Finally, quality and parameters of the installed setup are assessed using trapped Calcium ions.

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
2	Quanteninformationsverarbeitung	4
2.1	Allgemeine Überlegungen	4
2.2	Ion-Licht-Wechselwirkung	4
2.3	Optische QuBits	7
2.4	Universelle Gatter	9
2.5	Einzel-QuBit Gatter	10
3	Optik	12
3.1	Gauß-Strahlen	12
3.2	Beugung und Beugungslimit	16
3.3	Polarisation	18
3.4	Aberrationen	20
3.5	Numerische Apertur	28
4	Grundlagen zum System	30
4.1	Ionenfalle	30
4.2	Kalzium und Strontium / Termschemata	33
4.2.1	Adressierung	34
4.2.2	Abbildung von gespeicherten Ionen	35
4.3	Vakuuminterne Optik /-Halterung	35
4.4	Aufbau Vakuumkammer	37
5	Designstudien	39
5.0	Vorbemerkung	39
5.1	Spezifikationen	40
5.2	Ionen-Adressierung	40
5.2.1	Strahlvorbereitung	41
5.2.2	Vergleichstabelle (grafisch&prozentuell)	43
5.3	Abbildung auf CCD / PMT	48
5.4	Abbildung auf PMT- oder Faserreihen	49

6 Externe Optimierungstests	51
6.1 Aufbau	51
6.2 Messmethoden	55
6.2.1 Relative Transmission	55
6.2.2 Rasierklingenmessung	55
6.3 Linsen-Optimierungsprozedere	56
6.4 Vergleich Studie/Messung (Bild & Transmission)	59
7 Experiment	63
7.1 Aufbau	63
7.2 Charakterisierung des Systems	64
7.2.1 Bestimmung der Abbildungsvergrößerung	64
7.2.2 Bestimmung der Abbildungsqualität	66
7.2.3 Fokusgrößenbestimmung an Ionen	68
7.2.4 Polarisationsverhalten	70
8 Zusammenfassung und Ausblick	73
A PMT- und Faser-Reihe	77
B Herleitung Regressionsfunktion Rasierklingenmessung	79
Literaturverzeichnis	81

Kapitel 1

Einführung

Die Entwicklung des Computers in den 1940er Jahren [1] läutete eine neue Ära in der Geschichte der Menschheit ein. Zunächst für einfache Berechnungen verwendet, entwickelten sich Computer zu einem allgegenwärtigen Bestandteil unseres heutigen Lebens. Basierend auf einfacher boolescher Algebra und logischen Gattern lassen sich mittels Prozessoren, die aus Milliarden von Transistoren und anderen elektronischen Bauteilen bestehen können, immer komplexere Berechnungen schneller und schneller durchführen. Die Basis jeden Computers sind Transistoren. Ihr Zustand "Stromfluss"/"Kein Stromfluss" stellt logisch 1 bzw. 0 dar. In solche Informationseinheiten (auch Bits genannt), oft in Bytes zu je 8 Bits zusammengefasst, lassen sich wiederum jene Zahlen und Buchstaben kodieren, mit denen wir tagtäglich auf Computern arbeiten.

Wird vom Klassischen in das Bild der Quantenmechanik gewechselt, so können mit quantenmechanischen Bits (sogenannten QuBits) nicht nur logisch 1 und 0, sondern auch deren Überlagerungszustände implementiert werden. Die Kombination mehrerer solcher QuBits mit quantenmechanischen Gattern erlaubt es, Quantencomputer zu realisieren. Der bisher größte Rechner dieser Art wurde mit 14 QuBits an der Universität Innsbruck realisiert [2]. Die Anwendungen quantenmechanischer Rechner gehen in verschiedene Richtungen. Einerseits lassen sich gewisse Berechnungen effizienter als im Klassischen durchführen. Beispiele hierfür sind der Shor Algorithmus zur Primfaktorzerlegung [3, 4] und der Grover Algorithmus [5] zur Durchsuchung von Datenbanken. Andererseits können solche Systeme aber auch zu Simulationszwecken eingesetzt werden [6–8].

Diese bisher zumeist theoretischen Anwendungen werden praktisch jedoch erst dann interessant, wenn die Anzahl der QuBits gesteigert werden kann. Die Skalierbarkeit eines Quantencomputers stellt deshalb aktuell einen der zentralen Forschungsschwerpunkte dar. Das SQIP-Projekt (aus dem engl. Scalable Quantum Information Processing - Skalierbare Quanteninformationsverarbeitung), ein Forschungs-Zusammenschluss von mehreren Universitäten, widmet sich der Implementierung eines skalierbaren Quantencomputers. Die zentrale Rolle im SQIP-Programm spielt die Arbeitsgruppe Blatt an der Universität Innsbruck mit der Realisierung eines Quantencomputers.

Der hier in Umsetzung befindliche Quantenrechner soll einerseits den bereits erwähnten Shor Algorithmus implementieren und andererseits Methoden zur Skalierbarkeit des gesamten Systems analysieren und aufzeigen. Die Basis des Rechners stellen gefangene Ionen dar, deren Zustände mittels Laserpulsen einzeln (lokal) oder gemeinsam (global) manipuliert werden. Die Summe aus lokalen und globalen Operationen ermöglicht wiederum die Implementierung

eines jeden beliebigen Quantengatters und Abfolgen davon. Eine schematische Illustration zur lokalen und globalen Adressierung befindet sich in Abbildung 1.1.

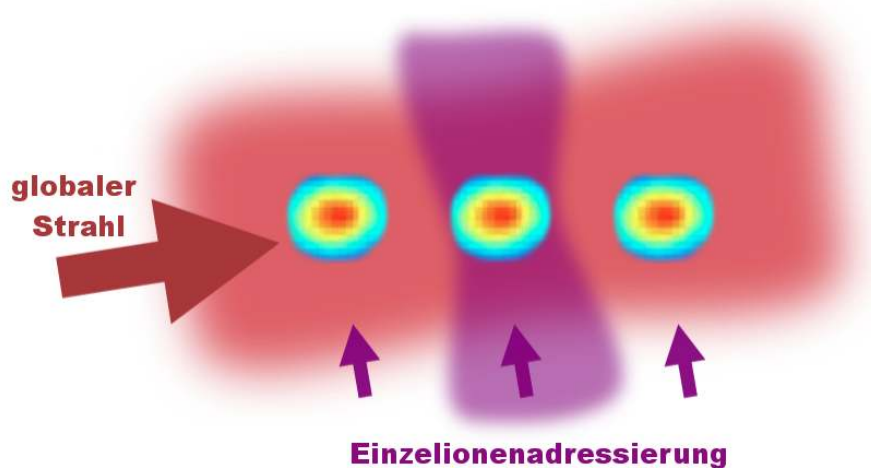


Abbildung 1.1: Laser-Adressierung Globale Operationen werden durch einen gemeinsamen Laserpuls auf alle Ionen implementiert. Die lokalen Manipulation einzelner Ionen erfolgt hingegen durch Pulse die gezielt auf ein einzelnes Ion gerichtet sind. Abbildung entnommen aus [9].

Lokale Operationen stellen, aufgrund des typischen Ionenabstands in der Größenordnung von wenigen Mikrometern, eine Herausforderung an die verwendete Optik dar. Zum Einen erfordert die einzelne Adressierung von Ionen einen Laserradius in der Größenordnung des typischen Abstands zweier Ionen. Zum Anderen muss im Hinblick auf die Abbildung der Ionen mit einer Kamera eine entsprechende Auflösung erreicht werden, damit diese getrennt voneinander abgebildet werden können. Beides stellt Anforderungen an die verwendete Numerische Apertur der Optik. Aufgrund mechanischer Restriktionen werden in diesem Experiment zwei Linsen mit einer numerischen Apertur (kurz NA) von $NA \approx 0,23$ verwendet, die etwa 25 mm vor und hinter der Ionenfalle platziert sind.

Die Zielsetzung dieser Masterarbeit liegt einerseits in der Durchführung von Designstudien zur Machbarkeitsanalyse und simulativen Optimierung des Systems innerhalb und außerhalb der Vakuumkammer. Andererseits sollen die so erhaltenen Ergebnisse umgesetzt und charakterisiert werden. Nach theoretischen Kapiteln zum Thema Quanteninformationsverarbeitung (Kapitel 2) und Optik (Kapitel 3) werden in Kapitel 4 die Grundlagen des Systems, wie die Funktionsweise einer Ionenfalle, aber auch Basiswissen zum technischen Aufbau und der Experimentdurchführung erläutert. Weiters werden in Kapitel 5 sowohl die Adressierungs- als auch die Abbildungsoptik im optischen Simulationsprogramm Optic Studio (vormals Zemax) implementiert und analysiert. So sollen optimale Linsenkombinationen außerhalb der Vakuumkammer bestimmt und mögliche Rückschlüsse von Strahlprofilaufnahmen auf mögliche Fehlplatzierungen der Linsen gefunden werden.

Als Zwischenschritt werden anschließend in Kapitel 6 die Simulationen in einem ersten Aufbau umgesetzt und getestet. Dabei werden zwei verschiedene Methoden zur Bestimmung der Fokusgröße verwendet und analysiert. Hauptaugenmerk liegt schließlich auf der Optimierung der Linsen-Platzierung der Adressier-Linsen und der Abschätzung von Strahlqualität bzw.

Strahlradius im Fokus. Nach Integration des optischen Systems in das Experiment ist keine Veränderung daran mehr möglich, ohne wesentliche Teile der Vakuumkammer zu demontieren.

Zuletzt werden in Kapitel 7 der tatsächliche optische und mechanische Experimentaufbau erläutert sowie Messergebnisse an gefangenen Ionen präsentiert. Dies schließt einerseits die Bestimmung der Vergrößerung und der Abbildungsqualität ein und bietet andererseits Anhaltspunkte für die tatsächliche Strahltaile des Adressierstrahles. Eine Zusammenfassung und einen Ausblick auf die nächsten Schritte und Optimierungsmöglichkeiten liefert schließlich Kapitel 8.

Kapitel 2

Quanteninformationsverarbeitung

In diesem Kapitel werden die Grundlagen der Quanteninformationsverarbeitung (kurz *QIV*) aufbereitet. Nach der theoretischen Beschreibung von Ion-Licht-Wechselwirkungen folgt eine Einführung in optische "QuBits", wie diese oft in der QIV verwendet werden. Anschließend wird die Funktionsweise von Quantengatteroperationen erläutert. Dieses Kapitel ist als Übersicht gedacht und basiert hauptsächlich auf [10–12].

2.1 Allgemeine Überlegungen

Die zentrale Idee in der QIV spielt das sogenannte Quantenbit, kurz QuBit. Es ist das quantenmechanische Analogon zum klassischen Bit, dem Grundbaustein jeden Computers. Das Bit kann die Information 1 bzw. 0 besitzen, wobei dies zum Beispiel elektronisch mittels der Eigenschaft "Stromfluss"/"Kein Stromfluss" in Transistoren umgesetzt wird. Ein QuBit kann zusätzlich aber auch sämtliche "dazwischenliegende" Zustände, durch quantenmechanische Superposition der Zustände $|1\rangle$ und $|0\rangle$, einnehmen. Quantenbits können auf verschiedenste Arten implementiert werden. Zum Beispiel durch die im Folgenden näher erläuterten gefangenen Ionen, aber unter anderem auch durch supraleitende Quanteninterferenzeinheiten (aus dem Englischen kurz SQUIDS) [13] oder Photonen [14], wobei letztere derzeit vor allem zum Informationstransfer eingesetzt werden [15].

Der Informationsgehalt von QuBits entspricht zwar jenem von klassischen Bits, jedoch erlaubt die Überlagerung von Zuständen bei gewissen Operationen eine effizientere Implementierung. Das wohl bekannteste Beispiel für die Möglichkeiten eines Quantencomputers ist die Primfaktorzerlegung mittels Shor Algorithmus [3, 4]. Auch der Grover Algorithmus, er ermöglicht effizientere Suchen in Datenbanken, ist ein bekanntes Beispiel [5] für Vorteile der QIV.

2.2 Ion-Licht-Wechselwirkung

Aus Gründen der Einfachheit wird zur Beschreibung der Ion-Licht-Wechselwirkung zunächst ein System aus einem monochromatischem Lichtfeld und einem Zweiniveausystem (kurz ZNS), als vereinfachtes Ion, betrachtet. Das Lichtfeld wird dabei beschrieben durch ein elektromagnetisches Feld der Form

$$E(\vec{x}, t) = e^{i(\vec{k}_L \vec{x} - \omega_L t + \phi)} + e^{-i(\vec{k}_L \vec{x} - \omega_L t + \phi)}, \quad (2.1)$$

einer ebenen Welle. An jedem Ort \vec{x} zur Zeit t ist die Feldstärke somit durch die Parameter der Kreisfrequenz ω_L bzw. der Wellenzahl \vec{k}_L des Lichtfelds, sowie dessen Phase ϕ definiert. Das Ion wird durch das Zwei-Niveau-System $|S\rangle$, $|D\rangle$ beschrieben, wobei die Energien durch $E_{S,D} = \hbar\omega_{S,D}$ definiert sind. Dabei bezeichnet \hbar das Plancksche Wirkungsquantum und $\omega_{S,D}$ die Kreisfrequenzdifferenz der beiden Zustände. Die Energiedifferenz der beiden Niveaus ergibt sich somit zu $E_{S,D} = \hbar(\omega_D - \omega_S) = \hbar\omega_{SD}$. In Abbildung 2.1 sind die Zustände $|S\rangle$ und $|D\rangle$ sowie die Energiedifferenz $E_{S,D}$ veranschaulicht [11].

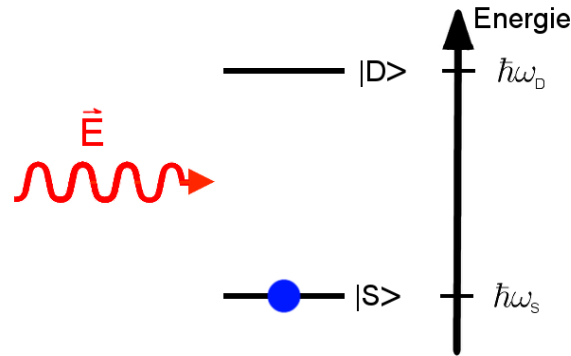


Abbildung 2.1: Termschema Grundzustand/Angeregter Zustand. Illustration eines Ions im Grundzustand $|S\rangle$ mit Energie $E_S = \hbar\omega_S$. Durch Aufbringen der Energie $E_{S,D} = \hbar(\omega_S - \omega_D)$, beispielsweise durch das Feld bzw. den Laserpuls \vec{E} , kann das Ion in den Zustand $|D\rangle$ angeregt werden.

Das Fangen von Ionen geschieht in Paul Fallen mittels elektrischer Quadrupol-Wechselfelder im Radiofrequenz-Bereich sowie statischer elektrischer Felder. Diese erzeugen ein Potential in alle drei Raumrichtungen und erlauben so das Speichern von Ionen [16–18]. Die Bewegung des Ions im Potential lässt sich näherungsweise durch jene in einem harmonischen (Pseudo-)Potential mit säkularer Frequenz ω beschreiben. Dabei wird die höherfrequente, durch die Fallenfrequenz Ω_{RF} aufmodulierte, Mikrobewegung ([10, 19]) vernachlässigt. Diese Näherung bezeichnet man als Säkularnäherung.

Für den Fall von mehr als einem gefangenen Ion ergeben sich aufgrund der Coulomb-Wechselwirkung gekoppelte Bewegungs-Normalmoden. Die erste gemeinsame Schwingungs-mode ist die Schwerpunktmode oder, aus dem Englischen "center-of-mass mode", auch kurz COM-Mode genannt. Diese entspricht einer starren hin- und her-Bewegung der gesamten Ionenkette. Die Fallenfrequenz der COM-Mode entspricht dabei genau jener eines einzelnen Ions.

Die zweite Bewegungs-mode ist die sogenannte Atmungs-Mode (aus dem Englischen "breathing-mode"), bei der die Bewegungsamplitude jedes Ions proportional dem Abstand seiner Gleichgewichtsposition zum Fallenzentrum ist. Bildlich gesprochen handelt es sich somit um eine synchrone Entfernung und Annäherung vom/zum gemeinsamen Schwerpunkt. Allgemein lässt sich festhalten, dass es für eine Kette aus N Ionen genau N Normalmoden mit N Eigenfrequenzen gibt [20, 21].

Der Gesamt-Hamilton-Operator \hat{H} dieses Systems kann als Summe aus den zwei Komponenten \hat{H}_{intern} und \hat{H}_{extern} beschrieben werden [22]:

$$\hat{H} = \hat{H}_{\text{intern}} + \hat{H}_{\text{extern}} \quad (2.2)$$

Der interne Hamilton-Operator setzt sich dabei aus drei Anteilen zusammen: Der erste Anteil ist jener der kinetischen Energie und ist durch den Impuls-Operator \hat{p} und der Ionenmasse m definiert. Der Anteil der potentiellen Energie im modellierten harmonischen Potential (2. Term) wird durch den Ortsoperator \hat{x} , die säkulare Fallenfrequenz ω und erneut die Ionenmasse m bestimmt. Mit dem dritten und letzten Term, jenem des atomaren elektronischen Zustands mit Pauli Spin Operator $\hat{\sigma}_z$, ergibt sich der interne Hamilton-Operator schließlich als die Summe dieser drei Anteile zu

$$\hat{H}_{\text{intern}} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2\hat{x}^2 + \frac{1}{2}\hbar\omega_{\text{SD}}\hat{\sigma}_z. \quad (2.3)$$

Der Operator der Wechselwirkung zwischen Zwei-Niveau-System und Lichtfeld, \hat{H}_{extern} , wird unter anderem durch die Pauli Spin Matrizen $\hat{\sigma}^+$ und $\hat{\sigma}^-$ sowie die effektive Rabi-Frequenz bei Resonanz Ω beschrieben. Außerdem fließen die bereits bekannten Parameter des Lichtfelds, ω_L , k_L und ϕ , in Form einer ebenen Welle, ein. Der Hamilton-Operator der Wechselwirkung lässt sich somit als

$$\hat{H}_{\text{extern}} = \frac{1}{2}\hbar\Omega(\hat{\sigma}^+ + \hat{\sigma}^-)(e^{i(k_L\hat{x} - \omega_L t + \phi)} + e^{-i(k_L\hat{x} - \omega_L t + \phi)}) \quad (2.4)$$

schreiben. Diese Definition erlaubt es, verschiedene Übergänge einheitlich über die Kopplungsstärke Ω zu beschreiben.

Verwendet man

$$\eta = k_L \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}, \quad (2.5)$$

lässt sich der Hamilton-Operator aus Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren \hat{a}^\dagger bzw. \hat{a} darstellen. η wird Lamb-Dicke-Parameter genannt und beschreibt das Verhältnis der Größe des Wellenpakets zu jener der Wellenlänge. Mit Hilfe der Drehwellennäherung [23] kann der Hamilton-Operator zu

$$\hat{H}_{\text{intern}} = \hbar\omega(\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2}) + \frac{1}{2}\hbar\omega_{\text{SD}}\hat{\sigma}_z \quad (2.6)$$

$$\hat{H}_{\text{extern}} = \frac{1}{2}\hbar\Omega(e^{i\eta(\hat{a} + \hat{a}^\dagger)}\hat{\sigma}^+ e^{-i(\omega_L t + \phi)} + e^{-i\eta(\hat{a} + \hat{a}^\dagger)}\hat{\sigma}^- e^{i(\omega_L t + \phi)}) \quad (2.7)$$

weiter vereinfacht werden [11].

Nach einem Wechsel in das Wechselwirkungsbild ($\hat{H}_D = U^\dagger H U$, mit $U = e^{iH_{\text{intern}}t/\hbar}$) lautet der Hamilton-Operator

$$\hat{H}_D = \frac{1}{2}\hbar\Omega(e^{i\eta(\hat{a}' + \hat{a}'^\dagger)}\sigma^+ e^{-i(\Delta t - \phi)} + e^{-i\eta(\hat{a}' + \hat{a}'^\dagger)}\sigma^- e^{i(\Delta t - \phi)}) \quad (2.8)$$

mit $\Delta = \omega_L - \omega_{\text{SD}}$, der Verstimmung der Lichtfrequenz zur Übergangsfrequenz der beiden Zustände des Ions, und $\hat{a}' = \hat{a}e^{i\omega t}$ [10, 11].

Die Bewegungsenergie wird aufgrund der quantisierten Bewegung durch den Erwartungswert von $E_n = n\hbar\omega$ (also $\langle E_n \rangle$) definiert. Der Erwartungswert $\langle n \rangle$ gibt dabei die Anzahl an Bewegungsquanten an, die das Ion besitzt. Der entsprechende Basiszustand des harmonischen Oszillators ist $|n\rangle$. Der Gesamtzustand des Ions, bestehend aus elektronischem Zustand ($|S\rangle$)

bzw. $|D\rangle$) und Bewegungszustand $|n\rangle$, wird dann beschrieben durch das Tensorprodukt der beiden Zustandskets $|S\rangle \otimes |n\rangle = |S, n\rangle$.

Nach Gleichung 2.8 ergibt sich wegen der (oszillierenden) Bewegung des Ions in der Falle eine vom Laser induzierte Koppelung des Zustandes $|S, n\rangle$ zu allen Zuständen $|D, n'\rangle$. Abbildung 2.2 zeigt die Koppelung der Energieniveaus der Zustände $|S\rangle$ und $|D\rangle$ des Zwei-Niveau-Systems mit dem Zustand $|n\rangle$ im harmonischen Oszillator.

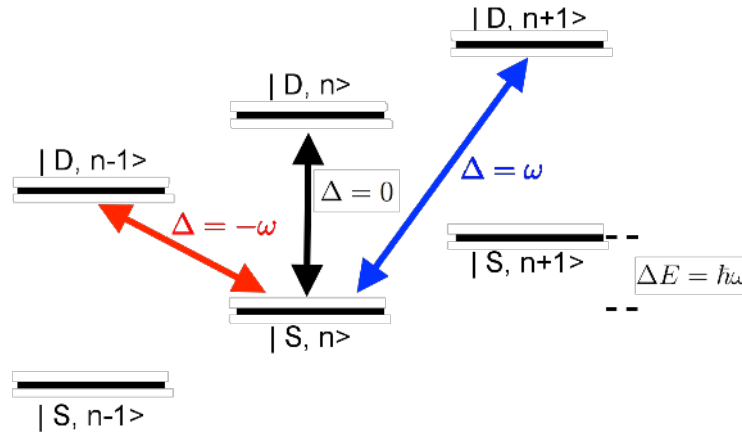


Abbildung 2.2: Schema von Träger- und Seitenbandübergängen Durch Koppelung der Ionenbewegung im harmonischen Pseudopotential mit dem elektronischen Zustand des Ions ergeben sich Übergänge ohne Änderung der Bewegungsenergie (Trägerübergang, dargestellt schwarz) und Übergänge mit Reduktion bzw. Erhöhung der Energie im harmonischen Pseudopotential (Seitenbandübergänge, dargestellt in rot bzw. blau).

Für $\Delta = \omega_L - \omega_{SD} \approx \pm k\omega$, wobei $k \in \mathbb{N}$, führen Übergänge auf diesen sogenannten Seitenbändern (k -ter Ordnung) zu einer Senkung bzw. Erhöhung des Vibrationszustandes um k Quanten. Trägerübergänge ($\Delta \approx 0$) lassen den Vibrationszustand des Ions hingegen unverändert und manipulieren ausschließlich den elektronischen Zustand [10].

Die monochromatische Eigenschaft des Lichtfelds wird im Experiment durch einen Laser realisiert. Dieser hat zwar eine sogenannte Linienbreite von wenigen Hertz, jedoch spielt diese für die Betrachtung, unter Berücksichtigung der typischen Wechselwirkungszeiten, hier nur eine untergeordnete Rolle und wird deshalb vernachlässigt. Auch das angenommene Zweiniveausystem ist, wie angedeutet, lediglich eine Vereinfachung. Diese Eigenschaft kann jedoch durch entsprechende Wahl verschiedener Parameter, wie beispielsweise den konkret gewählten Übergängen, der Laserfrequenz und -intensität, etc., in Ionen sehr gut approximiert werden.

2.3 Optische QuBits

Wird der Lamb-Dicke Parameter vernachlässigt, lässt sich Gleichung 2.8 weiter vereinfachen. Daraus ergibt sich schließlich der Hamilton-Operator

$$H_D = \frac{1}{2} \hbar \Omega (\sigma^+ e^{-i(\delta\omega_{SD}t + \phi)} + \hat{\sigma}^- e^{i(\delta\omega_{SD}t + \phi)}), \quad (2.9)$$

zur Betrachtung des Populationstransfers ohne Änderung der Vibrationsquantenzahl, also einem Trägerübergang. Die beiden Lösungen dazu sind

$$\dot{c}_D = -\frac{1}{2}i\Omega e^{-i(\delta\omega_{SD}t+\phi)}c_S \quad (2.10)$$

und

$$\dot{c}_S = -\frac{1}{2}i\Omega e^{i(\delta\omega_{SD}t+\phi)}c_D. \quad (2.11)$$

Hierbei bezeichnet $c_m(t)$ die Amplitude des Zustands m , im vorliegenden Fall des Zweiniveausystems also der beiden Zustände $|S\rangle$ und $|D\rangle$. Ein allgemeiner Zustand $|\psi(t)\rangle$ lässt sich durch die Wirkung einer unitären Transformation $\hat{U}(t)$ auf den Eigenzustand $|\psi(0)\rangle$ beschreiben. Die Matrix dieser Wechselwirkung

$$\hat{U}(t) = \begin{pmatrix} \cos(\Omega t) & -ie^{-i\phi} \sin(\Omega t) \\ -ie^{i\phi} \sin(\Omega t) & \cos(\Omega t) \end{pmatrix} = R(\theta, \phi) \quad (2.12)$$

beschreibt die Rotation eines Punktes auf einer Kugel um eine beliebige Achse deren Richtung durch $\cos(\phi)\vec{e}_x + \sin(\phi)\vec{e}_y$ gegeben ist.

Der allgemeine QuBit-Zustand $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$, wobei α und β komplexe Zahlen sind welche die Normierungsbedingung $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ erfüllen, kann auch als

$$|\psi\rangle = e^{i\gamma} \left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|0\rangle + e^{i\phi} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|1\rangle \right), \quad (2.13)$$

mit den reellen Zahlen θ , ϕ und γ , definiert werden. Als Bloch-Kugel (Abb. 2.3) wird eine Darstellungsart von beliebigen Quantenzuständen eines Zweiniveausystems und Quantenzustandsänderungen bezeichnet. Während θ und ϕ als Polarkoordinaten des sogenannten Bloch-Vektors interpretiert werden können, ist γ eine globale Phase. Diese Phase ist nicht messbar, kann somit frei gewählt werden und wird in der Regel gleich Null gesetzt. Die Darstellung als Bloch-Kugel

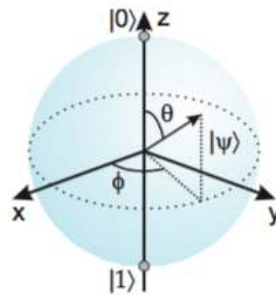


Abbildung 2.3: Bloch-Kugel. Die Bloch-Kugel bietet eine anschauliche Möglichkeit, QuBit-Operationen als Rotationen auf der Sphäre darzustellen. Hierbei entspricht $|0\rangle$ bzw. $|1\rangle$ den Zuständen $|D\rangle$ bzw. $|S\rangle$. Der Bloch-Vektor wird dabei durch θ und ϕ definiert und hat für reine Zustände per Definition als Einheitskugel die Länge $r = 1$. Abbildung entnommen aus [12].

ist jedoch nur für einzelne Ionen eine praktikable Darstellungsform und verliert ihre Anschaulichkeit für Multi-Ionen-Systeme [12, 24, 25].

Zur experimentellen Realisierung des bisher angenommenen Systems eines isolierten Zwei-Niveau-Systems ist es, um die Abgeschlossenheit zu erreichen, notwendig, dass die Licht-Ion-Kopplung größer ist als jede Art von Kopplung an die Umgebung. Am wichtigsten ist dabei, dass die verwendeten Energieniveaus an keine andere Mode koppeln. Spontane Emission, der stochastische Zerfall eines angeregten Zustands in den Grundzustand, ist umgekehrt proportional zur Lebensdauer des energetisch höheren Zustands. Zur Realisierung eines Zweiniveausystems muss die spontane Emission unterdrückt sein. Im Fall von stabilen ($\tau \rightarrow \infty$) bzw. metastabilen ($\tau \approx 1$ s) Energieniveaus ist dies gegeben, weil getriebene Zustandsänderungen im betrachteten Experiment im Bereich von Mikrosekunden erfolgen und damit um bis zu sechs Größenordnungen schneller vonstatten gehen. Solch (meta)stabile Niveaus findet man unter anderem bei dipol-verbotenen Übergängen, also beispielsweise bei Quadrupol-Übergängen.

Der Wechselwirkungshamiltonoperator wird in diesem Fall durch

$$H_{\text{WW}} = \hat{Q} \vec{\nabla} E(t) \quad (2.14)$$

beschrieben, wobei \hat{Q} das elektrische Quadrupol-Moment und $E(t)$ das elektromagnetische Feld bezeichnet. Mit

$$\Omega = \left| \frac{eE_0}{2\hbar} \langle S, m | (\vec{\epsilon} \cdot \vec{r}) (\vec{k} \cdot \vec{r}) | D, m' \rangle \right| \quad (2.15)$$

entspricht H_{WW} formell Gleichung 2.4. Dabei bezeichnet E_0 die elektrische Feldamplitude, \vec{r} die Relativposition des Valenzelektrons zum atomaren Schwerpunkt und m bzw. m' bezeichnen die magnetischen Quantenzahlen. Im Vergleich zu einem dipol-erlaubten Übergang ist die Rate der spontanen Emission des angeregten Zustands beim Quadrupolübergang um etwa $f \approx (ka_0)^2$ reduziert, wobei a_0 dem Bohr Radius entspricht. Näherungsweise lässt sich die Kopplungsstärke auch als

$$\Omega \approx \frac{kE_0}{2\hbar} e a_0^2 \quad (2.16)$$

schreiben [10].

2.4 Universelle Gatter

In Analogie zu klassischen Computern, deren elementare Operationen aus elektrischen Gatteroperationen bestehen, werden auch in der quantenmechanischen Informationsverarbeitung Gatter verwendet. Im sogenannten Quantenschaltkreismodell (Abb. 2.4) wird die Zeitevolution eines Multi-QuBit Systems durch horizontale Linien für jedes QuBit und Blöcke, die vordefinierten Manipulationen entsprechen, dargestellt. In diesem Modell führen Gatteroperationen Manipulationen an der Quanteninformation aus.

Die (theoretisch) einfachste Operation bildet jeden Zustand auf sich selbst ab und heißt Identitäts-Operation. Bei allen anderen Operationen wird zwischen Einzel-QuBit Gattern und Multi-QuBit Gattern unterschieden. Eine Menge an Gatteroperationen wird dann als universell bezeichnet, wenn sich jede beliebige Transformation damit durchführen lässt. Für gewisse Multi-QuBit-Gatter in Kombination mit der Menge aus Einzel-QuBit Operationen ist dies erfüllt. Diese bilden damit Sets an universellen Quantengatter [12].

Als Beispiel für solch ein Multi-QuBit-Element der universellen Quantengatter soll die quantenmechanische Version des Controlled-Not (kurz *CNOT*) Gatters dienen, die in Abbildung 2.4a dargestellt ist. Dieses invertiert den Zustand eines QuBits in Abhängigkeit von einem

Anderen. In Matrixdarstellung lässt sich das CNOT Gatter in der Basis $\{|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle\}$ als

$$U_{\text{CNOT}} = \begin{matrix} & |00\rangle & |01\rangle & |10\rangle & |11\rangle \\ \begin{matrix} |00\rangle \\ |01\rangle \\ |10\rangle \\ |11\rangle \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (2.17)$$

darstellen.

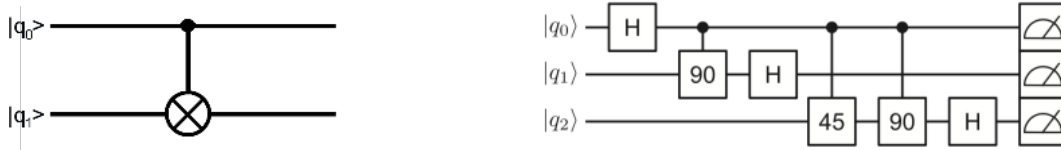


Abbildung 2.4: Quantenschaltkreismodell. Das Quantenschaltkreismodell beschreibt die zeitliche Veränderung eines Multi-QuBit Systems. Entlang der Vertikalen sind die QuBits $|q_x\rangle$ angeordnet. Der Zeitverlauf wird in horizontaler Richtung entlang der Linien dargestellt. Blöcke und bestimmte Symbole stellen dabei die definierten Manipulationen dar. a) zeigt das Schaltkreismodell eines CNOT-Gatters. b) stellt verschiedene Gatteroperationen, darunter beispielsweise Hadamard-Gatter und kontrollierte QuBit-Rotationen um die jeweils angegebene Gradzahl, im Rahmen eines Algorithmus zur Quanten-Fourier-Transformations, dar. Abbildung b) entnommen aus [9].

Sei das erste QuBit, in Abbildung 2.4a das sogenannte Kontroll-Bit ($|q_0\rangle$) und das Zweite ($|q_1\rangle$) das Ziel-Bit, dann wird das Ziel-Bit in Abhängigkeit des Zustandes des Kontroll-Bits geändert. Experimentell wird diese Manipulation unter anderem durch die Verwendung einer gemeinsamen Vibrationsmode, auch Bus-Mode genannt, realisiert [26]. In Abhängigkeit vom gemeinsamen Bewegungszustand erfolgt dann gegebenenfalls eine Invertierung des Quantenzustandes des Ziel-Bits. Hierfür ist es jedoch notwendig, einzelne QuBits individuell mit Laserpulsen manipulieren zu können [26, 27].

2.5 Einzel-QuBit Gatter

Neben gewissen Multi-QuBit Gattern wird auch für Einzel-QuBit Gatter die Möglichkeit benötigt, Ionen individuell adressieren und manipulieren zu können. Betrachtet man ausschließlich unitäre Operatoren, lassen sich diese durch Rotationen auf der bereits erwähnten Bloch-Kugel beschreiben, weil sie linear und normerhaltend bezüglich dem Quantenzustand bzw. der entsprechenden Wellenfunktion sind. Solche Rotationen sind durch einen bestimmten Drehwinkel um einen reellen Einheitsvektor auf der Blochkugel eindeutig definiert. In Anlehnung an Gleichung 2.12 sind beispielsweise

$$R_x(\gamma) = e^{-i\frac{\gamma}{2}\sigma_x} = \begin{pmatrix} \cos(\frac{\gamma}{2}) & -i \sin(\frac{\gamma}{2}) \\ -i \sin(\frac{\gamma}{2}) & \cos(\frac{\gamma}{2}) \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

$$R_y(\beta) = e^{-i\frac{\beta}{2}\sigma_y} = \begin{pmatrix} \cos(\frac{\beta}{2}) & \sin(\frac{\beta}{2}) \\ \sin(\frac{\beta}{2}) & \cos(\frac{\beta}{2}) \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

die allgemeinen Rotationen um die x - und y -Achse in Matrixnotation.

Wenn für jedes QuBit solche Einzel-QuBit-Operationen verfügbar sind, reicht dies in Kombination mit einem verschränkenden Gatter aus, um sämtliche andere Gatter (Einzel- und Multi-QuBit) realisieren zu können. Experimentelle Voraussetzung hierfür ist die bereits erwähnte Notwendigkeit, QuBits einzeln manipulieren zu können [12]. Im SQIP-Experiment erfolgt die Manipulation durch Laserpulse. Daraus folgt die experimentelle Notwendigkeit die, zur Einzelionenadressierung verwendeten, Laserstrahlen so fokussieren zu können, dass benachbarte Ionen während solcher Operationen möglichst unbeeinflusst bleiben.

Kapitel 3

Optik

Die Durchführung von Einzel-QuBit-Manipulationen setzt voraus, dass benachbarte Ionen (siehe Abbildung 1.1 eine möglichst geringe Restintensität des Laserimpulses erfahren und dafür der Strahlfokus möglichst klein sein soll. Die angestrebte Fokusgröße der Einzelionen-adressierung liegt im Größenbereich einer Wellenlänge des verwendeten Adressier-Laserlichts (≈ 730 nm) und befindet sich damit im Grenzbereich des physikalisch Möglichen. Zur Betrachtung der auftretenden Effekte werden einige Grundlagen aus der Optik benötigt, die über die Beschreibung durch ebene Wellen hinausgehen. So wird nachfolgend das Konzept der Gauß-Strahlen betrachtet, das vor allem für Definitionen wie Strahltaille und der damit verwandten charakteristischen Größe der Rayleigh-Länge benötigt wird. Im angestrebten Fokusgrößenbereich treten zudem vermehrt Beugungserscheinungen auf, die hier ebenso erklärt werden. Weiters werden die Begriffe Polarisation, Aberration und die numerische Apertur näher beleuchtet und die grundlegenden Konzepte wiederholt. Dieses Kapitel ist eine Zusammenfassung der notwendigen Grundlagen und basiert hauptsächlich auf dem Buch von D. Meschede (Optik, Licht und Laser) und Saleh/Teich (Grundlagen der Photonik) [28, 29].

3.1 Gauß-Strahlen

Zur Herleitung des Gauß-Strahlen Formalismus [28] wird der Fall einer elektromagnetischen Welle im Vakuum betrachtet. Die einzige Änderung, die sich für Wellen in isotroper Materie ergibt, ist eine durch den Brechungsindex des Mediums n hervorgerufene, unterschiedliche Phasengeschwindigkeit $c \rightarrow c/n$. Die Beschreibung der Welle ist jedoch dieselbe weshalb sich diese Herleitung auf den Vakuum-Fall beschränkt.

Aus den Maxwell'schen Gleichungen lässt sich die Wellengleichung im Vakuum

$$\left(\vec{\nabla}^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \vec{E}(\vec{r}, t) = 0 \quad (3.1)$$

ableiten. Diese kann mittels der Dispersionsrelation $\omega^2 = c^2 \vec{k}^2$ zur sogenannten Helmholtz-Gleichung

$$(\vec{\nabla}^2 + \vec{k}^2) \vec{E}(\vec{r}) = 0 \quad (3.2)$$

weiter vereinfacht werden, wobei $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda}$ der Wellenzahlvektor zur Wellenlänge λ ist. Lösungen

der Helmholtzgleichung sind unter anderem in kartesischen Koordinaten ebene Wellen

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \Re\{E_0 \vec{\epsilon}_{1,2} e^{-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}\}, \quad (3.3)$$

mit konstanter Amplitude E_0 , Kreisfrequenz ω , dem bereits erwähnten Wellenzahlvektor \vec{k} sowie den beiden unabhängigen und orthogonalen Polarisationsrichtungen $\vec{\epsilon}_{1,2}$.

Andererseits sind sphärische Wellen eine Lösung der Helmholtzgleichung in Kugelkoordinaten. Sei $\vec{r} = 0$ das Zentrum der Kugelwelle, dann können die Kugelwellenlösungen approximiert werden wenn man nur Punkte (x, y, z) betrachtet für die gilt, dass $\theta \approx \sqrt{(x^2 + y^2)}/z \ll 1$ mit $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ erfüllt ist [29]. Diese Näherung ist auch unter dem Begriff der Paraxial-Näherung bekannt. So lässt sich eine skalare, isotrope Kugelwelle in der vereinfachten Form

$$E(\vec{r}, t) = \Re\left\{E_0 \frac{e^{-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}}{|\vec{k}\vec{r}|}\right\} \quad (3.4)$$

darstellen.

Im vorliegenden Fall wird ein Laserstrahl in z-Richtung angenommen, der sich analog einer ebenen Welle $E(z, t)$ ausbreitet. Für große Distanzen z hingegen divergiert selbst das kollimierte Laserlicht, weshalb in diesem Fall die Beschreibung des Lasers als Kugelwelle $E(\vec{r}, t)$ erfolgen muss. Schlussendlich, in noch größeren Entfernungsbereichen wie beispielsweise in den Bereichen der Astrophysik, gehen Kugelwellen wieder in ebene Wellen über.

Wird die paraxial genäherte Welle in ihre longitudinalen und transversalen Anteile zerlegt und axiale Symmetrie vorausgesetzt, so reicht eine transversale Koordinate ρ zur Beschreibung der Welle aus. Für $\rho \ll z, r$ (der Fresnel-Näherung) lässt sich der räumliche Anteil der Kugelwelle wiederum zu

$$E(\vec{r}) = \frac{E_0(\vec{r})}{|\vec{k}\vec{r}|} e^{i\vec{k}\vec{r}} \simeq \frac{E_0(z, \rho)}{kz} e^{(i\frac{k\rho^2}{2z})} e^{ikz} \quad (3.5)$$

vereinfachen und erhält damit die Form einer ebenen Welle. Diese Welle weist jedoch eine leichte transversale Krümmung durch den Fresnel-Faktor $\exp(i\frac{k\rho^2}{2z})$ auf.

Unter Annahme einer konstanten Amplitude ergibt sich durch die Substitution $z \rightarrow q(z) = z + iz_0$ und mit den neu eingeführten Variablen der Rayleigh Länge z_0 , der Strahltaile w_0 , dem Strahlradius $w(z)$, dem Krümmungsradius $R(z)$, sowie der Gouy-Phase $\xi(z)$ die Definition

$$E(\rho, z) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} e^{-\left(\frac{\rho}{w(z)}\right)^2} \times e^{-\frac{ik\rho^2}{2R(z)}} \times e^{-i(kz - \xi(z))}. \quad (3.6)$$

In dieser Definitionsweise lassen sich die einzelnen Faktoren anschaulich erklären. Während der erste Teil die Amplitudenverteilung in transversaler Richtung beschreibt, liefert der Zweite die sphärische Krümmung der Wellenfronten. Der letzte Teil definiert die Entwicklung der Phase entlang der Propagationsrichtung z [28, 29].

Abgesehen von dieser anschaulichen Lösung existieren auch komplexere Lösungen zu den paraxialen Helmholtzgleichungen. Diese beinhalten Hermite-Gauss- und Laguerre-Gauss-Polynome für die Beschreibung verschiedener transversaler Moden m, n [28]. Die Definition in Gleichung 3.6 bezeichnet die, für die Zwecke dieser Masterarbeit relevante, sogenannte Gaußsche Grundmode ($m = n = 0$).

Aus der Definition der Gauß'schen Strahlenpropagation lassen sich die nachfolgenden Parameter ableiten und definieren [29]. Zur besseren Veranschaulichung sind die wichtigsten Strahlparameter in Abbildung 3.1, am Ende dieses Unterkapitels, dargestellt.

Strahltaile w_0 und Strahlradius $w(z)$ Die Strahltaile, der minimale Radius bzw. der Radius im Fokus, ist gegeben durch $w_0 = \sqrt{\frac{\lambda z_0}{\pi}}$. Der Radius des Strahles in Entfernung z vom Fokus berechnet sich aus

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2}. \quad (3.7)$$

Die Rayleigh-Länge ist so bereits definiert als jene Position, an welcher der Strahlradius um den Faktor $\sqrt{2}$ bzw. die Strahlfläche um den Faktor 2 größer ist als im Fokus.

In transversaler Richtung sind Strahlradius w bzw. Strahltaile w_0 per Gleichung 3.6 definiert als die radiale Distanz ρ , an der die Amplitude des Feldes auf $1/e$ bzw. die Intensität auf $1/e^2$ des Maximalwertes abgefallen ist.

Rayleigh-Länge z_0 Die Rayleigh-Länge

$$z_0 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad (3.8)$$

ist ein Maß für den Bereich um die Fokusposition, innerhalb dessen für den Strahlradius per Definition gilt, dass $w(z_0) = \sqrt{2}w_0$. Je stärker ein Laserstrahl fokussiert wird, also je kleiner die Strahltaile w_0 und je größer die Wellenlänge λ , desto kleiner ist die Rayleigh-Länge z_0 .

Divergenz Im Limes für große Entfernungen ($z \gg z_0$) lässt sich aus den Definitionen von Gleichung 3.7 und 3.8 der sogenannte Divergenz- oder halbe Öffnungswinkel abschätzen zu

$$w(z) \approx \frac{w_0}{z_0} z \rightarrow \theta = \arctan\left(\frac{\lambda}{\pi w_0}\right). \quad (3.9)$$

Die Strahlausbreitung nähert sich in diesem Fall der Asymptote, die durch den Divergenzwinkel definiert ist. Deshalb erfolgt die Ausbreitung für große Distanzen z linear mit der Entfernung.

Phase und Krümmung/Wellenfront Die Phase des Strahles ergibt sich nach Gleichung 3.6 aus den drei Teilen

$$\varphi(\rho, z) = kz - \xi(z) + \frac{k\rho^2}{2R(z)}, \quad (3.10)$$

wobei der erste Teil der bereits eingeführten Phase einer ebenen Welle ist. Der Zweite, die Gouy-Phase, ist definiert als

$$\xi(z) = \tan^{-1} \frac{z}{z_0}. \quad (3.11)$$

Für den Fall $\rho = 0$ stellt $\xi(z)$ nach dieser Definition die Phasenverschiebung zwischen einer ebenen Welle (oder auch einer Kugelwelle) und dem betrachteten Gauß-Strahl dar. Für $z \rightarrow \pm\infty$ nähert sich diese Phase asymptotisch $\pm\pi/2$.

Die dritte und letzte Komponente beschreibt die Krümmung der Wellenfront aufgrund der Phasenverschiebung zwischen achsenfernen Punkten in Bezug zur Propagationsrichtung.

Für den Fall, dass $\rho \neq 0$ betrachtet wird, ergibt sich die Phasenverschiebung anschaulich durch die Phasendifferenz zwischen achsenfernen Punkten und der zugehörigen propagierten Distanz auf Achse. Zur besseren Vorstellung ist in Abbildung 3.1 die Wellenfront des Punktes $z = z_0$ eingezeichnet. Unter Berücksichtigung, dass $\xi(z)$ und $R(z)$ sich mit z nur langsam ändern und folglich als konstant betrachtet werden können, bezeichnet $R(z)$ den Krümmungsradius einer parabolischen Fläche (der Wellenfront) an einer Position z entlang der Strahlachse.

Der Radius strebt für $z \ll z_0$ gegen unendlich und sorgt so für planare Wellenfronten, also ebene Wellen, im Fokusbereich. Bei $z = z_0$ ist die Wellenfront maximal gekrümmt (der Radius minimal) und steigt für $z \gg z_0$ an bis $R(z) \approx z$ gilt. In diesem Fall gleicht die Propagation des Gauß-Strahles wiederum einer Kugelwelle. Per Konvention besitzen divergierende Wellenfronten positive Krümmungsradien und konvergierende entsprechend negative Radien.

Zur Veranschaulichung der eben definierten Parameter ist in Abbildung 3.1 als Beispiel ein Gaußscher Strahlverlauf ($\lambda = 674\text{nm}$, $w_0 = 1\mu\text{m}$, $z_0 = 4,7\mu\text{m}$) zu sehen. In Blau strichliert ist der Verlauf des Strahlradius $w(z)$ dargestellt. Die roten strichgepunkteten Linien sind die berechneten Wellenfronten zu verschiedenen Punkten z . Der grün gefüllte Kreis zeigt die Rayleigh-Länge an und der grüne Bogen gibt die entsprechende Wellenfront mit $R(z_0) = 2z_0$ an. Die schwarze Linie gibt die Asymptote der Strahlausbreitung für große Entfernungen $z \gg z_0$ an, die im Divergenzwinkel θ zur Strahlpropagationsrichtung liegt.

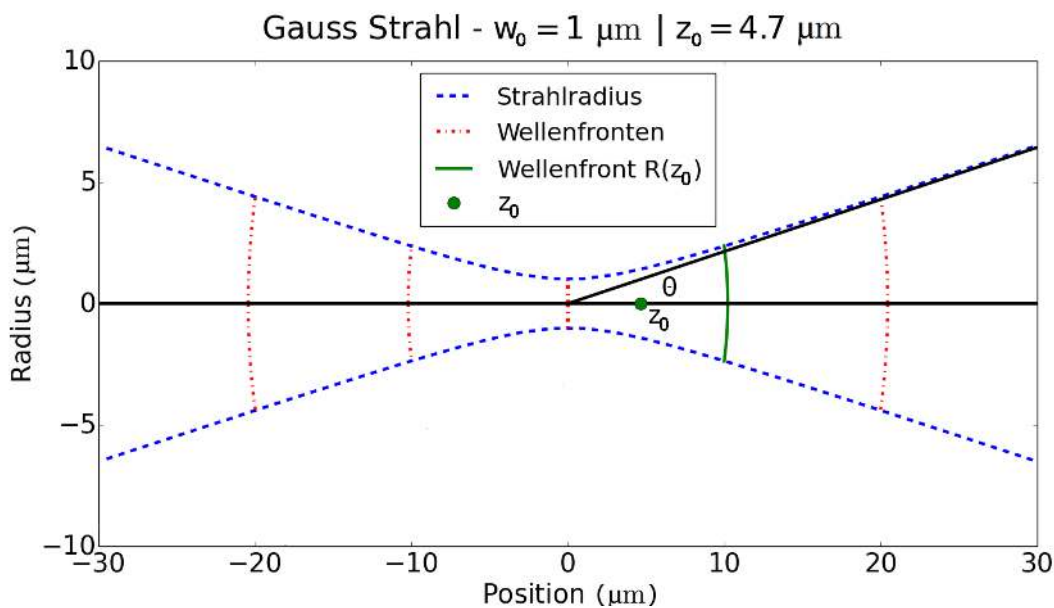


Abbildung 3.1: Schematischer Gauß-Strahl. Der axiale Strahlverlauf eines Gauß-Strahles ($\lambda = 674\text{ nm}$) mit Fokustaille $w_0 = 1\ \mu\text{m}$ ist blau-strichliert dargestellt. In rot strich-gepunktet sind die Wellenfronten eingezeichnet, die sich aufgrund der Phasenverschiebung des Strahles zwischen Strahlrand und z -Ausbreitungsrichtung ergeben. Weiters sind die Divergenz θ , sowie die Rayleigh-Länge $z_0 = 4,7\ \mu\text{m}$ eingezeichnet. In grün durchgehender Linie ist die Wellenfront mit minimalem Radius ($R(z_0) = 2z_0$) eingezeichnet.

3.2 Beugung und Beugungslimit

Aufgrund der Beschreibung von Licht durch Wellen ergibt sich hinter Blenden, entgegen des geometrisch intuitiven einfachen Schattens, ein Beugungsmuster. Dieses ist abhängig von Wellenlänge, Blendenabmessungen und Entfernung von der Blende zur Bildebene. Theoretisch exakt können Lösungen der Helmholtzgleichungen unter den Randbedingungen, die von der Blende vorgegeben werden, nur für wenige geometrische Strukturen beschrieben werden. Es gibt jedoch verschiedene Näherungen mit unterschiedlichen Graden an Genauigkeit, von denen hier speziell die Fraunhofer- und die Fresnelbeugung überblicksweise aus [29] zusammengefasst werden. Zur Betrachtung der nachfolgenden Beugungstheorien wird von einer ebenen Welle mit konstantem Intensitätsprofil ausgegangen.

Fraunhoferbeugung/Fernfeld Die Fraunhoferbeugung beschreibt Beugungserscheinungen für den Fall, dass die Fresnelzahl $N_F = D^2/\lambda d \ll 1$ ist, wobei D den Blendendurchmesser und d den Abstand von der Blende zur Bildebene beschreibt. In Abbildung 3.2 ist der schematische Aufbau sowie die daraus resultierende und im folgenden beschriebene Beugungserscheinung dargestellt. Unter angenommener Rotationssymmetrie (bspw. eine kreisförmige Blende) und der Fernfeldnäherung ergibt sich das sogenannte Airymuster bestehend aus einem zentralen Maximum, auch Airyscheibchen genannt, und der umgebenden Airyringe in verschiedenen Ordnungen. Der Radius des Airyscheibchens ist gleich $\rho_s = 1.22\lambda d/(2D)$ und spannt einen Winkel $\theta = 1.22\lambda/(2D)$ auf [29]. Dieses Muster lässt sich auch erzeugen wenn, anstatt langer Distanzen d , eine Linse der Brennweite f hinter der Blende verwendet wird oder die Linse selbst die Blende darstellt. In diesem Fall entsteht das typische Muster nach Airy im Bereich des Strahlfokus, wie in Abbildung 3.2 skizziert ist.

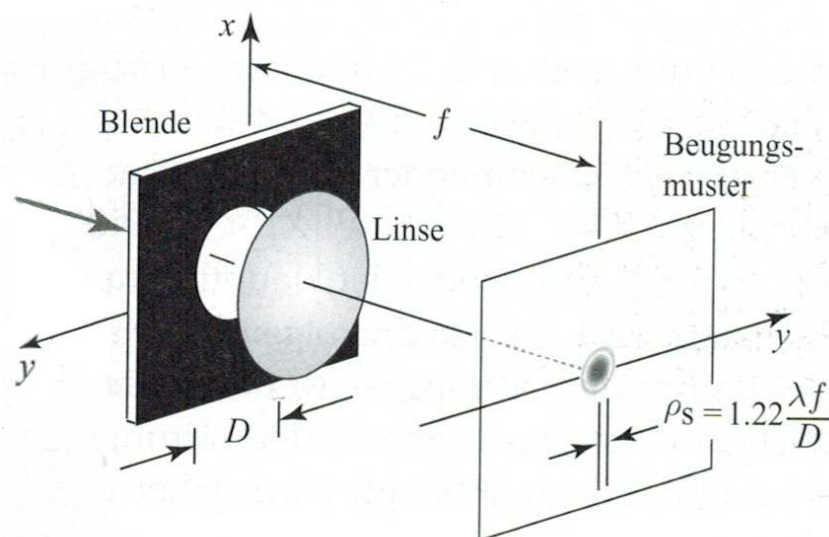


Abbildung 3.2: Beugung einer ebenen Welle. Skizze einer fokussierten ebenen Welle die im Abstand d hinter der Blende mit Durchmesser D am Schirm ein Beugungsmuster nach Airy verursacht. Der Radius des Airy-Scheibchens ist gegeben durch Gleichung ρ_s . Abbildung entnommen aus [29].

Aus dem Durchmesser der Airy-Scheibe lässt sich schließlich das Beugungslimit bestim-

men. Zwei Punktquellen können noch als getrennt wahrgenommen werden, wenn sie sich zumindest in einer Entfernung gleich der Summe der beiden Radien ihrer Airy-Scheiben zueinander befinden. Für näher aneinanderliegende Punktquellen würden die Beugungsscheiben überlappen und eine getrennte Erkennung wäre nicht mehr möglich.

Fresnelbeugung/Nahfeld Im Nahfeld wird Beugung hingegen durch die Fresnelbeugung und die Fresnelzahl $N_F \approx 1$ beschrieben. Seien $X = x/\sqrt{\lambda d}$ und $Y = y/\sqrt{\lambda d}$ die auf $\sqrt{\lambda d}$ normierten Entfernungen, dann lässt sich die Nahfeldtheorie allgemein als eine Faltung der Blendenfunktion mit dem sogenannten quadratischen Phasenfaktor $\exp[-i\pi(X^2 + Y^2)]$ beschreiben. Dieser Faktor referenziert die Phase zu einer Kugel mit Radius d und ermöglicht so die Beschreibung des elektrischen Feldes anhand der Differenz zu dieser Referenzkugel [30]. In Abbildung 3.3 sind Beugungsmuster am Einzelspalt in Abhängigkeit von N_F , dem Übergang von Nah- zu Fernfeldbeugung, dargestellt.

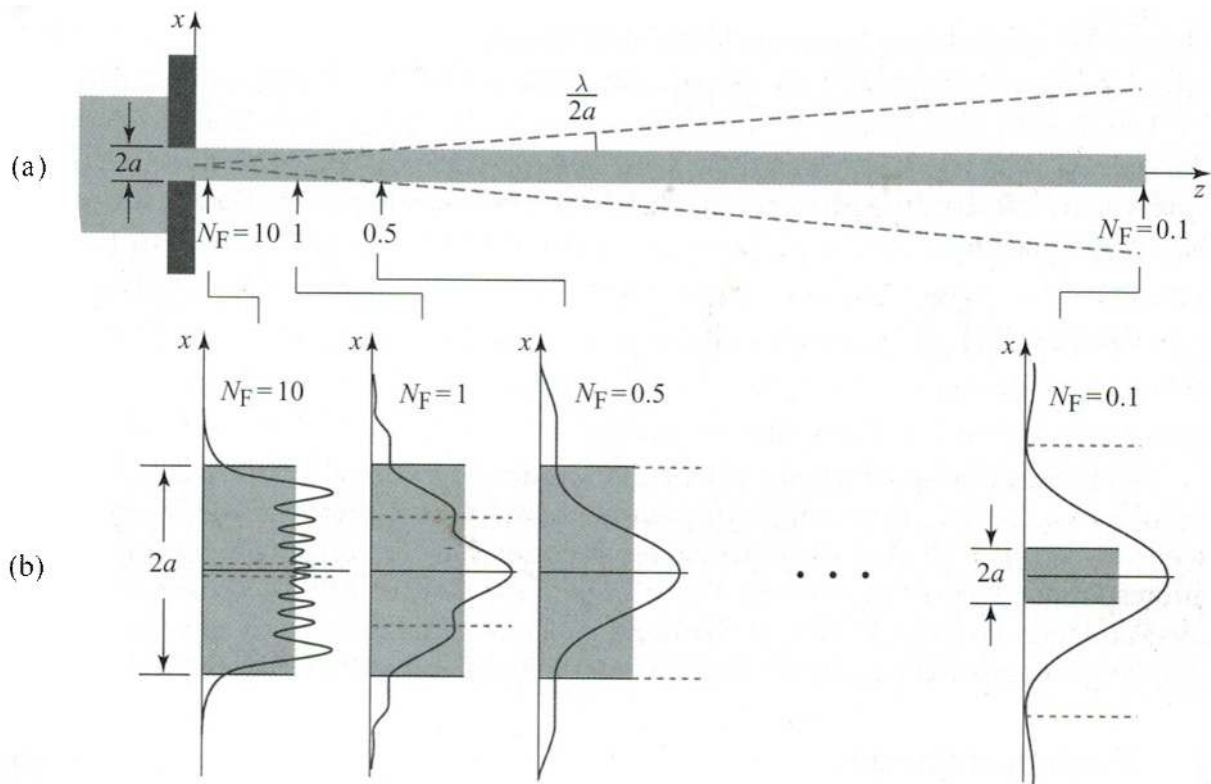


Abbildung 3.3: Beugungsübergang Nah- zu Fernfeld. Veranschaulichung zu den verschiedenen Beugungserscheinungen in Abhängigkeit von der Distanz der Blende zum Schirm. Für sehr kurze Distanzen, einer beispielsweise Fresnelzahl von $N_F = 10$, zeigt der Querschnitt in (b) ein typisches Schattenverhalten mit Fresnel-Beugungsmuster. Für größer werdende Distanzen, bzw. kleinere N_F 's, ist der Übergang zur Fraunhoferbeugung im Fernfeld zu erkennen. Die grau hinterlegten Flächen geben den geometrischen Schatten wieder und die strichlierte Linie zeigt die Breite der Fraunhofer-Beugung an. Abbildung entnommen aus [29].

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass sich bei kurzen Distanzen zwischen Bildfläche und Blende für die Intensitätsverteilung auf einer Bildebene der intuitiv zu erwartende Schatten

der Öffnung erkennen lässt. Dabei ergibt sich ein Fresnel-Beugungsmuster als Faltung der normierten Blendenfunktion mit dem bereits erwähnten Exponential-Faktor. Für große Distanzen wird das Fraunhofer Beugungsmuster sichtbar, welches durch das Betragsquadrat der Fourier-transformierten der Blendenfunktion definiert ist [29].

3.3 Polarisation

Die nachfolgende Diskussion von Polarisation (nach Referenz [29]) beschränkt sich auf den Fall paraxialer Wellen, die sich, was die Polarisation betrifft, näherungsweise durch ebene Wellen darstellen lassen. Die Wellenfronten bleiben in dieser Näherung während der Strahlpropagation unverändert. Es ist ausreichend, die Polarisation durch eine Ellipse zu beschreiben, wobei kreisförmige und lineare Polarisation als Spezialfall davon gesehen werden können.

Für eine monochromatische ebene Welle in z -Richtung (Frequenz ν , Geschwindigkeit c) lässt sich das normal zur Ausbreitungsrichtung stehende elektrische Feld als

$$\vec{\epsilon}(z, t) = \Re \left\{ \vec{A} \exp \left[i\omega \left(t - \frac{z}{c} \right) \right] \right\} \quad (3.12)$$

beschreiben, wobei hier $\omega = 2\pi\nu$ die Kreisfrequenz ist und

$$\vec{A} = A_x \hat{x} + A_y \hat{y}, \text{ mit } A_{x,y} = a_{x,y} \exp(i\varphi_{x,y}) \quad (3.13)$$

die komplexe Einhüllende mit den Einheitsvektoren \hat{x} und \hat{y} sowie den Beträgen $a_{x,y}$ und Phasen $\varphi_{x,y}$ bezeichnet. Die Polarisation lässt sich damit anschaulich als zeitveränderlicher Feldvektor $\vec{\epsilon}(z, t)$ an jedem Ort z beschreiben.

Nach Einsetzen von 3.13 in 3.12 lässt sich das Feld durch die beiden Komponenten in x - bzw. y -Richtung darstellen als

$$\epsilon_x = a_x \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{c} \right) + \varphi_x \right] \quad (3.14a)$$

$$\epsilon_y = a_y \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{c} \right) + \varphi_y \right]. \quad (3.14b)$$

Diese wiederum stellen die parametrischen Gleichungen der Ellipse

$$\frac{\epsilon_x^2}{a_x^2} + \frac{\epsilon_y^2}{a_y^2} - 2 \cos \left(\varphi \frac{\epsilon_x \epsilon_y}{a_x a_y} \right) = \sin^2(\varphi) \quad (3.15)$$

mit Phasendifferenz $\varphi = \varphi_y - \varphi_x$ dar. Des Weiteren wird auch häufig der Parameter $r = a_y/a_x$ verwendet, der den relativen Betrag der beiden orthogonalen Polarisationsrichtungen beschreibt. Zu einem fixen Zeitpunkt t folgt der elektrische Feldvektor ϵ somit einer Spiralbewegung um die Ausbreitungsrichtung z . An einem fixen Ort z hingegen beschreibt der Vektor eine Ellipsenbewegung in der xy -Ebene.

Als Spezialfall dieser allgemeinen Beschreibung ergibt sich sowohl die zirkulare Polarisation (bei $a_x = a_y$ und $\varphi = \pm\pi/2$) als auch die lineare Polarisation (wenn $a_x = 0$ oder $a_y = 0$, oder wenn $\varphi = 0$ bzw. $\varphi = \pi$). Zur Veranschaulichung der drei beschriebenen Polarisierungen soll Abbildung 3.4 dienen. Dabei wird auf der linken Seite der Vektor-Verlauf bei einem fixen

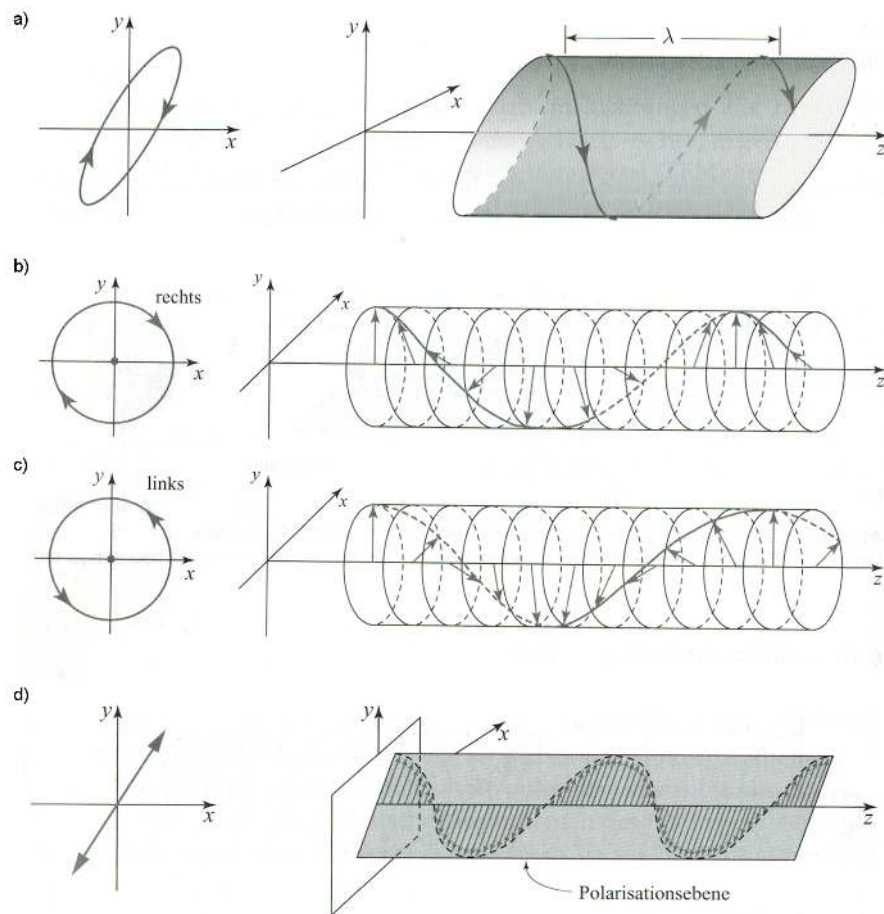


Abbildung 3.4: Polarisationsarten in Querschnitt und Ausbreitung. Darstellung verschiedener Polarisationsarten wobei links der Vektorverlauf bei fixem Ort z im Zeitverlauf und rechts bei fixer Zeit t und Propagation in z -Richtung gezeigt wird. (a) zeigt elliptische Polarisation, (b) und (c) eine rechts- bzw. linkshändig zirkular polarisierte und (d) eine planar/linear polarisierte Welle. Abwandlungen aus den Originalen von [29]

Ort z und auf der rechten Seite der Verlauf zu einer Zeit t bei Propagation im Raum bzw. in z -Richtung dargestellt. Abbildung 3.4a) zeigt die allgemeine elliptischen Polarisation, (b) bzw. (c) eine rechts- bzw. links-händig zirkular polarisierte und (d) eine planar polarisierte Welle.

Zur optischen Repräsentation der Polarisation kann jeder Polarisationszustand in kartesischen Koordinaten als Punkt auf der Kugel

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1 \quad (3.16)$$

beschrieben werden. Die Polarisation mit Azimuth-Winkel ψ und Elliptizität χ (Abbildung 3.5a) kann damit durch den Punkt

$$x = \cos(2\chi) \cos(2\psi), \quad 0 \leq \psi < \pi \quad (3.17)$$

$$y = \cos(2\chi) \sin(2\psi), \quad -\pi/4 \leq \chi < \pi/4 \quad (3.18)$$

$$z = \sin(2\chi) \quad (3.19)$$

auf der sogenannten Poincarékugel [31, 32] dargestellt werden. Zur Veranschaulichung sollen hier auch die Abbildungen 3.5a) bis c) dienen, die eine Polarisationsellipse (a) sowie je eine Poincarékugel für eine beliebige Polarisation (b) und mit anschaulichen Bedeutungen versehen (c) darstellen.

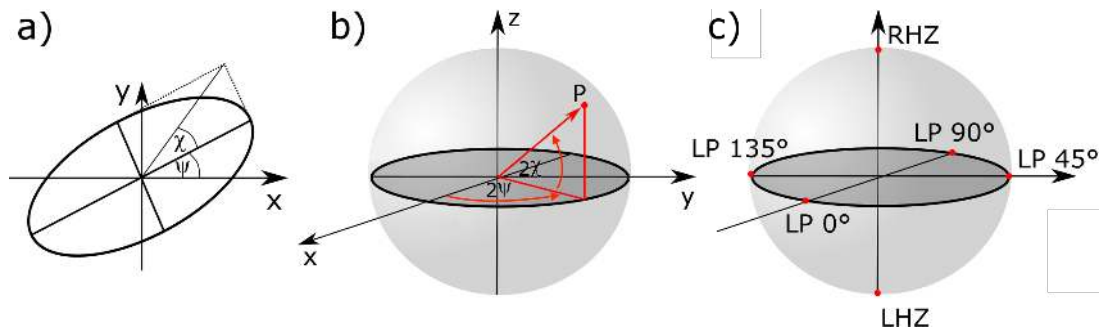


Abbildung 3.5: Poincarékugel. Skizze zur Definition der Polarisationswinkel (a) ψ (Azimuth) und χ (Elliptizität). In b) ist der Zusammenhang zur Polarisationsellipse skizziert. Die anschauliche Bedeutung von vier Punkten in der Äquatorialebene und je einem an den Polen wird in Abbildung (c) dargestellt. Die Punkte an den Polen bedeuten rechtshändig bzw. linkshändig zirkular polarisiertes Licht (RHZ bzw. LHZ). Punkte in der Äquatorialebene bedeuten hingegen eine lineare Polarisation (LP) mit Winkel $\psi \in [0, 180)$, wobei dies für die vier eingezeichneten Punkte mit LP und dem jeweiligen Winkel ψ angegeben ist. Abwandlungen der Abbildungen aus [29, 32].

3.4 Aberrationen

In den nachfolgenden Absätzen wird nicht mehr nur auf den axialen Querschnitt entlang der Propagationsrichtung eingegangen, sondern vielmehr auch auf das radiale Strahlprofil an Punkten entlang der bereits beschriebenen Strahlausbreitung nach Kapitel 3.1. Blickt man beispielsweise in den in Abbildung 3.1 skizzierten Strahlverlauf, so ergibt sich eine zweidimensionale Gaußsche Intensitätsverteilung in der xy -Ebene (Abbildung 3.6). In realen Systemen gibt es jedoch Abweichungen vom Optimum, sodass beispielsweise Störungen das Abbild eines Objekts verändern.

Man spricht von einem ungestörten Bild, wenn keine der Störungen am radialen Öffnungsrand der Linse eine Abweichung von $\lambda/2$ oder mehr verursacht. In diesem Fall nennt man das System auch "beugungslimitiert" weil die einzige Einschränkung durch die begrenzte Öffnung des Systems und die damit verursachten Beugungserscheinungen (siehe Kapitel 3.2) gegeben ist. Bei dieser Ausdrucksweise sollte jedoch erwähnt werden, dass im Grunde jedes optische System auch beugungslimitiert ist, egal in welchem Ausmaß Aberrationen vorherrschen [33, 34].

Die folgenden Absätze sind als Übersicht über dieses Thema gedacht, um vor allem jene Grundlagen zu vermitteln, welche nötig sind, um die Zielsetzung dieser Masterarbeit sowie die Interpretation der Ergebnisse zu ermöglichen. Eine genauere und umfassendere Analyse sowie Herleitungen und weiterführende Informationen finden sich unter anderem in den Referenzen [34, 35], auf denen der folgende Überblick basiert.

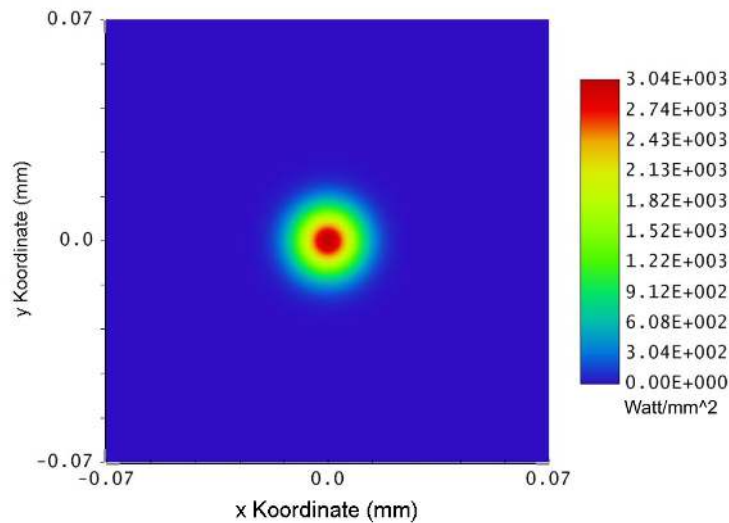


Abbildung 3.6: Simulierter aberrationsfreier Gauß-Strahl. Falschfarben-Darstellung eines Gauß'schen Intensitätsprofils in der xy -Ebene; Simulation der Physikalischen Optik in Optic Studio.

Aberrationsfreie Abbildung Beim Austritt aus einer perfekten Linse wird an der Grenzfläche, der sogenannten Austrittspupille, eine Kugelwelle mit Krümmungsradius R erzeugt, deren Zentrum im Ursprung des Bild-Koordinatensystems (x_0, y_0, z_0) liegt. Wenn die Mitte der Austrittspupille das Zentrum des (x, y, z) -Pupillen-Koordinatensystems definiert, gelten zwischen diesen beiden Systemen die Beziehungen

$$x = x_0, y = y_0, \text{ sowie } z = z_0 - R.$$

Abbildung 3.7 veranschaulicht das beschriebene Szenario und die Transformation zwischen den Koordinatensystemen.

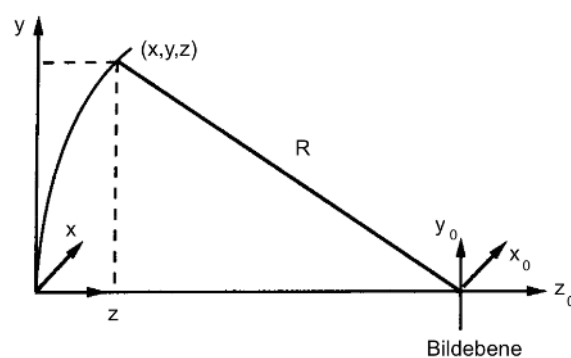


Abbildung 3.7: Koordinatentransformation. Skizze zur Verdeutlichung der Koordinatensystem-Transformation zwischen den Systemen der Austrittspupille und der Bildebene bzw. dem Bildpunkt. Abgeändert von dem Original aus [34].

Daraus ergibt sich im Pupillensystem die Gleichung der sphärischen Wellenfront zu

$$x^2 + y^2 + (z - R)^2 = R^2 \quad (3.20)$$

und lässt sich unter der Annahme einer kleinen Austrittspupille ($x, y < R$) sowie einem kleinen z (sodass z^2 vernachlässigbar ist) zu der Parabelgleichung

$$z = \frac{x^2 + y^2}{2R} \quad (3.21)$$

umformen. Für eine Wellenfront $W(x, y)$, deren Differenz in der optischen Weglänge Gleichung 3.21 in der Austrittspupille erfüllt, entspricht diese einer Kugelwellenfront, die von der Pupille zum Punkt im Abstand R hin konvergiert. Dieser Fall stellt das Optimum dar, von dem aus einige der typischen Aberrationen erklärt werden sollen.

Aberrationen lassen sich als Abweichungen in der Wellenfront erklären. Sei ein konkreter Bildpunkt durch die Bildkoordinaten (x_0, y_0) definiert, so lässt sich die Wellenfront als Potenzreihe der vier Variablen x, y, x_0, y_0 schreiben, wobei (x, y) die Koordinaten der Austrittspupille und (x_0, y_0) die bereits bekannten Bildkoordinaten darstellen. Die Rotationssymmetrie von $W(x, y)$ bezüglich der optischen Achse (z -Achse) erlaubt es, das Koordinatensystem so zu wählen, dass der Bildpunkt in der x - z -Ebene liegt und x_0 damit eliminiert ist. Damit kann die Wellenfront als

$$\begin{aligned} W(x, y, y_0) &\equiv W(x^2 + y^2, yy_0, y_0^2) \\ &= a_1(x^2 + y^2) + a_2yy_0 + a_3y_0^2 \\ &\quad + (b_1(x^2 + y^2)^2 + b_2yy_0(x^2 + y^2) \\ &\quad + b_3y^2y_0^2 + b_4y_0^2(x^2 + y^2) \\ &\quad + b_5yy_0^2 + b_6y_0^4 + \dots \end{aligned} \quad (3.22)$$

geschrieben werden [34, 36, 37]. Die Wellenfront setzt sich dabei aus einem Defokus-Term a_1 (1. Term; laterale Verschiebung des Zentrums der Referenzkugel, kurz ZdR), einem Neigungsterm a_2 (2. Term; transversale Verschiebung des ZdR) und einem Phasen-Term a_3 , der konstant über die Austrittspupille ist und damit keine Veränderung in der Wellenfront verursacht, zusammen. Die weiteren Terme, mit Koeffizienten b_1 bis b_6 bezeichnet man als Wellenfront-Aberrationen vierter Ordnung bzw. transversale Strahl-Aberrationen dritter Ordnung. Zu bemerken ist, dass die Koeffizienten a_1 bis a_3 für monochromatisches Licht verschwinden und deshalb üblicherweise nicht als eigentliche Störungen angesehen werden [34].

Die Wellenfront-Aberrationen vierter Ordnung (Koeffizienten b_1 bis b_5) werden auch als Seidel-Aberrationen bezeichnet und aufgrund ihrer Rotationssymmetrie üblicherweise in Polarkoordinaten ausgedrückt. Nach Abbildung 3.8 erfolgt die Transformation der Austrittspupillen-Koordinaten in Polarkoordinaten über die Relation

$$x = \rho \sin \theta \text{ und } y = \rho \cos \theta, \quad (3.23)$$

wobei $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ den Radius und θ den Winkel von der y - zur x -Achse bezeichnet. Dabei wird ρ üblicherweise zum Rand der Austrittspupille auf 1 normiert. Die Koordinate des Bildpunktes y_0 wird ebenfalls auf 1 normiert.

Die Verwendung von Polarkoordinaten erlaubt es nun, die Wellenfront-Gleichung 3.22 durch Koeffizienten auszudrücken, anhand derer schließlich die verschiedenen Aberrationsarten abgelesen werden können:

$$W(y_0, \rho, \theta) = \sum_{j,m,n} W_{k,l,m} y_0^k \rho^l \cos^m \theta, \text{ mit } k = 2j + m, l = 2n + m \quad (3.24)$$

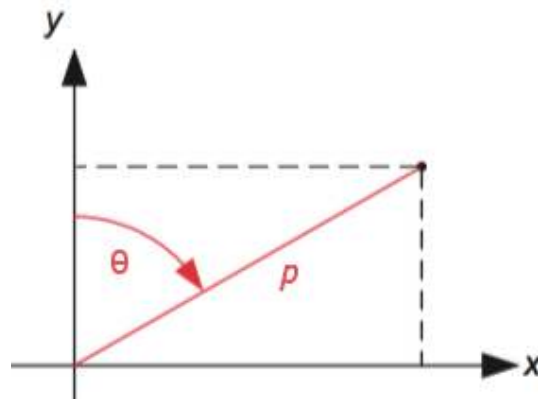


Abbildung 3.8: Polarkoordinaten. Darstellung der verwendeten Transformation von kartesischen in Polarkoordinaten. Abgeändert von dem Original aus [35].

beziehungsweise

$$W(x_0, \rho, \theta) = \frac{1}{8}S_I\rho^4 + \frac{1}{2}S_{II}x_0\rho^3 \cos \theta + \frac{1}{2}S_{III}x_0^2\rho^2 \cos^2 \theta + \frac{1}{4}(S_{III} + S_{IV})x_0^2\rho^2 + \frac{1}{2}S_Vx_0^3\rho \cos \theta, \quad (3.25)$$

Dabei bezeichnen W_{jmn} bzw. S_I bis S_V die Wellenfront- bzw. Seidel-Aberrations-Koeffizienten, die in Tabelle 3.1 gegenübergestellt sind [34]. Die Seidel-Koeffizienten bzw. die Aberrationsarten werden im folgenden näher erläutert.

Tabelle 3.1: Tabelle zur Verdeutlichung der Zusammenhänge zwischen Wellenfront- und Seidel-Aberrations-Koeffizienten [34].

Wellenfront- Aberrations- Koeffizient	Seidel- Aberrations- Koeffizient	Funktionelle Form	Name
W_{200}	-	x_0^2	Piston
W_{111}	-	$x_0\rho \cos(\theta)$	Neigung
W_{020}	-	ρ^2	Fokus
W_{040}	$\frac{1}{8}S_I$	ρ^4	Sphärisch
W_{131}	$\frac{1}{2}S_{II}$	$x_0\rho^3 \cos(\theta)$	Koma
W_{222}	$\frac{1}{2}S_{III}$	$x_0^2\rho^2 \cos^2(\theta)$	Astigmatismus
W_{220}	$\frac{1}{4}(S_{III} + S_{IV})$	$x_0^2\rho^2$	Feldwölbung
W_{311}	$\frac{1}{2}S_V$	$x_0^3\rho \cos(\theta)$	Verzeichnung

Definitionen Es reicht aufgrund der bereits angenommenen Rotationssymmetrie aus, nur Bild-Punkte entlang der y -Achse zu betrachten, sodass die von y - und z -Achse aufgespannte Ebene hier stets als Meridional- oder Tangentialebene bezeichnet werden kann. Die dazu normal stehende Ebene, die Sagittalebene, wird von der x - und z -Achse aufgespannt. Als Veranschaulichung soll hier Abbildung 3.9 dienen [35].

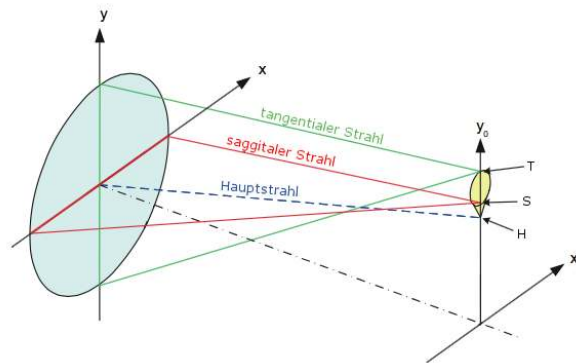


Abbildung 3.9: Tangential- und Sagittalebene. Veranschaulichende Skizze zur Definition von Tangential- und Sagittalebene bzw. -Strahlen durch Positionierung des Objekts in y -Richtung basierend auf der vorausgesetzten Rotationsymmetrie. Abgeändert und übersetzt aus [35].

Sphärische Aberrationen ($\frac{1}{8}S_1$) Der erste Term in Gleichung 3.25 (sphärische Aberration; Koeffizient S_1) ist proportional zur vierten Ordnung des radialen Abstandes vom Zentrum der Linse ρ , aber unabhängig von der Bildkoordinate x_0 . Sphärische Aberrationen sind damit stark abhängig von der jeweiligen Ausleuchtung der Linse. In den Abbildungen 3.10 ist ein kollimierter Strahl zu sehen, der mit einem Durchmesser von a) $d = 12\text{mm}$ bzw. b) $d = 24\text{mm}$ auf eine Linse ($r = 12,7\text{mm}$) trifft.

Im Bereich des Fokus sind für den größeren Strahldurchmesser sphärische Aberrationen deutlich zu sehen, die sich durch stärkere Lichtbeugung am Rand der Linse zeigen. Aufgrund dieser Aberrationen wird der Fokusbereich ausgeschmiert und es kommt zu einem sogenannten Kreis der geringsten Zerstreuung (rote Begrenzung in Abbildung 3.10b). An diesem Punkt entlang der z -Achse wird der Strahlfokus minimal. Es lässt sich zeigen und ist in Abbildung 3.10 dargestellt, dass sich diese Position entlang der Propagationsrichtung vor dem eigentlichen paraxialen Fokus für achsennahe Strahlen liegt. Mit der Änderung des Fokuspunktes geht auch eine Änderung der Fokusgröße bzw. des Strahlradius im Fokus einher [34].

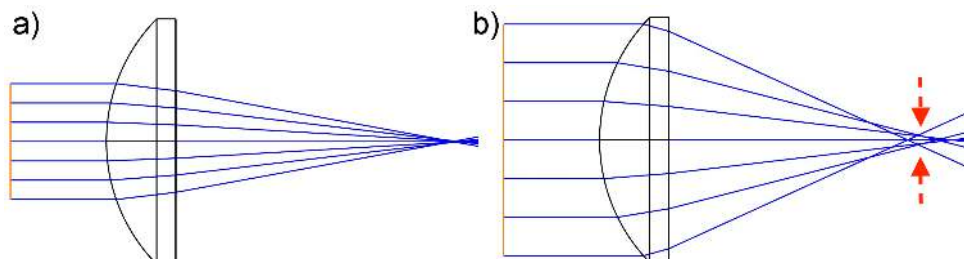


Abbildung 3.10: Sphärische Aberrationen. OpticStudio Simulation von sphärischen Aberrationen in Abhängigkeit vom Strahldurchmesser. Während in a) ein unabherrigter Strahlverlauf zu sehen ist, sind in b) sphärische Aberrationen zu erkennen. Die rot strichlierten Pfeile deuten die Position des Kreises der geringsten Zerstreuung an. Die Position dieses Kreises gibt auch Aufschluss über den Versatz der Fokusposition im Verhältnis zum unabherrigten Fall an.

Es gibt die Möglichkeit sphärische Aberrationen durch spezielles Linsendesign zu minimieren ohne dabei auf eine große Ausleuchtung der Linse zu verzichten. Mehr Informationen zur Korrektur von sphärischen Fehlern bieten beispielsweise [33, 38].

Koma ($\frac{1}{2}S_{II}$) Der zweite Term in Gleichung 3.25 beschreibt das sogenannte Koma. Diese Art von Aberration tritt nur für den tangentialen Teil, nicht aber für den sagittalen Teil des Strahles auf. Die transversale Störung wird durch ein Polynom zweiter Ordnung beschrieben. In Abbildung 3.11 wird der Zusammenhang von Strahlen an der Linse und dem typischen Koma-Bild in der Bildebene hergestellt. Die konzentrischen Kreise mit Radius r an der Linse werden dabei in der Bildebene auf Kreise abgebildet, deren Radien und Versetzung vom Hauptstrahl zu r^2 proportional sind.

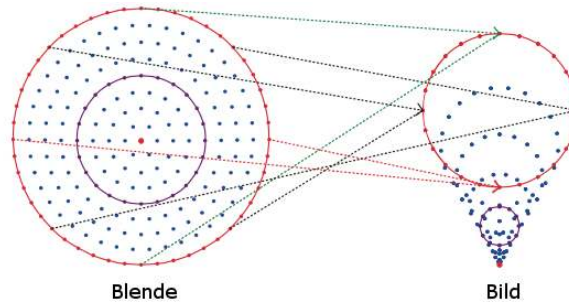


Abbildung 3.11: Koma-Strahlverlauf. Skizze zum Strahlverlauf von Linse zur Bildebene zur Erläuterung von Koma. Abbildung entnommen aus [35].

In Abbildung 3.12 werden Strahlprofile an verschiedenen Positionen um den Fokus dargestellt. Besonders hervorzuheben ist bei Koma, dass dies die einzige Aberrationsart ist, bei der y -Abweichungen vom sagittalen Bereich der Linse hervorgerufen werden können [35].

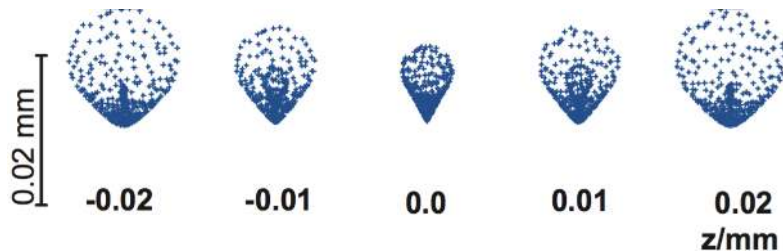


Abbildung 3.12: Koma um Fokus. Koma Aberrationen im Bereich um den Fokus, hervorgerufen durch schrägen Einfall auf eine Linse. Abbildung entnommen aus [35].

Astigmatismus ($\frac{1}{2}S_{III}$) Astigmatismus tritt bei schräg zur optischen Achse einer Linse verlaufendem Strahl bzw. bei Betrachtung eines Punktes abseits der optischen Achse auf. Aufgrund der y_0^2 -Abhängigkeit von Astigmatismus wird in der Meridionalebene eine gesteigerte Krümmung verursacht. Die Wellenfront in Sagittalebene bleibt dabei unverändert, wodurch eine Differenz der Fokusposition von Sagittal- bzw. Meridial-Strahl entsteht. In Abbildung 3.14 sind Strahlprofile an verschiedenen Positionen durch den Fokus in der sagittalen Fokusposition dargestellt. Das analoge Diagramm für die Fokusposition in der Mitte zwischen sagittaler und meridialer Fokusebene befindet sich in Abbildung 3.13. Für die meridiale Fokusposition ergibt sich das Diagramm analog zu Abbildung 3.14 mit einem Versatz von $\Delta z = -0,02$ mm.

Die Seidel Koeffizienten $\frac{1}{4}(S_{III} + S_{IV})$ und $\frac{1}{2}S_V$ beschreiben die Aberrationen der Bildfeldwölbung und der Verzeichnung. Auf diese wird an dieser Stelle jedoch nicht weiter eingegangen, sondern auf die beiden Quellen [34, 35] verwiesen.

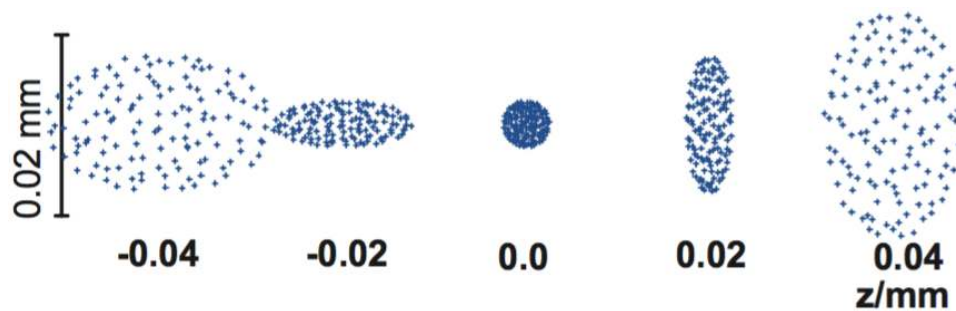


Abbildung 3.13: Astigmatismus-Strahlprofile an verschiedenen Positionen um den Fokus. Das mittlere Profil entspricht der Defokus-Position zwischen sagittalem bzw. meridialem Fokus, die zur bestmöglichen Kompensation des Astigmatismus führt. Der Strahlfokus ist an dieser Position wieder optimal kreisförmig, jedoch größer als im optimalen Fall mit optimaler Bestrahlung der Linse entlang der optischen Achse. Abbildung entnommen aus [35].



Abbildung 3.14: Astigmatismus-Strahlprofile an verschiedenen Positionen um die sagittal-fokussierte Ebene. Das Profil in der Mitte zeigt die Intensitätsverteilung in der sagittal-fokussierten Ebene. In meridialer Richtung ist der Strahl unfokussiert. An Position $z = -0,02$ mm ist der Strahl meridial maximal fokussiert. Abbildung entnommen aus [35].

Chromatische Aberrationen Während Aberrationen bisher stets für monochromatische Wellen diskutiert wurden, können all diese auch für polychromatische Wellen erweitert werden. Sowohl die bereits erwähnten Aberrationen, als auch die Änderung der axialen Position und der Bildgröße aufgrund verschiedener Wellenlängen (die sogenannten primären chromatischen Aberrationen) beruhen prinzipiell auf der Wellenlängenabhängigkeit des Brechungsindex.

Zur Beschreibung von chromatischen Effekten kann, wie bisher, auf die Wellenfront-Analyse zurückgegriffen werden. Anhand dieser lassen sich die axiale Änderung des Fokus, aber auch laterale Abweichungen von der optischen Achse, als Wellenaberration mit Bezug zu einer Referenzwellenfront (bzw. -wellenlänge) beschreiben. Beide Fälle werden in den Abbildungen 3.15a-d) dargestellt. Dabei zeigt (a) die veränderte axiale Fokusposition, (b) die lateral verschobene Fokusposition und in (c) bzw. (d) sind die axial bzw. lateral auftretenden Wellenfrontunterschiede dargestellt.

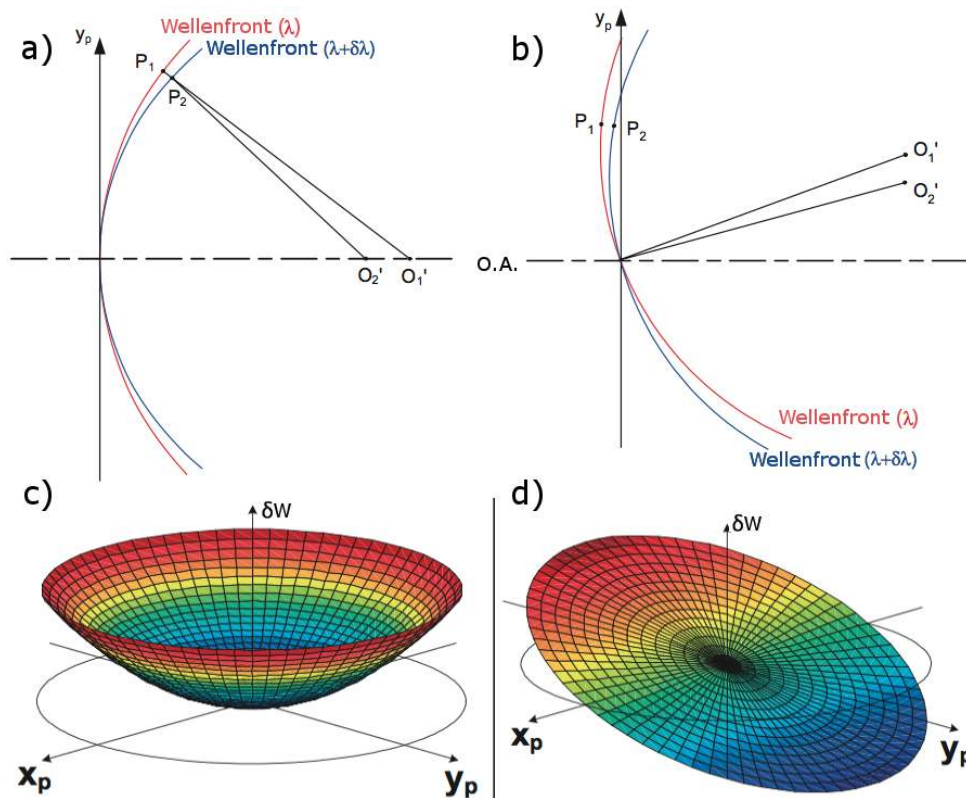


Abbildung 3.15: Chromatische Aberrationen. Darstellung zur Verdeutlichung chromatischer Aberrationen in axialer (a,c) und lateraler (b,d) Richtung. In (a) sind die Auswirkungen von stärker gebrochenem blauen Licht ($\delta\lambda < 0$) im Verhältnis zur roten Referenz angedeutet; (b) zeigt die lateralen Auswirkungen für Licht kürzerer Wellenlänge ($\delta\lambda < 0$); (c) wiederum skizziert den Wellenfront-Unterschied δW_{chrom} in Abhängigkeit der Position auf der Linse (x_p, y_p) und (d) gibt Selbiges für laterale chromatische Aberrationen. Zusammenfassung von Abbildungen aus [35].

3.5 Numerische Apertur

Die numerische Apertur NA ist eine wichtige Kennzahl aus den Bereichen Linsendesign, Mikroskopie sowie Lichtwellenleiter und Anderen. Diese dimensionslose Zahl definiert die Randstrahlen, die gerade noch zur Abbildung beitragen können

$$NA = n \sin(\theta). \quad (3.26)$$

Hierbei bezeichnet n den Brechungsindex des Mediums, in dem sich das Objekt befindet und θ den halben, maximalen Öffnungswinkel. Der Vorteil der numerischen Apertur gegenüber der reinen Angabe des Öffnungswinkels liegt vor allem in der Mikroskopie. Mit dem Snelliusschen Brechungsgesetz

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (3.27)$$

ergibt sich, dass die numerische Apertur unabhängig von auftretenden Brechungsindexunterschieden zwischen Objekt und Linse (bspw. durch Deckgläser) ist. In Abbildung 3.16 wird dieser Zusammenhang für die beiden Winkel $\alpha_1 = 40^\circ$ bzw. $\alpha_2 = 77,4^\circ$ skizziert. Die Numerische Apertur beträgt für beide Medien $NA_{1,2} = 0,976$ [28, 39, 40].

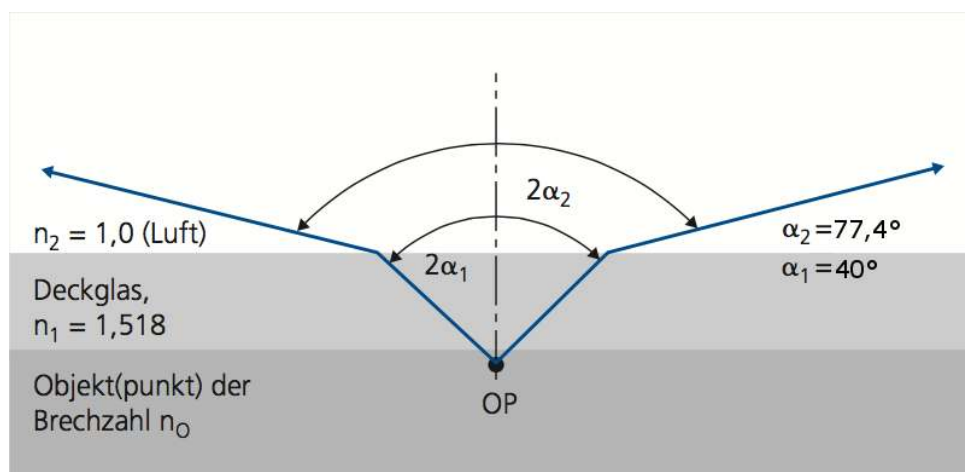


Abbildung 3.16: Numerische Apertur. Skizze zur Verdeutlichung der Bedeutung der numerischen Apertur, da diese unabhängig von eventuell zwischen Objekt und Linse liegenden Brechungsindexunterschieden (bspw. Deckglas) ist. Bearbeitung aus dem Original von [40].

Für Anwendungen in der Laserphysik kann der Öffnungswinkel θ durch den Divergenzwinkel der Gauß'schen Strahlpropagation aus Gleichung 3.9 beschrieben werden. Damit nähert sich die Numerische Apertur

$$NA = n \sin \theta \approx n \sin \left[\arctan \left(\frac{\lambda_0}{\pi w_0} \right) \right] \rightarrow NA \approx \frac{\lambda_0}{\pi w_0} \quad (3.28)$$

und ist damit abhängig von der Strahltaile w_0 und der Vakuum-Wellenlänge λ_0 .

Eine ähnliche Definition zur Beschreibung dieser Linsen-Charakteristik ist die sogenannte relative Öffnung, die durch die F -Zahl

$$F\# = \frac{1}{2NA} \approx \frac{f}{d} \quad (3.29)$$

ausgedrückt wird und durch den Quotient von (effektiver) Fokusslänge f zu (freiem) Linsendurchmesser d gegeben ist. Die Beleuchtungsstärke im Bild verhält sich umgekehrt proportional zur quadrierten F-Zahl. Je größer die Numerische Apertur bzw. je kleiner die F-Zahl, desto größer ist der Anteil der durch das optische System detektierbaren Photonen [41].

Kapitel 4

Grundlagen zum System

Dieses Kapitel dient dazu, die Grundlagen des generellen Experiments zu erläutern, um die Rahmenbedingungen für diese Masterarbeit erklären und definieren zu können. Anfangs wird die prinzipielle Funktionsweise der Ionenfalle erläutert und der Aufbau der SQIP-Falle beschrieben, mit der die beiden Spezies Kalzium und Strontium gefangen werden. Es folgen die Termschemata dieser beiden Spezies mit den verwendeten Laserwellenlängen. Im Speziellen wird dabei auf die experimentelle Realisierung der Adressier- und Abbildungsprozesse eingegangen. Im Anschluss daran folgen vor allem technische Details und Beschreibungen der technischen Umsetzung. Zunächst werden dabei die vakuuminterne Optik und Optikhalterung beschrieben und abschließend auf den Aufbau der Vakuumkammer eingegangen.

4.1 Ionenfalle

Zum Fangen von elektrisch geladenen Atomen, auch als Ionen bezeichnet, werden elektrische Felder und, je nach Art der Falle, auch magnetische Felder verwendet. Aufgrund der Wechselwirkung der Felder mit der Ladung der Ionen ist es so möglich, diese räumlich gefangen zu halten.

Der erste Anstoß kam von Wolfgang Paul, der 1953 radiofrequente elektrische Felder zur Massenselektion von Ionen im Rahmen der Massenspektrometrie vorschlug [16]. Mit wenigen Veränderungen an seiner ursprünglichen Idee ließen sich seither jedoch nicht nur Ionen selektieren, sondern auch in allen drei Raumrichtungen fangen [17]. Die im SQIP-Experiment verwendete Ionenfalle ist eine sogenannte Paul-Falle, auf die sich deshalb der folgende Überblick beschränkt.

Paul Fallen basieren auf einem durch elektrische Wechselfelder erzeugten Pseudopotential. Dies funktioniert analog zum mechanischen Beispiel einer Kugel die sich auf einem rotierenden Sattelpotential befindet (siehe Abbildung 4.1a). Die entsprechende Wahl einer, im Verhältnis zur Abrollgeschwindigkeit der Kugel, schnellen Rotationsgeschwindigkeit führt dazu, dass diese ein Effektivpotential spürt und in dessen Minimum gefangen wird. Die Gleichgewichtsposition in diesem Pseudopotential ergibt sich aufgrund verschiedener Einflüsse außerhalb des Nullpunktes. So ist vor allem im Anschauungsbeispiel der Kugel das Verhältnis von Rotationsgeschwindigkeit zur gravitativen Beschleunigung ausschlaggebend, während im Fall von Ionen Störfelder den größten Einfluss ausüben. Die exakte Position bzw. deren Verlauf setzt sich aus

einer hochfrequenten Mikrobewegung (Ω typischerweise im Bereich von einigen 10 MHz) mit geringer Amplitude und einer niederfrequenten Bewegung mit größerer Amplitude ω_i , der sogenannten Säkularbewegung, zusammen. Zur Veranschaulichung dient Abbildung 4.1b) in der die Gesamtbewegung eines Ions, die Überlagerung von Mikro- und Säkularbewegung, in der (x, z) -Ebene dargestellt ist [42].

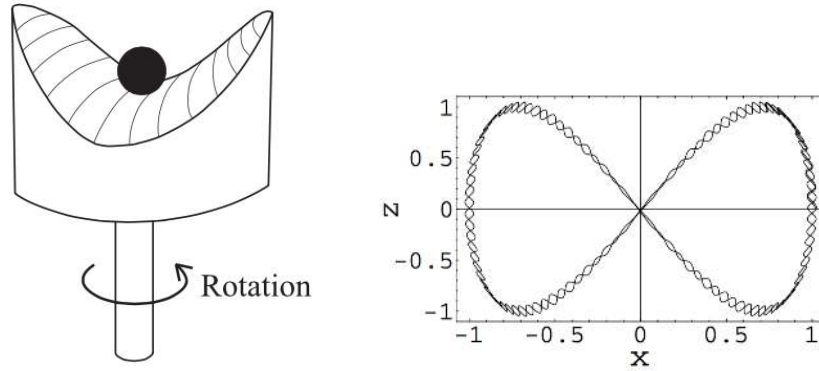


Abbildung 4.1: Rotierendes Sattelpotential und Bewegungsmuster (a) Mechanisches Analogon zur Verdeutlichung der Funktionsweise einer Paul-Falle, die mit elektrischen Wechselfeldern geladene Atome nahe dem Minimum fangen kann [43]. (b) Darstellung von Ionentrajektorien in der (x, z) -Ebene. Hochfrequente Schwingungen mit geringer Amplitude zeigen die sogenannte Mikrobewegung während die langsame Bewegung mit großer Amplitude die sogenannte säkulare Schwingung des Ions darstellt. Abbildungen entnommen aus [42].

Während in den Anfangsjahren der Ionenfallen vor allem makroskopische Ionenfallen verschiedener Geometrien verwendet wurden [20, 44–46], kommt es seit einigen Jahren zu Fortschritten in der Entwicklung von Oberflächenionenfallen, also planaren Paul-Fallen-Strukturen [47, 48]. Diese besitzen den Vorteil, dass sie besser skalierbar sind als ihre Vorgänger. Das Funktionsprinzip ist für planare Fallen analog, da die Elektroden-Geometrie auf eine Oberfläche projiziert wurde und die elektrischen Feldlinien so wiederum ein Minimum im Pseudopotential oberhalb der Falle bewirken. In Abbildung 4.2 ist das Pseudopotential von zwei planaren Fallenkombinationen dargestellt. Dunkle Flächen zeigen ein geringes Pseudopotential an und mit steigender Helligkeit steigt dieses an [49].

Die minimalen Ionenabstände z_{\min} lassen sich in Abhängigkeit der axialen Fallenfrequenz ω_z , der atomaren Masse m und der Anzahl der gefangenen Ionen n , nach der Formel

$$\Delta z_{\min} = 2,018 \cdot \left(\frac{Z^2 e^2}{4\pi\epsilon_0 m \omega_z^2} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot n^{-0,559} \quad (4.1)$$

berechnen [21]. Dabei bezeichnet Z die Ladungszahl des Ions, e die Elementarladung und ϵ_0 die elektrische Feldkonstante. In Tabelle 4.1 sind Distanzen für typische Frequenzwerte und Ketten von zwei bis fünf Kalzium bzw. Strontium-Ionen aufgelistet. Zur Quanteninformationsverarbeitung werden, je nach den genauen Spezifikationen des Experiments, meist Ionenabstände im Bereich von etwa $5 \mu\text{m}$ verwendet.

Der Laser für die Einzelionenadressierung muss folglich mit einem Radius von weniger als dem typischen Ionenabstand auf das Ziel-Ion gerichtet werden, um Koppelung an die Nach-

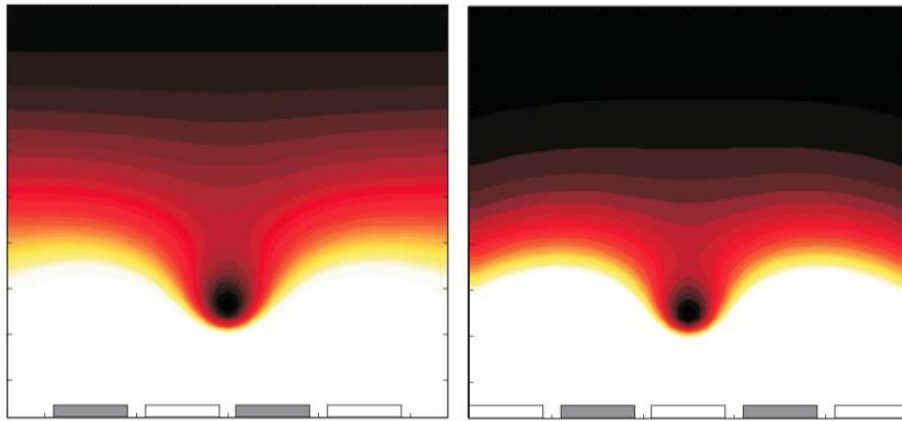


Abbildung 4.2: Pseudopotential einer Oberflächenionenfalle. Simuliertes Pseudopotential für zwei planare Oberflächenionenfallen. Die weißen Rechtecke skizzieren Elektroden mit RF-Masse, während an den grauen Elektroden die RF-Fallenspannung angelegt wird. Dunkle Flächen bedeuten geringes Pseudopotential. Mit ansteigender Helligkeit nimmt auch das Potential zu. In der jeweils zentralen schwarzen Fläche ist ein Minimum zu erkennen in dem Ionen gefangen werden können. Abbildung entnommen aus [49].

Tabelle 4.1: Errechnete minimale Ionenabstände von $^{40}\text{Ca}^+$ und $^{88}\text{Sr}^+$ für typische Fallenfrequenzen ω_z und Ionenanzahlen von zwei bis fünf. Die Berechnung dieser Werte erfolgt nach Gleichung 4.1 [21].

Kalzium	$\Delta z(2), \mu\text{m}$	$\Delta z(3), \mu\text{m}$	$\Delta z(4), \mu\text{m}$	$\Delta z(5), \mu\text{m}$
$\omega_z=600 \text{ kHz}$	8,6	6,8	5,8	5,1
$\omega_z=800 \text{ kHz}$	7,1	5,6	4,8	4,2
$\omega_z=1 \text{ MHz}$	6,1	4,9	4,1	3,6
$\omega_z=1,2 \text{ MHz}$	5,4	4,3	3,7	3,2
$\omega_z=1,4 \text{ MHz}$	4,9	3,9	3,3	2,9
Strontium				
$\omega_z=600 \text{ kHz}$	6,6	5,3	4,5	4,0
$\omega_z=800 \text{ kHz}$	5,4	4,3	3,7	3,3
$\omega_z=1 \text{ MHz}$	4,7	3,7	3,2	2,8
$\omega_z=1,2 \text{ MHz}$	4,2	3,3	2,8	2,5
$\omega_z=1,4 \text{ MHz}$	3,7	3,0	2,5	2,2

barn und damit deren ungewollte Manipulation zu vermeiden. Je geringer die Strahltaile der Adressierung ist, desto geringer ist auch die auf die benachbarten Ionen treffende Restintensität. Gleichzeitig erhöht sich mit Verringerung der Taille die Strahldivergenz (siehe Kapitel 3.1). Mit steigender Divergenz würde es, bei sonst typischer parallel zur Fallenoberfläche erfolgreicher Adressierung, über die Länge der Ionenfalle hinweg zu Streuung von Laserlicht an der Oberfläche der Falle kommen. Gestreute Photonen reduzieren jedoch die Adressierungs-Güte und sind deshalb zu vermeiden.

Am SQIP-Experiment wird deshalb eine geschlitzte Oberflächen-Ionenfalle verwendet. Es handelt sich dabei um eine planare Paulfalle mit einer zentralen Öffnung entlang der die Fallen-

achse verläuft. Dies hat, speziell im Hinblick auf diese Masterarbeit, den Vorteil, dass Streulicht vermindert werden kann.

Die Dimensionen der verwendeten Ionenfalle sind in Abbildung 4.3 eingezeichnet. Für den Fall einer Strahltaile von $w_0 = 1 \mu\text{m}$ ergibt sich nach Gleichung 3.9 für eine Wellenlänge von $\lambda = 729 \text{ nm}$ ein Divergenzwinkel von $\theta = 13,06^\circ$. Zu beachten ist, dass sich die Ionen etwa $\Delta x \approx 100 \mu\text{m}$ über der Fallenoberfläche befinden und der Fokus des Adressierstrahles folglich dort liegen soll. Daraus ergibt sich nach Gauß der Strahlradius am Ende der $100 \mu\text{m}$ -Durchführung, also vor der kegelförmigen Öffnung (halber Öffnungswinkel $\alpha = 18,44^\circ$), von $w(z = 200 \mu\text{m}) = 46 \mu\text{m}$. Da der Radius für große Entfernungen z in erster Näherung umgekehrt proportional zur Strahltaile ist, ergibt sich für größere Tailen ein geringerer Divergenzwinkel. Damit ist gewährleistet, dass eine Strahldurchführung der Einzelionenadressierung ohne nennenswerte Streuverluste ($I_{(\text{Verl}, w_0 \geq 1 \mu\text{m})} \leq 3,1 \%$) an der Ionenfalle möglich ist.

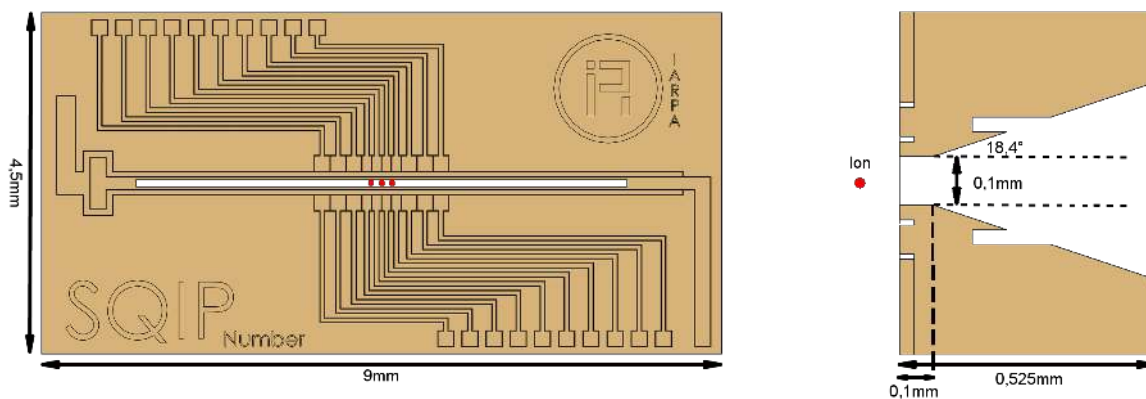


Abbildung 4.3: SQIP-Ionenfalle. SolidWorks Zeichnung mit den Dimensionsangaben der verwendeten Ionenfalle sowie schematisch eingezeichneter Ionen. Aufgrund des Divergenzwinkels von $\theta = 13,06^\circ$ für einen optimal fokussierten Gauß-Strahl ($w_0 = 1 \mu\text{m}$; $\lambda = 729 \text{ nm}$) und des Fallenöffnungswinkels von $\alpha = 18,44^\circ$ ist eine Strahldurchführung ohne nennenswerte Streuung an der Falle möglich. Ionen befinden sich in dieser Fall etwa $\Delta x \approx 100 \mu\text{m}$ über der Ionenfallen-Oberfläche.

4.2 Kalzium und Strontium / Termschemata

Eine Neuerung am SQIP Experiment, im Gegensatz zu den bestehenden Experimenten in der Arbeitsgruppe um Prof. Blatt, ist die Verwendung von zwei verschiedenen Atomspezies. Dadurch können Ionen auch während der Durchführung von Quanten-Informationverarbeitungsschritten gekühlt werden. Dieses sogenannte mitfühlende Kühlen erlaubt es die, über den Verlauf der Quantenoperationen aufgesammelte thermische Energie der Ionen wieder abzuführen [50–52].

In Abbildung 4.4 sind die beiden Termschemata von einfach ionisiertem $^{40}\text{Ca}^+$ bzw. $^{88}\text{Sr}^+$ dargestellt. Die Wellenlängen sind neben den jeweiligen Übergängen angeführt. Eine Liste der verwendeten Wellenlängen ist in Tabelle 4.2 mit den jeweiligen Verwendungen angeführt. Für diese Arbeit sind vor allem die Adressierung, also der QuBit-Übergang $S_{1/2} \leftrightarrow D_{5/2}$, und die Kühlung bzw. Abbildung ($S_{1/2} \leftrightarrow P_{1/2}$) von Bedeutung.

Tabelle 4.2: Auflistung der wichtigsten Wellenlängen für Vakuum. Diese und weitere sind in Abbildung 4.4 dargestellt [25, 53, 54] .

Ca: λ (nm)	Sr: λ (nm)	Verwendung
396,847	421,552	Detektion, Kühlen
729,147	673,839	QuBit-Manipulation
866,214	1091,487	Rückpumper 1
854,209	1032,731	Rückpumper 2

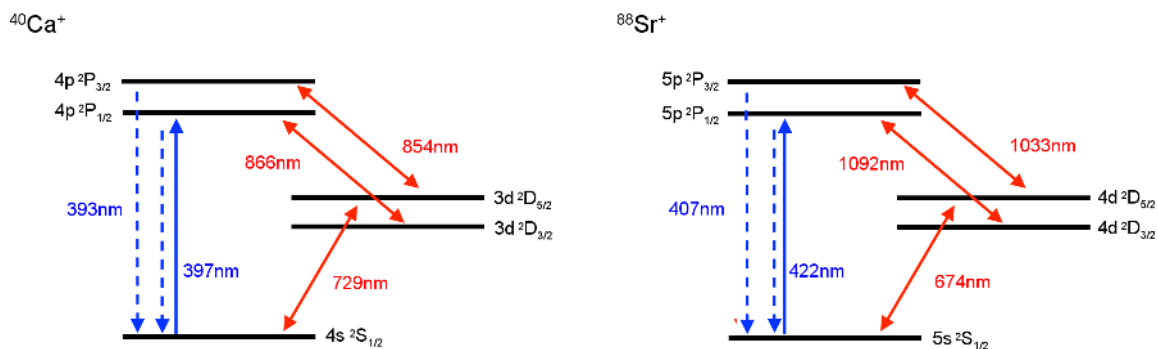


Abbildung 4.4: Ca- und Sr-Termschemata Termschemata für einfach ionisiertes Kalzium bzw. Strontium mit den jeweils verwendeten Übergangswellenlängen. Die Wellenlängen 397 nm und 422 nm werden zum Dopplerkühlen und zum Fluoreszenznachweis verwendet während Laserlicht mit den Wellenlängen 729 nm bzw. 674 nm die Quadrupolübergänge treiben und deshalb auch als sogenannte "QuBit"-Laser bezeichnet werden. Die Wellenlängen 854 nm und 866 nm bzw. 1033 nm und 1092 nm werden als Rückpump-Übergänge verwendet, die zur Zustandspräparation verwendet werden. Übergangsdaten aus [25, 53].

4.2.1 Adressierung

Typische Laser-Impulslängen für einen Trägerübergangspuls, der das Ion vom $|0\rangle$ in den $|1\rangle$ Zustand bzw. umgekehrt bringt, der sogenannte π -Impuls, liegen, je nach gewünschter Genauigkeit und Geschwindigkeit der Operationen, im Bereich von einer bis mehreren $10 \mu\text{s}$. Entsprechende Längen für Seitenbandübergänge liegen wiederum im Bereich von $50 - 200 \mu\text{s}$. Die Verbindung mehrerer solcher Impulse bildet Gatter-Operationen, wie beispielsweise die CNOT-Operation, und ermöglicht schließlich auch die Verwirklichung von Quantenalgorithmen [55, 56].

Die experimentelle Implementierung des QuBit-Zustands $|0\rangle$ erfolgt in Ionen durch den metastabilen $D_{5/2}$ -Zustand (zumeist mit der magnetischen Quantenzahl $m = -1/2$) mit einer Lebensdauer von $\tau \approx 1 \text{ s}$. Die Metastabilität ergibt sich dabei weil der einzige Zerfallskanal, jener zum Zustand $S_{1/2}$ (repräsentiert $|1\rangle$; meist mit $m = -1/2$), für Dipolübergänge verboten ist. Die lange Zerfallsdauer ermöglicht einerseits kohärente Operationen, stellt jedoch andererseits auch eine Anforderung an den verwendeten Laser. Zum Treiben von Quadrupolübergängen mit ihrer geringen Linienbreite wird ein schmalbandiger Laser benötigt. Dieser muss somit bis in den Größenbereich der atomaren Linienbreite frequenz- und außerdem auch intensitätsstabil-

sirt werden, um die Durchführung von Operationen mit hoher Güte zu ermöglichen.

Das Koppeln von Ionen untereinander erfolgt über die Coulomb-Wechselwirkung ihrer Ladung. Für das experimentelle Koppeln zweier Ionen braucht es die Möglichkeit der genauen Kontrolle des jeweiligen Vibrationszustands. Die Übergänge am Träger- bzw. auf einem der beiden ersten Seitenbänder werden sowohl für einzelne Ionen, als auch für die gesamte Kette benötigt. Beschrieben werden diese durch die bereits erwähnten Bloch-Kugel-Rotationen. Die Träger Operation wird als unitäre Rotation $R(\theta, \phi)$ beschrieben und die roten bzw. blauen Seitenband-Übergänge wiederum als unitäre Rotationen $R^-(\theta, \phi)$ bzw. $R^+(\theta, \phi)$. Dabei hängt der Drehwinkel θ von Intensität und Länge des Laserpulses und ϕ von der relativen Phase von Laserfeld und atomarer Polarisation bzw. der Phase relativ zum ersten Laserpuls ab. Letztere definiert so die Achse um welche die Bloch-Rotation ausgeführt wird [55, 56].

4.2.2 Abbildung von gespeicherten Ionen

Zur Zustandsanalyse jedes einzelnen Ions wird der stark-koppelnde $|S\rangle$ - $|P\rangle$ Übergang verwendet, auf dem typischerweise mehrere Millionen Photonen pro Sekunde gestreut werden können. Das Ion streut nur dann Photonen, wenn sich das Elektron am $|S\rangle$ -Niveau befindet, weil es nur dann durch den, zu diesem Übergang resonanten, Laser in den $|P\rangle$ -Zustand angeregt werden kann. Befindet sich das Ion jedoch im $|D\rangle$ -Zustand, dem Dunkelzustand bzgl. der Fluoreszenz am $|S\rangle$ – $|P\rangle$ Übergang, erfolgt keine Fluoreszenz. Diese Methode ist ein sogenanntes Doppel-Resonanz-Schema (englisch: *Electron Shelving*) [57–59]. Durch mehrmaliges Präparieren und Auslesen des Zustandes bezüglich Fluoreszenz am $|S\rangle$ - $|P\rangle$ Übergang ist es möglich, die Zustandsbesetzung zu ermitteln und mit einer Fehlerrate von 0,1% zwischen den Besetzungen zu unterscheiden [10].

Zum Nachweis der Ionen wird im Experiment einerseits eine Andor iXon +DV885 JCS-VP CCD-Kamera mit 1004×1002 Pixel und einer Pixelgröße von $8 \times 8 \mu\text{m}$ verwendet. Diese erlaubt die Zustandsdetektion innerhalb von $10 - 100\text{ms}$, je nach eingestellter Signalverstärkung. Andererseits wird zur schnellen zeitlichen Detektion ohne räumliche Auflösung (Detektionszeit $\approx 1 \text{ms}$) auf einen Photoelektronenvervielfacher, oder aus dem Englischen kurz PMT (”Photo Multiplier Tube”), von Hamamatsu Photonics (Modell: H10682-210) zurückgegriffen. Mittels PMT werden pro Ion typischerweise Zählraten in der Höhe von $10 - 50 \text{kcps}$, aus dem Englischen (*kilo counts per second*) für (tausend) Ereignisse pro Sekunde.

Die Übergänge $D_{5/2} \rightarrow P_{3/2}$ bzw. $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ werden zum sogenannten Rückpumpen verwendet. Dies ist nötig, um die beiden metastabilen Niveaus zur Zustandspräparierung über die kurzlebigen P -Zustände zu entleeren.

4.3 Vakuuminterne Optik /-Halterung

Der Divergenzwinkel eines Lasers mit Wellenlänge $\lambda = 729 \text{nm}$ und einem Fokusradius von $w_0 = 1 \mu\text{m}$ beträgt, wie in Kapitel 4.1 errechnet, $\theta \approx 13^\circ$. Will man die Adressierung bzw. umgekehrt auch die Abbildung mit einer Linse außerhalb der Vakuumkammer durchführen, beispielsweise in einem Abstand von 15cm , wären Optikedurchmesser von über 2 Zoll nötig. Diese Strahlgröße erfordert folglich auch entsprechend bis zu 2 Zoll große Fenster in den verschiedenen Temperaturabschirmungen. Dies würde einerseits die thermische Abschirmung, an-

dererseits aber auch die elektromagnetische Abschirmung stark beeinträchtigen. Ein weiterer Nachteil von externer Fokussierung sind zu erwartende Aberrationen wenn ein nicht kollimierter Laserstrahl Fenster passiert.

Aufgrund dieser Nachteile befinden sich zwei Adressier- und Abbildungslinsen im SQIP-Experiment innerhalb der Vakuumkammer in etwa 25 mm Abstand zur Ionenfalle. Das Erreichen des Ziel-Fokusradius ist, dank dieser kurzen Distanz, bereits mit halbzölligen Linsen möglich. Die kollimierten Strahlen erfordern folglich auch nur noch halbzöllige Fenster durch Schilde und andere Bauteile. Zur Befestigung der beiden Linsen wurden im Vorfeld eigene Linsenhalter entworfen und gebaut. In Abbildung 4.5 sind links und rechts die Linsenhalter im erwähnten Abstand von 25 mm zur zentralen Ionenfalle auf deren Halterung ersichtlich. Sowohl Linsen- als auch Fallenhalterung sind auf einer gemeinsamen Kopfplatte montiert. Am unteren Ende der Fallenhalterung ist außerdem das Gehäuse für den Fallenresonator [60] zu sehen.

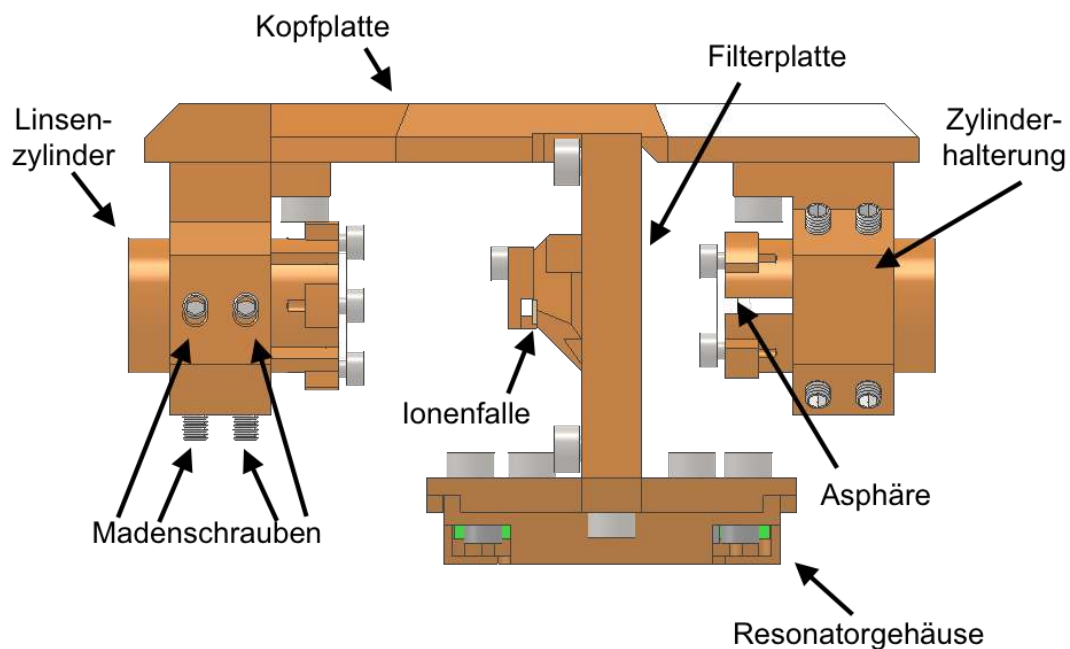


Abbildung 4.5: Kryostatinterne Optikhalterung. SolidWorks Darstellung der kryostatinternen Optikhalterungen und der Fallenhalterung inklusive Resonatorgehäuse. Die zylindrischen Linsenhalter werden in Halterungen an der oberen Platte befestigt. In der Mitte befindet sich die Fallenhalterung mit zahlreichen elektronischen Bauteilen und die Ionenfalle auf dem erhöhten Podest. Unterhalb der Fallenhalterung befindet sich ein Gehäuse mit dem Resonator zur RF-Verstärkung mittels LC-Schwingkreis.

Die Schrauben zur Befestigung der Linsen in den zylindrischen Linsenhalterungen sind Spezialanfertigungen aus Teflon (PTFE), das einen größeren thermischen Expansionskoeffizienten als Kupfer besitzt (bei Raumtemperatur: $\alpha_{\text{PTFE}} = 200 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ [61] bzw. $\alpha_{\text{Cu}} = 16,5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ [62]). Beim Abkühlen ziehen sich die Schrauben stärker zusammen, was sich vor allem längs auswirkt, und festigen die Linsen so weiter in der Zylinderhalterung. Außerdem ist Teflon sowohl vakuum- als auch kryostatkompatibel und hält, wegen der weicheren Eigenschaften, die Linsen "sanft" ohne diese zu beschädigen. Metallische Schrauben könnten hingegen während der Abkühlung zu Beschädigungen führen.

Die Madenschrauben zur Positionierung der Linsenzylinder innerhalb der eigentlichen Halterungen sind Spezialanfertigungen aus Kupfer, um thermisch optimal mit allen anderen Bauteilen kompatibel zu sein. Das Risiko von Veränderungen beim Abkühlen soll so minimiert werden. Die Linsenzylinder sind außerdem seitlich vier Mal eingefräst (dies ist vor allem beim rechten Zylinder in Abbildung 4.5 ersichtlich), um beim Abkühlen als eine Art Feder zu wirken, den Druck auf die Linse gleichmäßig zu verteilen und Spannungseffekte in der Linse zu vermeiden.

4.4 Aufbau Vakuumkammer

Sowohl Ionenfalle als auch die beiden Linsenhalter befinden sich auf einer Kopfplatte im Zentrum des Aufbaus. Diese Kopfplatte ist wiederum nach oben hin an der inneren Temperaturabschirmung (Abb. 4.6 - Markierung 1) angebracht, von dem der gesamte Fallen-Linsenaufbau umschlossen wird. Die innere Abschirmung, auch als 10 K-Abschirmung bezeichnet, ist auf einem sogenannten Kaltfinger befestigt (Markierung 2) der mit flüssigem Helium auf Temperaturen bis etwa 4 K gekühlt werden kann. Dies ist wiederum von einer mittleren Abschirmung (50 K Abschirmung) umschlossen (Markierung 3). Für jeden optischen Pfad sind Öffnungen mit Fenstern (Markierung 4) vorgesehen, wobei die Fenster vor allem zur Abschirmung von Schwarzkörperstrahlung dienen. Sämtliche Kabel für Elektronik werden am Weg nach innen an der mittleren Temperaturabschirmung thermisch geankert.

Die 50 K Abschirmung wird schließlich noch von der eigentlichen Vakuumkammer umschlossen (Markierung 5). Diese ist, im Gegensatz zu den Schilden aus Kupfer, aus nichtmagnetischem A4 Stahl gefertigt. Die Abschirmungen müssen sowohl thermisch als auch elektrisch sehr gut leitend sein. Einerseits, um eine optimale und gleichmäßige Abkühlung zu ermöglichen und andererseits, um die Abschirmungswirkung gegenüber elektromagnetischen Feldern zu maximieren. Für diesen Zweck eignet sich beispielsweise Kupfer. Die Aufgabe der Vakuumkammer aber ist es, einen Druck in ihrem Inneren von 10^{-11} mbar und weniger zu ermöglichen. Aspekte wie Leitfähigkeit spielen, im Gegensatz zu den Abschirmungen aus Kupfer, für den Zweck der Vakuumkammer keine Rolle.

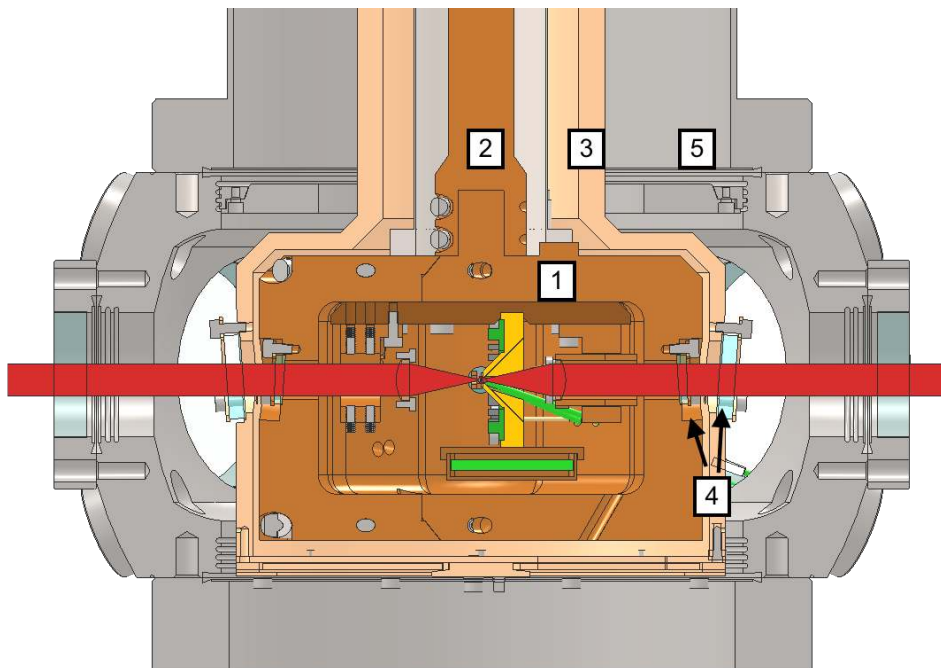


Abbildung 4.6: SolidWorks Querschnitt der Experiment-Apparatur. Die innere Temperaturabschirmung (Markierung 1), an welcher die Kopfplatte mit all den bereits erwähnten Komponenten (siehe Abbildung 4.5) befestigt ist, befindet sich im Zentrum des Aufbaus. Nach oben hin ist die Abschirmung mit dem Kaltfinger (2) verbunden und wird nach außen hin von der mittleren Temperaturabschirmung (3) umschlossen. An jedem Übergang sind Fenster bzw. Glaskeile angebracht (4). Umschlossen und von der Umgebung abgetrennt wird das System von einer Vakuumkammer (5). Das Modell ist eingefärbt um eine bessere Erkennbarkeit der Teile zu ermöglichen.

Kapitel 5

Designstudien

Infolge des technischen Aufbaus und der generellen Überlegungen zur Adressier- und Abbildungsoptik werden im Rahmen dieser Masterarbeit zuallererst optische Machbarkeitsanalysen bzw. Designstudien durchgeführt. Sowohl der Ablauf dieser Studien, als auch die Ergebnisse und die angefertigten Wahrheitstabellen werden in den folgenden Unterkapiteln näher erläutert.

5.0 Vorbemerkung

Mangelnde Übereinstimmung zwischen OpticStudio Daten und Graphen eigener Python-Skripte weckten im Zuge des Schreibens dieser Masterarbeit Zweifel an den Simulationsergebnissen. Der Vergleich von Kurven und Regressionen theoretischer Gauß-Strahlen mit den verwendeten Ergebnissen aus den OpticStudio Simulationen lieferte Hinweise auf Diskrepanzen aufgrund verschiedener Rechenmethoden. Nach weiterer Recherche und Kommunikation mit OpticStudio Mitarbeitern wurde Ende Januar 2016 klar, dass die Angaben der Graphen der sogenannten *physikalischen Optik* Effekte wie Beugung, etc. nicht berücksichtigen, obwohl diese in den Graphen dargestellt werden.

Zur Berechnung von Strahlradien welche die oben vernachlässigten Effekte berücksichtigen, ist es notwendig, andere Größen zu verwenden. Eine Möglichkeit ist dabei die $D4\sigma$ -Methode (ISO 11146-1), welche den Strahldurchmesser als vier mal die Standardabweichung der Intensitätsverteilung definiert und den Strahlqualitätsparameter M^2 berücksichtigt. Diese Methode wird auch als das sogenannte *Zweite Moment* nach Siegman [63, 64] bezeichnet. Ein Nachteil dieser Definitions- bzw. Bestimmungsmethode ist jedoch, dass diese Definition die Ausläufe der Intensitätsverteilung stark gewichtet. Genau dort ist die Messung auf Grund niedriger Intensität jedoch besonders ungenau. Außerdem hat diese Größe keine direkte Aussagekraft welche relative Intensität auf ein Nachbarion im Abstand x trifft und ist für die Zielstellung dieser Masterarbeit deshalb nicht zielführend.

Es soll jedoch betont sein, dass im Zuge dieser Arbeit meist auf relative Werte (Verbesserungen im Verhältnis vorher/nachher) verwiesen wird und diese von diesem Problem unbeeinflusst bleiben. Das vorgestellte Optimierungs- und Vergleichsverfahren ist deshalb weiterhin verwendbar. Lediglich der, aus den Simulationen resultierende, absolute Wert der Strahltaille entspricht, aufgrund der erwähnten Vereinfachungen des Simulationsprogramms, nur für den

Fall ohne nennenswerte Beugungserscheinungen der Realität und muss bei Bedarf durch Berechnungen an Hand anderer Methoden neu evaluiert und berechnet werden.

5.1 Spezifikationen

Zusammenfassend können aus den vorangegangenen Kapitel Spezifikationen und Zielwerte für die Adressierung und Abbildung abgelesen werden. So wird ein Adressierstrahl mit den Wellenlängen 674 nm bzw. 729 nm benötigt, der an der Position der Ionen einen minimalen Strahlradius von weniger als dem typischen Ionenabstand hat. Das konkrete Ziel ist ein Strahlradius von 1 – 2 μm , wobei das physikalisch/technische Limit durch

$$2w_0 = \left(\frac{4\lambda}{\pi}\right) \left(\frac{f}{d}\right) \quad (5.1)$$

(Wellenlänge λ , Fokusslänge f , Strahldurchmesser d) abgeschätzt werden kann und im Bereich von etwa 0,9 μm liegt [65]. Der Strahldurchmesser durch die Vakuumkammer und die Abschirmungen sollte dabei möglichst kollimiert sein und einen Durchmesser von maximal 0,5", also 12,7 mm, aufweisen.

Zum räumlichen Nachweis der Ionen wird, anstatt der vorgesehenen Andor iXon+ A-DU897 EMCCD Kamera mit 512×512 Pixel ($\text{á } 16 \times 16 \mu\text{m}$) vorerst eine Andor iXon +DV885 JCS-VP Kamera mit 1004×1002 Pixel und einer Pixelgröße von $8 \times 8 \mu\text{m}$ verwendet. Weniger, aber größere Pixel stellen eine stärkere Einschränkung in Bezug auf die benötigte Vergrößerung bzw. das benötigte Auflösungsvermögen dar. Zur getrennten Auflösung von zwei Ionen (typischer Abstand $\approx 4 \mu\text{m}$) ist es nämlich notwendig, dass zwischen ihnen auf der Kamera zumindest ein freier, also dunkler Pixel liegen muss. Je größer die Pixel desto größer muss folglich auch der Abstand zwischen den Ionen und damit die Vergrößerung der Optiken sein. Deshalb werden die Spezifikationen und Simulationen trotzdem auf die eigentlich vorgesehene iXon+ EMCCD Kamera ausgelegt.

Aufgrund der Pixelgröße von $16 \times 16 \mu\text{m}$ ergibt sich eine rechnerische Mindestvergrößerung von etwa 5. Die praktikable Vergrößerung liegt hingegen im Bereich von 20-30, um die Ionen gut und verlässlich voneinander unterscheiden zu können. Noch stärkere Vergrößerungen führen hingegen, aufgrund der verminderten Zählrate pro Pixel, wiederum zu schlechteren Signal/Rausch-Verhältnissen.

Für Photoelektronenvervielfacher spielt die Vergrößerung nur eine untergeordnete Rolle, weil diese ohnehin keine räumliche Auflösung bieten sondern ausschließlich eine gesamte Zählrate liefern. Das Hauptaugenmerk liegt hierbei darauf, mit Hilfe der Positionierung von Iris-Klingen, Streulicht zu minimieren. Ein größeres Bild ermöglicht dabei eine bessere Positionierung der Iris-Klingen und sorgt so für ein optimiertes Signal-zu-Rausch-Verhältnis. Streulicht hat vielerlei Quellen und kann unter anderem von reflektierten Photonen der Detektionslaser, aber auch von Umgebungslicht stammen.

5.2 Ionen-Adressierung

Als erstes Ziel wird zunächst die Einzel-Ionen-Adressierung simuliert. Die Zwecke der Studien sind einerseits die Machbarkeit des gewünschten 1 μm -Fokusradius zu analysieren so-

wie das konkret benötigte optische Setup zu eruieren. Außerdem sollen die so gefundenen Implementierungs-Möglichkeiten auf Ihre Umsetzbarkeit hin analysiert werden.

Der gegebene Aufbau, die Vakuumkammer sowie die mittlere und innere Wärmeabschirmung, ist in Abbildung 5.1 im Simulationsprogramm Optics Studio (vormals Zemax) dargestellt. Von außen bzw. links kommend ist als erstes das Glasfenster der Vakuumkammer, auch Viewport genannt, sowie die beiden angeschrägten Fenster der mittleren bzw. inneren Abschirmung zu sehen. Anschließend trifft der Laserstrahl zunächst auf die asphärische Linse und fokussiert nach etwa 25 mm an der Position des Ions. Der Vorteil von Asphären gegenüber gewöhnlichen Plano-Konvex-Linsen liegt in der Minderung sphärischer Aberrationen durch spezielle Linsenformen [38]. Die Fenster vom mittleren bzw. inneren Schild sind so ausgerichtet, dass die Schrägung entlang der vertikalen Richtung erfolgt. Die nicht-parallelen Glasflächen sollen Étalon-Effekte, die Entstehung von Resonatormoden zwischen den Glasplättchen, verhindern. Die Gläser bzw. ihre Abschrägungen werden so ausgerichtet, dass eventuell entstehende Aberrationen nur in der vertikalen Richtung auftreten würden. Diese Richtung ist weniger kritisch, weil im Gegensatz zur Horizontalen entlang der sich die Ionenkette befindet, keine Nachbarionen betroffen sind.

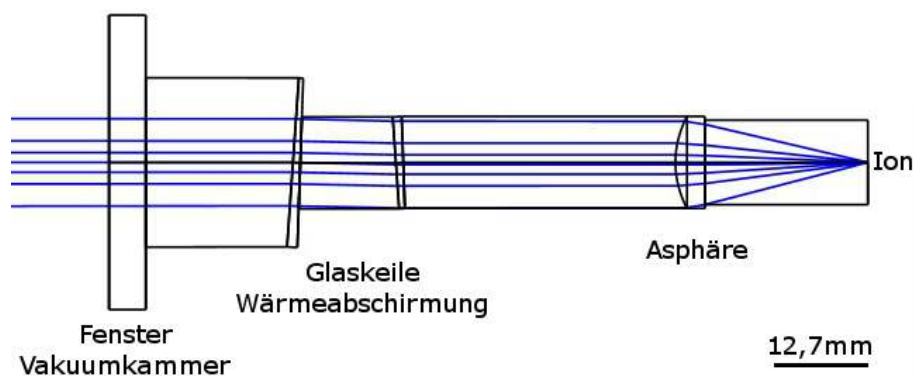


Abbildung 5.1: OpticStudio Vakuumkammer Strahldurchführung. OpticStudio Darstellung der Strahldurchführung durch die Vakuumkammer, die Abschirmungen und deren Fenster. Von links kommend befindet sich als erstes das Fenster der Vakuumkammer. Als nächstes sind zwei angeschrägte Glasplättchen als Fenster der äußeren bzw. inneren Wärmeabschirmung angebracht. Die Abschrägung dient vor allem der Verhinderung von Étalon-Effekten. Als Letztes vor dem Ion ist die Asphäre zu sehen bevor der Strahl auf die Position des Ions fokussiert wird.

Bei optimaler Ausrichtung von Linse und Glaskeilen ergibt sich laut Simulation ein Strahlradius in x- bzw. y-Richtung von 969 nm bzw. 982 nm. Die Auswirkungen der Glasplättchen beschränken sich in diesem optimalen Fall auf Größenordnungen von einigen Nanometern.

5.2.1 Strahlvorbereitung

Fokus-Radien in der Größenordnung von $1\ \mu\text{m}$ sind dann zu erreichen, wenn die auf das Ion fokussierende Linse vollständig ausgeleuchtet wird. Der Adressier-Laserstrahl wird dafür mittels einer Glasfaser auf den Experimenttisch geleitet und dort kollimiert durch einen Schäffter&Kirchhoff 60FC-M5-Kollimator auf einer Strahlgröße von $d = 0,92\ \text{mm}$ und mit einer Restdivergenz von $\theta = 0,47\ \text{mrad}$ in den optischen Pfad gebracht. Die Fokusgröße und -Position

sind stark abhängig von der Strahlgröße und -divergenz, weshalb eine entsprechende Vorbereitung und Anpassung des Strahles notwendig ist.

Im Gegensatz zu üblichen 2-Linsen Teleskopen lassen sich mit 3-Linsen-Teleskopen die Strahlgröße und -divergenz so unabhängig voneinander einstellen, dass beispielsweise Anpassungen der Fokusposition von über $\pm 50 \mu\text{m}$ in z -Richtung möglich sind. Im konkreten Fall des SQIP-Experiments muss der Strahl um etwa einen Faktor 10 aufgeweitet werden. Diese Vergrößerung wird durch Linsen mit den Fokusslängen 30 mm, 300 mm und 500 mm erreicht. Dabei sind, wie auch bei 2-Linsen-Teleskopen, nur die Relationen der Längen zueinander, aber nicht deren Absolutwerte von Bedeutung. Durch entsprechende Wahl der Linsen-Distanzen lassen sich so die Strahlgröße und -divergenz im notwendigen Bereich anpassen.

In Tabelle 5.1 werden konkrete Linsendistanzen und die daraus resultierenden Größen bzw. Divergenzen als Anhaltspunkte aufgelistet. Dabei bezeichnen die Parameter d_{x-y} den Abstand zwischen der Linse mit Fokusslänge x und jener mit Fokusslänge y . Die Werte w_{500} bzw. w_{AL} bezeichnen die Strahlradien an der 500 mm-Linse bzw. der Asphäre. Weiters geben die Parameter f und w_0 die resultierende Fokusslänge (Distanz zwischen Asphäre und Fokusposition/Ion) und die dortige Strahlgröße an. Im ersten Teil der Tabelle wird der Fokus entlang der Ausbreitungsrichtung durch Anpassung der Strahlkonvergenz/-divergenz verschoben. Mittels Veränderung der Distanz zwischen der letzten Teleskoplinsen ($f = 500 \text{ mm}$) und der Asphäre wird zudem die Ausleuchtung der Linse konstant gehalten. Im zweiten Teil bleibt die Fokusposition konstant und lediglich die Strahlgröße wird angepasst.

Tabelle 5.1: Simulierte Anpassungsmöglichkeiten von Strahlgröße und Divergenz in Abhängigkeit der Linsenpositionen im 3-Linsen-Teleskop. Im ersten Set wird in Abhängigkeit der Positionierung der zweiten Linse die Fokusposition verschoben und dabei die Ausleuchtung der Asphäre konstant gehalten. Im zweiten Set bleibt die Fokusposition (Strahldivergenz) konstant und ausschließlich die Größe des Strahles verändert sich.

$d_{30-300}, \text{ mm}$	$d_{300-500}, \text{ mm}$	$d_{500-\text{AL}}, \text{ mm}$	$w_{500}, \text{ mm}$	$w_{\text{AL}}, \text{ mm}$	$f, \text{ mm}$	$w_0, \mu\text{m}$
135	330,0	340,0	4,75	4,59	22,234	1,26
135	335,0	366,0	4,80	4,59	22,222	1,26
135	340,0	385,0	4,84	4,59	22,210	1,26
135	345,0	398,0	4,89	4,59	22,198	1,26
135	347,5	400,0	4,91	4,59	22,192	1,26
135	350,0	408,0	4,93	4,59	22,185	1,27
135	355,0	418,0	4,98	4,59	22,174	1,26
135	360,0	425,0	5,02	4,59	22,162	1,26
130	361,5	386,0	4,91	4,73	22,192	1,22
132	356,0	391,5	4,99	4,67	22,192	1,23
134	350,5	397,0	4,94	4,62	22,192	1,25
135	347,5	400,0	4,91	4,58	22,192	1,26
136	345,0	402,5	4,89	4,56	22,192	1,27
138	339,0	408,5	4,83	4,51	22,192	1,28
140	333,0	414,5	4,77	4,44	22,192	1,30

5.2.2 Vergleichstabelle (grafisch&prozentuell)

Strahlqualität und -größe am Ort des Ions sind von hauptsächlichem Interesse. Eine direkte in situ Messung während Zusammenbau und Einrichten der Linsen ist jedoch aus zweierlei Gründen nicht möglich: Zum Einen ist das vorhandene Strahlprofilmessgerät technisch nicht darauf ausgelegt, Strahlen mit Durchmesser im Bereich von wenigen Mikrometern zu vermessen. Zum Anderen wäre dies platztechnisch aufgrund des engen Aufbaus, zumindest mit dem vorhandenen Gerät, nicht möglich.

Anstatt einer direkten Messung wird deshalb auf eine indirekte Bestimmungsmethode zurückgegriffen. Eine lithographische Maske wird an der Stelle des Ions fixiert und die Restintensität sowie das Beugungsprofil bestimmt. Anhand dieser Daten ist es möglich, Rückschlüsse auf die Strahlqualität (Strahlform und -aberrationen) und -größe am Ort des Ions zu ziehen und die Linsenposition dahingehend zu optimieren.

Im nächsten Schritt werden deshalb verschiedene Aberrationen simuliert, die durch konkrete Linsen-Fehlausrichtungen auftreten können. Diese können anschließend zum Vergleich bzw. zur vereinfachten Interpretation der Test- und Experiment-Strahlprofile verwendet werden. Die Vergleichssimulationen werden für den kompletten Strahlverlauf, vom Kollimator bis zum Strahlprofilmessgerät, simuliert. Eine Skizze zur Darstellung des simulierten optischen Wegs findet sich in Abbildung 5.2.

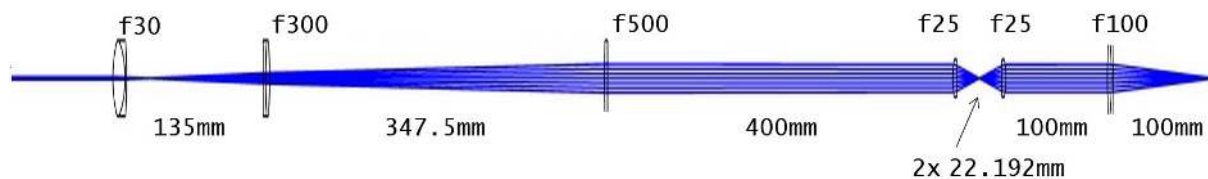


Abbildung 5.2: Simulierter Adressier-Strahlverlauf. OpticStudio Strahlverlauf zum Simulieren von Aberrationen, die durch falsche Ausrichtung der Linse hervorgerufen werden.

Eine möglichst realitätsnahe Simulation ist notwendig, um die so erhaltenen Werte mit Messwerten vergleichen und daraus Aufschluss über die Strahlqualität bzw. die Linsenpositionierung erhalten zu können. Deshalb werden Abweichungen vom simulierten zum tatsächlichen Strahl vorab mittels Strahlprofilmessgerät abgeschätzt. Dabei wird hauptsächlich auf die Strahlform Wert gelegt. Diese Abschätzung und Berücksichtigung der Strahlform in den Simulationen erfolgt sowohl für den ersten als auch für den zweiten Test- und Optimierungsaufbau. So wird festgestellt, dass die Eingangsstrahlen im ersten bzw. zweiten Aufbau elliptische Profile mit 4 % bzw. 9 % Unterschied der Achsenlängen aufweisen. Der simulierte Gauß-Strahl wird dahingehend angepasst um die Vergleichswerte der relativen Transmission nicht zu verfälschen. In Tabelle 5.2 werden die verwendeten Berechnungsparameter aufgelistet.

Die experimentelle Abschätzung der Strahlqualität und der Fokustaille erfolgt an lithographischen Verdunkelungen bekannter Größe. Der Simulationsaufbau der Tests mit der lithographischen Maske ist schematisch in Abbildung 5.3 dargestellt. So kann anhand von Beugungsprofil und relativer Transmission, der Restintensität die durch die gewählte Zielgröße nicht blockiert/reflektiert wird, auf Qualität und Taille des Strahles zurückgeschlossen werden. Der Begriff Qualität des Laserstrahles bezieht sich im Rahmen dieser Masterarbeit vor allem auf die Form und die sicht- bzw. messbaren Aberrationen des Strahles. Unter der Verwendung

Tabelle 5.2: Simulations-Strahlparameter im Vergleich mit experimentellen Ergebnissen. Die Werte der Physikalischen Optik Propagation (kurz POP) sind im entsprechenden Analyse-Fenster im Programm OpticsStudio extra zu setzen. Zur optimalen und realitätsnahen Simulation wird dort auch die Simulationsmatrixgröße festgelegt. Entsprechend den Simulations-Strahlparametern werden die Größen der automatischen Optimierung verwendet und hier ebenfalls gelistet. Für Details zur Simulationsmatrix wird auf das Zemax/Optic Studio Handbuch [30] verwiesen.

Parameter	Theorie	Test 1	Test 2
POP Gauss x	0,46 mm	0,48 mm	0,51 mm
POP Gauss y	0,46 mm	0,46 mm	0,46 mm
Simulationsauflösung	1024 × 1024	1024 × 1024	1024 × 1024
Simulationsmatrix x	26,091	27,225	28,926
Simulationsmatrix y	26,091	26,091	26,091
Wellenlänge	729 nm	729 nm	729 nm

der Simulationsparameter aus Tabelle 5.2 ergeben sich so, für einen Verdunkelungsdurchmesser von $d = 4 \mu\text{m}$, die in Tabelle 5.3 gelisteten relativen Transmissionen. Anhand dieser ist es schließlich möglich anhand einer gemessenen relativen Intensität den tatsächlichen Strahlradius des Gauß-Strahles am Ort der Verdunkelung abzuschätzen.

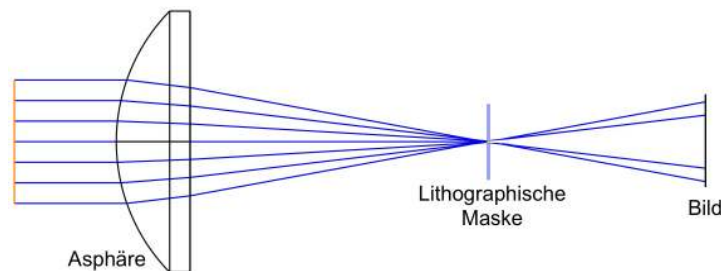


Abbildung 5.3: Simulation lithographische Verdunkelung. Adaptierte schematische OpticStudio-Skizze zur Erklärung der Maskentests, die zur Ermittlung der relativen Transmissionen und qualitativen Analyse der Beugungserscheinungen dienen. Zwischen lithographischer Maske und Bildebene befinden sich noch Linsen zur Rekollierung und Fokussierung des Lichtes auf das Strahlprofilmessgerät bzw. die eigentliche Bildebene (siehe dazu Abbildung 5.2). Diese werden hier für diese vereinfachte Skizze zur übersichtlicheren Darstellung vernachlässigt.

Diese Durchmessergröße der Verdunkelung wird deshalb gewählt, weil sie schlussendlich zum Vergleich der Messdaten mit Simulationsdaten herangezogen wird. Während der Optimierung der Positionierung werden auch größere Verdunkelungspunkte verwendet und qualitativ mit Simulationen verglichen. Eine konkrete Bestimmung der Strahltaile, also ein Vergleich der relativen Transmissionsdaten, erfolgt an diesen Zwischenschritten jedoch nicht.

Zur Abschätzung der möglichen Fehlergrenzen wird einerseits die Abhängigkeit der Transmission von der verwendeten Simulationsmatrixgröße ermittelt. Andererseits wird die Fehler-toleranz des Herstellers für ein konkretes Beispiel simuliert und wieder anhand der relativen Transmission begutachtet. Daraus kann eine Fehler-Größenordnung abgeschätzt werden. Es zeigt sich bei der verwendeten Verdunkelung von $d = (4,0 \pm 0,3) \mu\text{m}$ eine Veränderung in der relativen Transmission von absolut $-1,7\% / +2,5\%$ bzw. relativ $\approx -9\%$ und $\approx +13\%$.

Tabelle 5.3: Simulierte Transmissionsdaten für die Strahlparameter aus Tabelle 5.2. Der Durchmesser der Verdunkelung wird für die nachfolgenden Daten zu $d = 4 \mu\text{m}$ gewählt. Der linke Spaltenbereich gilt für die Theoriewerte, der mittlere für die Parameter Test 1 und der rechte Bereich für die Test 2 Werte. Die Strahltaillen werden in den Spalten $w_{0,x}/w_{0,y}$ für die x- und y-Richtung getrennt aufgelistet, weil sich durch die Elliptizitäten verschiedene Fokusgrößen ergeben. T_1 bzw. T_2 bezeichnen die jeweilige relative Transmission an der Position der Verdunkelung bzw. an der Position der später durchgeführten Intensitätsmessung mittels Strahlprofilmessgerät.

$w_{0,x}/w_{0,y}$ (μm)	T_1	T_2	$w_{0,x}/w_{0,y}$ (μm)	T_1	T_2	$w_{0,x}/w_{0,y}$ (μm)	T_1	T_2
1,26/1,26	22 %	18 %	1,20/1,26	22 %	19 %	1,14/1,26	23 %	20 %
1,34/1,34	27 %	23 %	1,30/1,34	27 %	24 %	1,23/1,34	28 %	24 %
1,52/1,52	31 %	26 %	1,48/1,52	31 %	26 %	1,45/1,52	32 %	27 %
1,75/1,75	35 %	30 %	1,74/1,75	35 %	30 %	1,74/1,75	36 %	31 %
2,17/2,17	41 %	36 %	2,20/2,17	42 %	37 %	2,24/2,17	43 %	37 %
2,65/2,65	48 %	43 %	2,70/2,65	49 %	44 %	2,79/2,65	49 %	44 %
2,98/2,98	42 %	48 %	3,05/2,98	53 %	48 %	3,17/2,98	53 %	52 %
3,32/3,32	57 %	52 %	3,41/3,32	57 %	52 %	3,56/3,32	58 %	54 %
3,84/3,84	62 %	58 %	3,96/3,84	63 %	59 %	4,15/3,84	64 %	60 %
4,55/4,55	68 %	65 %	4,70/4,55	69 %	66 %	4,94/4,55	69 %	66 %

Im Vergleich dazu sind Unterschiede in der Simulationsmatrixgröße mit absolut etwa $\pm 0,36 \%$ bzw. relativ $\approx \pm 2 \%$ vernachlässigbar. Absolute und relative Fehler werden hier beide in Prozent angegeben weil die Einheit der Transmission selbst bereits Prozent ist. Ein absoluter Fehler von $\pm 1 \%$ bei einem Beispielswert von 300 % entspricht also der Angabe 300(1) % oder $(300 \pm 1) \%$ während ein relativer Fehler von $\pm 1 \%$ im Fall des Beispielswertes 300(3) % bzw. $(300 \pm 3) \%$ entspricht.

Diese Abschätzung wird für die kleinstmögliche Strahltaille durchgeführt, weil die erläuterten Abweichungen in diesem Fall am stärksten auftreten würden. Es handelt sich somit um eine obere Fehlergrenze für diese beiden Fehlerquellen.

Ein weiteres Indiz, insbesondere für die Strahlqualität, ist die qualitative Betrachtung der Verdunkelungs-Beugungsmuster mittels Strahlprofilmessgerät (schematischer Aufbau siehe Abbildung 5.3). Hierzu werden verschiedene Fehlansrichtungen simuliert und die entsprechenden Auswirkungen grafisch dargestellt. Dies soll es später ermöglichen, anhand von konkreten Beugungserscheinungen Rückschlüsse auf die Art der Fehlplatzierung treffen und diese entsprechend beheben zu können.

In Abbildung 5.4 befindet sich links das Beugungsmuster der Theorieparameter und rechts des Test 2 Profils bei optimaler Linsenausrichtung. Der ungleichförmige Beugungsring im Fall Test 2 lässt sich dadurch erklären, dass die Fokusgröße mit größerem Strahlradius auf der Asphäre abnimmt. Dadurch ergibt sich ein anderes Verhältnis von Fokus- zu Verdunkelungsradius und damit auch ein unterschiedlich ausgeprägtes Beugungsmuster in den Richtungen der beiden Achsen.

Die Auswirkungen einer Linsenverkipfung um die x-Achse um $0,5^\circ$ nach unten wird in den Abbildungen 5.5 a)-d) dargestellt. Dabei zeigen a) und b) die simulierten Auswirkungen in der Fokusebene während c) und d) das Beugungsmuster am Strahlprofilmessgerät abbilden.

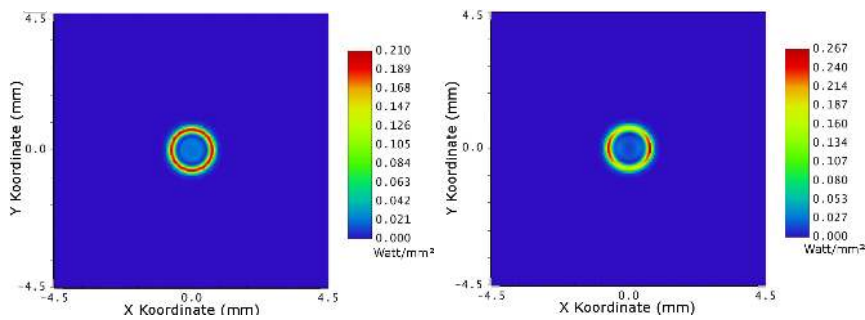


Abbildung 5.4: Simuliertes optimales Beugungsprofil. OpticStudio Falschfarben-Strahlprofil bei optimaler Linsenpositionierung. Abbildung a) stellt dabei das theoretische Strahlprofil dar. In Abbildung b) wird das Profil aus Test-2 simuliert, um die Vergleichbarkeit mit dem Testaufbau zu ermöglichen.

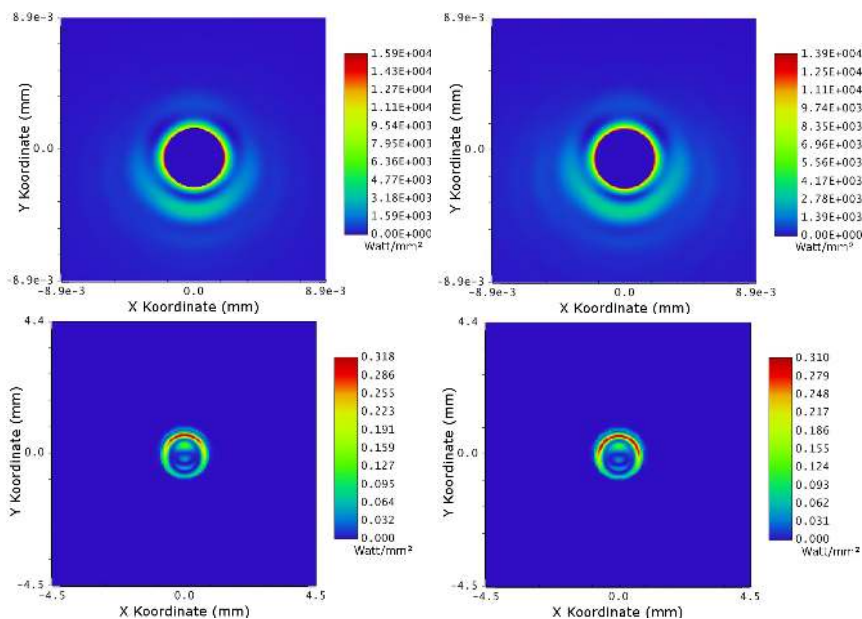


Abbildung 5.5: Auswirkung von Linsenverkipfung. In den OpticStudio Aufnahmen der Abbildungen a) und b) bzw. c) und d) sind die Auswirkungen einer Linsenverkipfung um die x-Achse um $0,5^\circ$ nach unten in der Fokusebene bzw. in der Messgerät-Ebene dargestellt. Die Fokusposition ist durch die Verkipfung um $\Delta y = 22,5 \mu\text{m}$ nach oben verschoben worden.

Außerdem ist zu bemerken, dass die Simulation dieses Falles eine Verschiebung des Fokus um $22,5 \mu\text{m}$ nach oben verursacht und ein Astigmatismus-Fokusunterschied zwischen x- und y-Fokusebene von $\Delta z \approx 2 \mu\text{m}$ entsteht.

Analog zur Linsenverkipfung wird in den Abbildungen 5.6 a) bis d) das Simulationsergebnis einer Linsenverschiebung von $+0,5 \text{ mm}$ entlang der y-Achse dargestellt. Dabei zeigen die ersten beiden Falschfarben-Aufnahmen wieder das Strahlprofil in der Fokusebene und c) bzw. d) an der Position des Strahlprofilmessgerätes. Die Verschiebung der Linse hat dabei auch eine Verschiebung der Fokusposition um $\approx 500 \mu\text{m}$ nach oben zur Folge.

Weiters zu erwähnen sind die Beugungserscheinungen in Abhängigkeit von der Strahlposition relativ zur Verdunkelung, wie diese in den Abbildungen 5.7 für die Theorie-Parameter dargestellt sind. Dabei befinden sich in der oberen Reihe das Falschfarben-Bild der Fokusebene

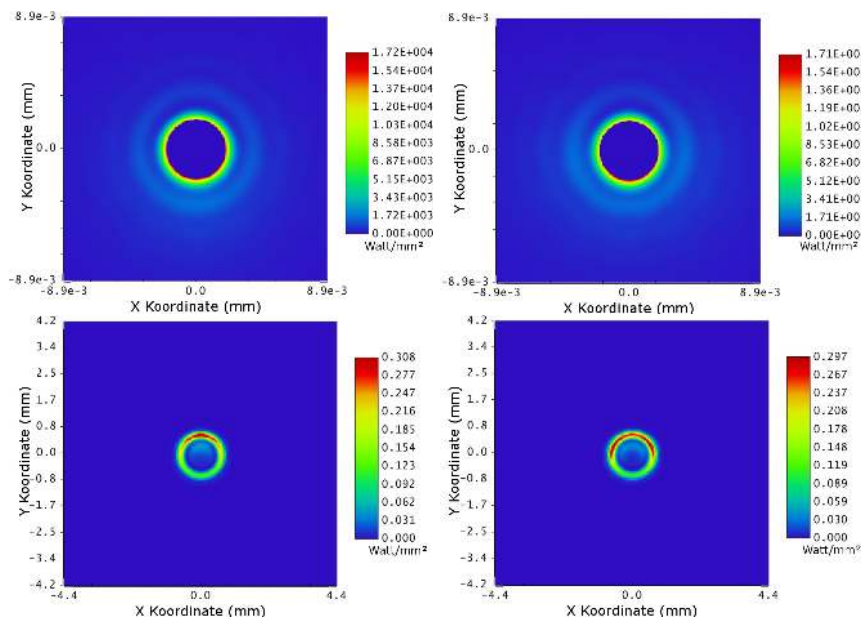


Abbildung 5.6: Auswirkung von Linsen-Dezentrierung. In den Abbildungen a) bis d) wird eine Verschiebung entlang der y-Achse um $+0,5\text{mm}$ simuliert und wiederum in der Fokusebene bzw. der Strahlprofilmessgerät-Ebene grafisch dargestellt. Die Fokusposition wird aufgrund der Verschiebung um $\Delta y \approx 500\mu\text{m}$ nach oben versetzt.

und in der Unteren die jeweils zugehörigen Beugungsmuster am Strahlprofilmessgerät. Für zentrales Auftreffen des Strahles auf die Ziel-Lithographie ist ein Beugungsring ersichtlich (erste Spalte). Für dezentrales Auftreffen ergeben sich in Abhängigkeit der Entfernung verschiedene Beugungsmuster. Diese Bilder dienen später als Referenz und erlauben es, eine qualitative Aussage über die Positionierung des Strahles, und damit indirekt auch jene der Linse, treffen zu können.

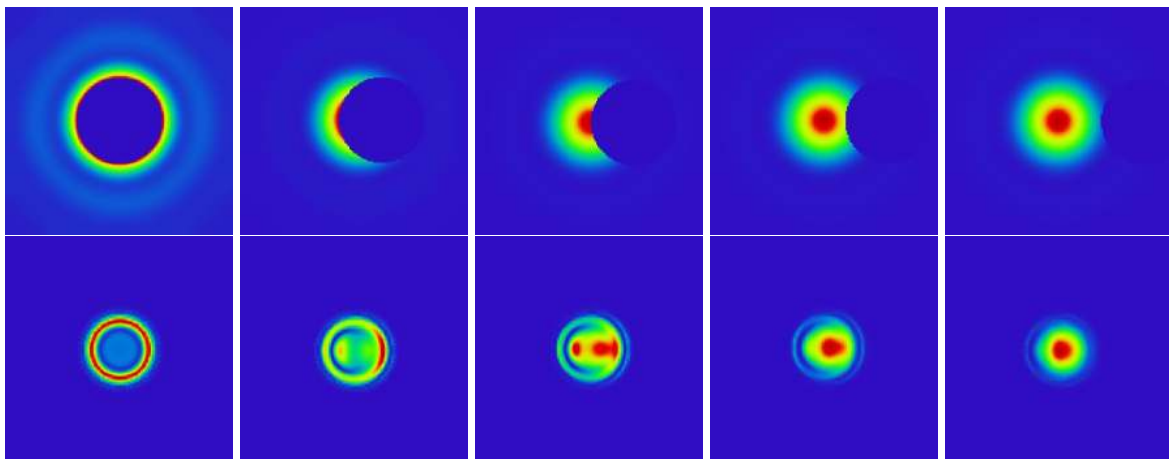


Abbildung 5.7: Verdunkelungsplatzierungen. Simulationsaufnahmen einer Verdunkelung die in Schritten von $1\mu\text{m}$ aus der Fokusposition verschoben wird. In der ersten Reihe befinden sich die Aufnahmen in der Fokusebene und in der Zweiten die zugehörigen Beugungserscheinungen in der Ebene des Strahlprofilmessgerätes.

5.3 Abbildung auf CCD / PMT

Nach Abschluss der Adressierungssimulationen wird auch der optische Pfad der Abbildung simuliert. Im Experiment wird die Asphäre jeweils für die Adressierung und gleichzeitig auch für die Abbildung verwendet. Durch je einen dichroitischen Spiegel außerhalb der Vakuumkammer wird der rote Adressierlaser vom blauen Fluoreszenzlicht getrennt. Die Fluoreszenz wird dann über einen eigenen Strahlpfad auf eine CCD bzw. PMT gelenkt. Die Linsendimensionen des Abbildungspfads müssen, aufgrund der veränderten Anforderungen im Gegensatz zur Adressierung, entsprechend angepasst werden.

Für die blauen Fluoreszenzwellenlängen von 397 nm für Kalzium bzw. 422 nm für Strontium wird deshalb, abgesehen von der In-Vakuum-Linse, ein unabhängiges Linsensystem simuliert. Dieses wird die Abbildungsvergrößerung- und Qualität bestimmen. Basis der Abbildungsoptiken bildet ein 150 mm/100 mm-Linsenteleskop und eine $f = 500$ mm-Linse zum Fokussieren auf die CCD-Kamera. Die theoretische Vergrößerung errechnet sich dabei aus $M_{\text{theor}} = \frac{500}{25} \times \frac{150}{100} = 30$. Simuliert ergibt sich, aufgrund der Asphärenoptimierung zur Wellenlänge 729 nm, eine tatsächliche Vergrößerung von $M_{\text{sim}} = 33$.

Zur Bestimmung von Abbildungsqualität und -vergrößerung wird auf eine spezielle Berechnungsart zurückgegriffen, welche zur Berücksichtigung von Beugungseffekten nützlich ist. Dabei wird jeder Punkt einer Wellenfront durch eine perfekte Punktquelle mit einer Amplitude und Phase angenommen. Die Beugung der propagierenden Wellenfront wird dann durch die Interferenz aller Wellenpakete beschrieben, die von den Punktquellen emittiert werden. Diese Funktion wird auch die Huygens Punktspreizfunktion genannt [30]. In der OpticStudio Simulation kann nur ein einzelner Bildpunkt simuliert werden, jedoch ist vor allem die Abbildung mehrerer Ionen interessant. Die Simulationsergebnisse werden deshalb in einem externen Python Skript weiter ausgewertet.

In Abbildung 5.8 ist die simulierte Punktspreizfunktion für ein Ion als Punktquelle dargestellt. Weiters wird dieselbe Funktion mit einem Abstand auf der Kamera von $\Delta z_{\text{CCD}} = \pm 141,66 \mu\text{m}$ versetzt eingezeichnet. Dies entspricht einem tatsächlichen Ionenabstand von $\Delta z_{\text{Ion}} = \pm 4,27 \mu\text{m}$.

Die Datenpunkte werden anschließend innerhalb der Pixelgröße der CCD Kamera addiert und in Balkendiagrammform dargestellt (siehe Abbildung 5.9 a/b)). Dabei wird für das linke Balkendiagramm eine CCD-Pixelgröße von $16 \times 16 \mu\text{m}$ und für das Rechte eine Größe von $8 \times 8 \mu\text{m}$ verwendet. Dies entspricht den Kameramodellen Andor iXon+ EMCCD A-DU897-DCS-BBB (512x512 Pixel á $16 \times 16 \mu\text{m}$) bzw. Andor iXon^{EM}+ DV885 JCS-VP (1004x1002 Pixel á $8 \times 8 \mu\text{m}$).

Aus den Balkendiagrammen werden weiters Abschätzungen für das Auflösungsvermögen getroffen. Für eine Pixelgröße von $16 \times 16 \mu\text{m}$ können Ionen bis zu einem Abstand von etwa $2 \mu\text{m}$ als getrennt voneinander aufgelöst werden. Im Fall der CCD mit $8 \times 8 \mu\text{m}/\text{px}$ ergibt sich eine Mindestdistanz von etwa $1,4 \mu\text{m}$ um zwei Punkte entsprechend unterscheiden zu können.

Die Simulationen für den CCD-Strahlpfad reichen aus, um den PMT-Nachweis mit denselben Spezifikationen aufbauen zu können. Eine getrennte Analyse des PMT Pfades ist nicht notwendig, da die räumliche Auflösung in diesem Fall keine besondere Rolle spielt.

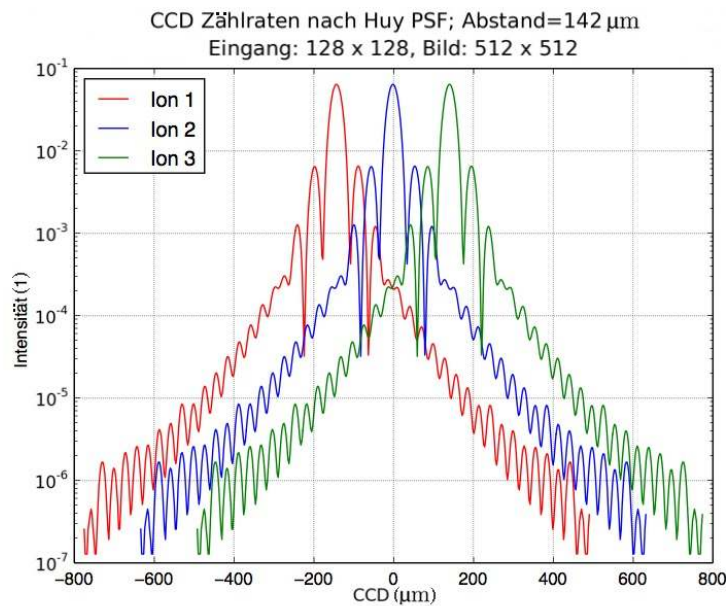


Abbildung 5.8: Huygens Punktspizfunktion für 3 Ionen. Die Simulation wird in dem Programm OpticStudio für ein Ion im Abstand von $4,27\mu\text{m}$ vom Zentrum durchgeführt. Diese Punktspizfunktion wird schließlich anhand der Ergebnisse für drei verschiedene Ionen-Positionen abgebildet.

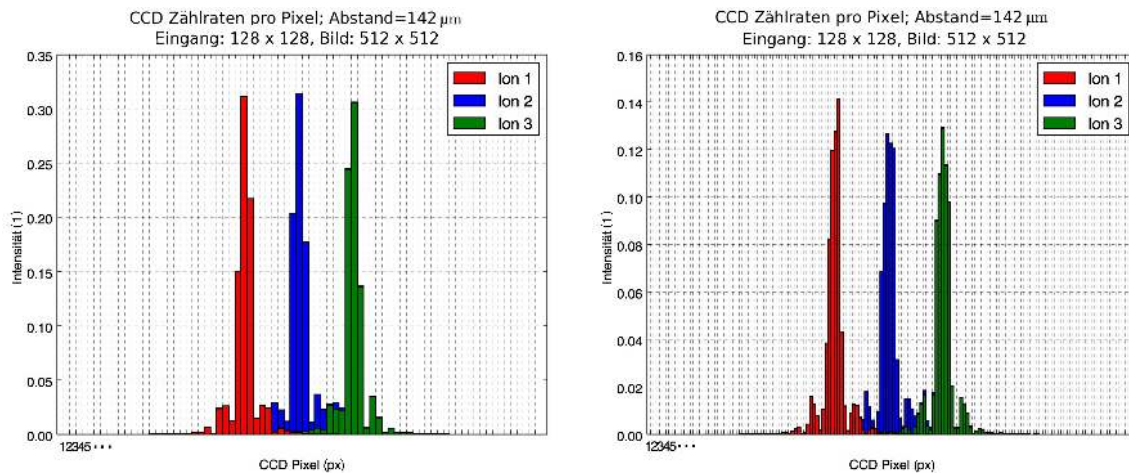


Abbildung 5.9: Huygens Punktspizfunktion pro CCD Pixel. Die Huygens PSF aus Abbildung 5.8 ist hier aufsummiert über die CCD-Pixelgrößen $16\mu\text{m}$ (links) bzw. $8\mu\text{m}$ (rechts) und für drei Ionen im Abstand von $4,27\mu\text{m}$ dargestellt. Dies dient der besseren Veranschaulichung der für das gewählte Setup theoretisch möglichen CCD Zählraten pro Pixel und damit der Ionen-Unterscheidbarkeit bzw. Auflösung.

5.4 Abbildung auf PMT- oder Faserreihen

Abgesehen von der erwähnten CCD- und PMT-Detektion gibt es die Möglichkeit, eine lineare Aneinanderreihung von PMTs (auch PMT-Array genannt) zu verwenden, um die zeitliche Auflösung einer PMT zu erreichen und dennoch Ionen unterscheiden zu können. Je nach konkretem Modell und Hersteller sind Detektorbreiten von etwa $0,8\text{ mm}$ möglich, wofür eine Vergrößerung von etwa 200 oder mehr erforderlich ist.

Die Verwendung eines PMT Arrays bringt jedoch auch Nachteile mit sich. So sind die Abstände bzw. Detektorgrößen konstant, während die Ionendistanz vom Zentrum weg zunimmt. Dies führt dazu, dass die Abbildung einzelner Ionen auf jeweils einen Detektor nur in einem beschränkten Ausmaß möglich ist, bevor die zunehmende Ionendistanz zu Überschneidungen am Array führt. Außerdem ist bei geänderten Fallenparametern eine Neuausrichtung der Abbildungsoptik und gegebenenfalls sogar ein Linsentausch notwendig. Das Ausrichten der Abbildung auf die PMT-Reihe ist damit nur für ein konkretes Fallenpotential möglich und deshalb in der Handhabung und Verwendung im laufenden Experiment schlecht geeignet.

Eine andere Möglichkeit, die Vorzüge von jeweils einem PM pro Ion zu nutzen, ohne auf die erwähnten Probleme zu stoßen, ist die Verwendung eines Glasfaser-Arrays, wie beispielsweise jenem von Oz Optics VGA-4-250-8-A-10.3-3.8-2.03-M-390/430-62.5/125-3A-1-2-0.5. Die Idee ist, dass die Ionenkette so auf die Glasfaser-Anordnung abgebildet werden kann, dass jedes Ion in eine eigene Mehrmodenfaser gekoppelt wird. Diese Faser wird dann zu fasergekoppelten PMTs geführt, mit deren Hilfe die zeitlich und räumlich aufgelöste Detektion der Ionenzustände erfolgen kann.

Der Nachteil der äquidistanten Anordnung an PMT-Detektoren kann insofern verhindert werden, als dass Faserarrays nach Bedarf hergestellt werden können. So lassen sich verschiedene Anordnungen und Faserdistanzen produzieren, die einerseits entsprechend den Ionendistanzen produziert werden können und andererseits eine wesentlich kleinere Vergrößerung erfordern. Des Weiteren wäre es denkbar, verschiedene Reihen so zu platzieren, dass für verschiedene Fallenpotentiale dennoch eine Abbildung auf ein bestimmtes Faserarray möglich ist. Beispielsweise kann so durch automatische, motorisierte Verschiebung das verwendete Array ohne großen Aufwand gewechselt werden und mittels Faser-Schalter auch die Einkopplung zu den fasergekoppelten PMTs angepasst werden. Die Probleme einer PMT-Reihe sind anhand eines Zahlenbeispiels in Appendix A näher beschrieben. Dort finden sich auch detailliertere Informationen zur Glasfaserreihe.

Aufgrund der möglichen individuellen Anpassungen ist im jetzigen frühen Stadium dieser Idee noch keine eigene Simulation erforderlich. Die Vergrößerung liegt im Bereich derjenigen des CCD Strahlpfades, womit für erste Analysen und Tests diese Simulationen ausreichen.

Kapitel 6

Externe Optimierungstests

Der Aufbau aus Kapitel 4 und insbesondere das neu entworfene System zur Linsenplatzierung und -halterung macht es erforderlich, die Ideen, abgesehen von den durchgeführten Simulationen, auch praktisch auf ihre Machbarkeit hin zu analysieren und zu testen. Dies erfordert einerseits einen geeigneten Testaufbau sowie die Findung und Überprüfung von Charakterisierungsmethoden und andererseits das Definieren eines zuverlässigen Optimierungsprozederes. Diese Zielsetzungen sollten zuerst bei den externen Tests gefunden werden, damit die anschließende finale Adjustierung der Asphären im Experimentaufbau bestmöglich erfolgen kann.

Der ursprünglichen Idee zufolge sollte eine schraubbare Lochblende zur Charakterisierung der Fokusröße verwendet werden. Die Bestimmung der Fokustaille sollte dabei durch die relative Intensität im Vergleich zu theoretischen Berechnungen bzw. Simulationen erfolgen. Bei der Strahldurchführung ergaben sich jedoch, aufgrund der Blenden-Materialdicke von $13\ \mu\text{m}$, verfälschte Transmissionswerte, weil die Strahldivergenz eines auf $1\ \mu\text{m}$ fokussierten Strahles kein vollständiges Durchführen erlaubte.

Stattdessen wurde zur Charakterisierung letztendlich ein Lithographie-Glasplättchen eingesetzt. Das fokussierte Laserlicht wird am Ziel reflektiert und lediglich der transmittierte Anteil wird gemessen. Wird ausschließlich auf die jeweilige Vorderseite des Plättchens, also jene Seite mit der Lithographie darauf, fokussiert, werden Abweichungen und systematische Fehler vermieden (siehe Abbildung 6.3). Brechungseffekte beim Durchgang durch das Glas würden die Messergebnisse andernfalls verfälschen. Der Nachteil der verwendeten Lithographie ist die freie horizontale Verschiebbarkeit wodurch keine reproduzierbare Positionierung auf eine konkrete horizontale Position möglich ist.

6.1 Aufbau

Zum Testen der entworfenen Adressierung mittels im-Vakuum gehalterten asphärischen Linsen wurden die betreffenden Teile zwei Mal angefertigt: ein Exemplar für den endgültigen Einbau und ein Weiteres für die Tests, um die einzubauenden Teile nicht zu beschmutzen oder zu beschädigen. Die Testbauteile wurden auf einer Halterplatte montiert und mittels Sockel in der richtigen Höhe am optischen Tisch fixiert. Abbildung 6.1 zeigt den Testaufbau, bei dem anstatt der Ionenfalle und der Fallhalterung eine eigene Aluminiumhalterung zur Platzierung eines Glasplättchens mit Ziellithographien verwendet wurde.

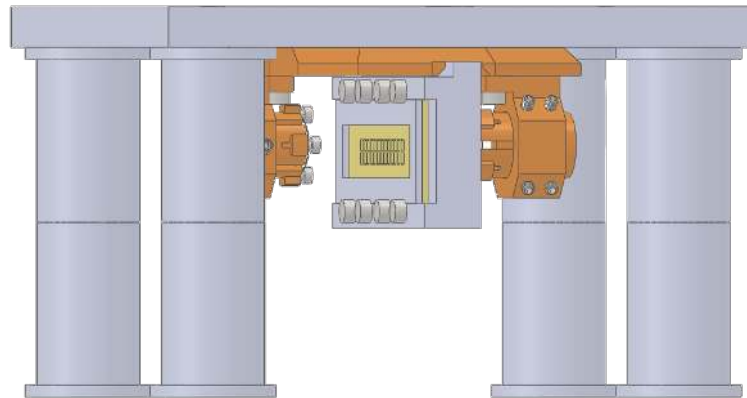


Abbildung 6.1: Testaufbau Simulation. SolidWorks Bildschirmaufnahme der zur Verfügung stehenden Kupferteile (braun) aus dem Experimentaufbau und der benötigten Aluminium-Teile (grau) zur Halterung des Aufbaus. Die Kopfplatte wird im Experiment von unten an den inneren Wärmeschild angebracht. Zum Testen wurde die eigens angefertigte Aluminiumplatte verwendet, die auf 4 doppelten Sockeln am optischen Tisch fixiert wurde. Anstatt der Ionenfalle und -halterung wurde für den Testaufbau eine Aluminiumhalterung und eine lithographische Glasplatte (gold) verwendet.

Die Fotos in Abbildung 6.2 zeigen einerseits den finalen mechanischen Testaufbau mit Lithographie (2) und Halterung (3 - links) und andererseits die bereits eingebaute Ionenfalle (2) sowie der Halterung und dem Filterboard (3 - rechts) zur Überprüfung der Höhenausrichtung. In beiden Fällen handelt es sich um die fertig ausgerichteten Linsenhalterungen (1) mit Experimentteilen im Rahmen der zweiten Testreihe. Sämtliche Kupferteile, bis auf die Madenschrauben, sind silberbeschichtet und wurden mittels Ultraschallbad (Aceton und Ethanol) gereinigt.

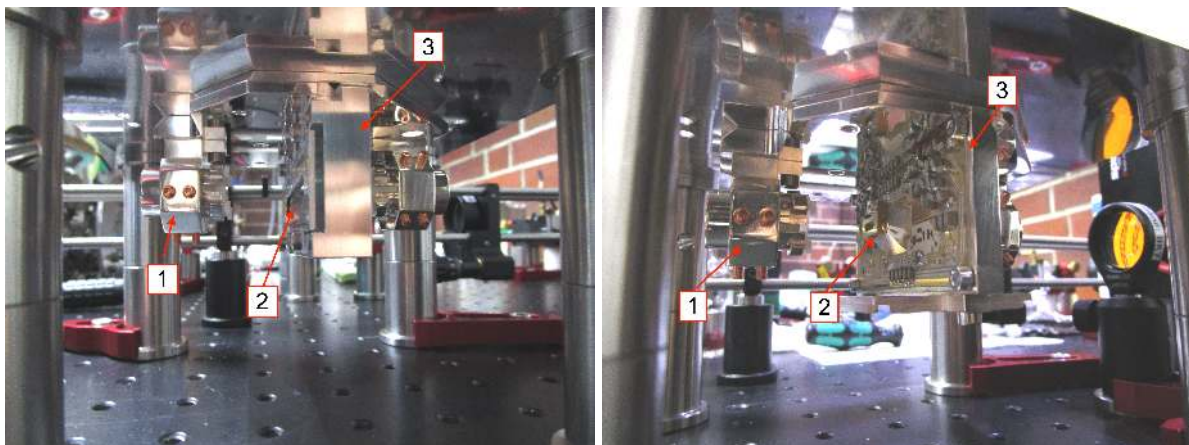


Abbildung 6.2: Testaufbau-Aufnahmen mit Lithographie bzw. Ionenfalle. Dargestellt sind Fotos des mechanischen Aufbaus zur Optimierung der kryostatinternen Optik. Der Aufbau besteht, analog zu Abbildung 6.1, aus Linsenhalterung (1), lithographische Maske bzw. Ionenfalle (2 links bzw. rechts) und der entsprechenden Halterung für das Ziel bzw. dem Filterboard (3). Nach Aufnahme des rechten Bildes wurde der Testaufbau mittels Vakuums-Folie mehrmals verpackt und geschützt, damit während der Wartezeit bis zum Einbau das Risiko von Beschmutzung oder Beschädigung minimiert ist.

Die Aluminiumhalterung zum Platzieren des Glasplättchens ist so entworfen, dass sich die lithographischen Verdunkelungen in vertikaler Richtung an der Position der Ionen befinden. Sowohl die vorder- als auch die rückseitige Linse müssen optimiert werden, deshalb wird das Zielplättchen mit einem Aluminiumrahmen am Halter montiert, der dieselbe Dicke wie das Glasplättchen hat. Rotieren des Plättchens um seine vertikale Achse sowie Umordnen der Reihenfolge von Plättchen und Rahmen ermöglichen auch die Optimierung der rückseitigen Linse auf dieselbe (Höhen-)Position. Diese Idee ist zur Verdeutlichung in Abbildung 6.3 skizziert.

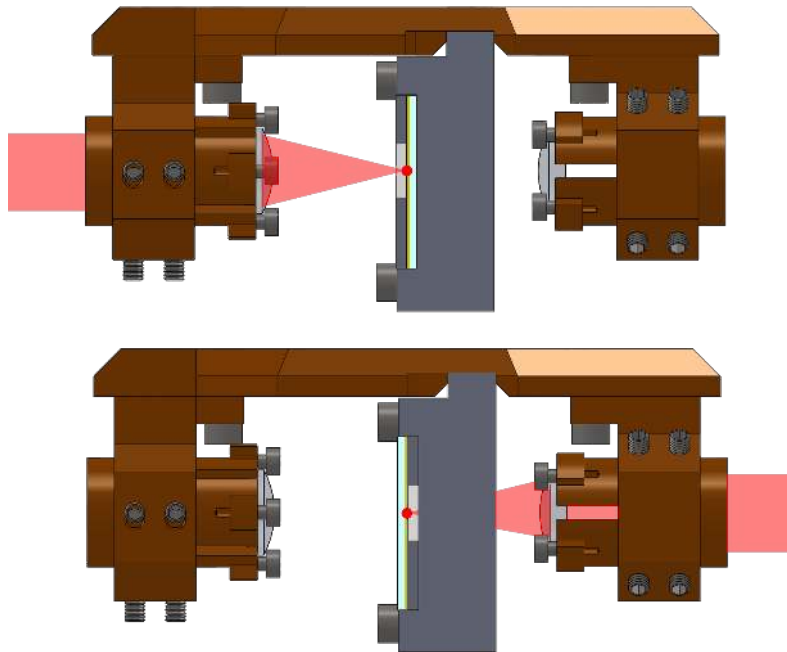


Abbildung 6.3: Linsensoptimierung mit Lithographie. Skizze zur Verdeutlichung wie Vorder- und Rückseite mit demselben Ziel optimiert werden können. Zu beachten ist, dass sich durch diese Methode die Position entlang der Strahlausbreitung, kurz gesagt die Position der Fokusebene, und die Höhe der Position (y-Richtung) nicht ändern. Die freie Bewegbarkeit des Zieles in horizontaler Richtung führt jedoch zu einer veränderten horizontalen Position durch Umsortieren der Reihenfolge.

Das Glasplättchen ((76,2 × 25,4 × 1,524) mm) mit Chrom-Lithographie (Applied Image IAM-6-P-CG) ist in Abbildung 6.4 dargestellt. Es besteht aus 26 trans-

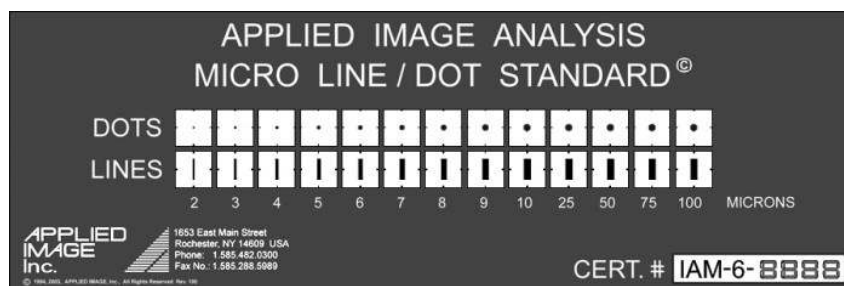


Abbildung 6.4: Lithographisches Ziel. Applied Image IAM-6-P-CG Chrom Lithographie auf einem Glassubstrat mit den Dimensionen (76,2 × 25,4 × 1,524) mm. Abbildung entnommen aus [66].

parenten Quadraten (Seitenlänge 2,8 mm) mit einer 25 µm breiten Markierung in der Mitte

jeder Seite und einem Zielpunkt bzw. einer -linie im Zentrum jedes Quadrats. Die Durchmesser der Punkte bzw. Breiten der Linien sind wie folgt: $(2,0 \pm 0,3) \mu\text{m}$, $(3,0 \pm 0,3) \mu\text{m}$, $(4,0 \pm 0,3) \mu\text{m}$, $(5,0 \pm 0,3) \mu\text{m}$, $(6,0 \pm 1,0) \mu\text{m}$, $(7,0 \pm 1,0) \mu\text{m}$, $(8,0 \pm 1,0) \mu\text{m}$, $(9,0 \pm 1,0) \mu\text{m}$, $(10,0 \pm 1,0) \mu\text{m}$, $(25,0 \pm 1,0) \mu\text{m}$, $(50,0 \pm 2,0) \mu\text{m}$, $(75,0 \pm 2,0) \mu\text{m}$, $(100,0 \pm 2,0) \mu\text{m}$

Die Fehlertoleranz der Position der Ziel-Lithographien am Glasplättchen ist durch den Zugschnitt des Glases gegeben und vom Hersteller mit $\pm 0,1\text{mm}$ spezifiziert. Während manche Informationen von der Herstellerseite stammen ([66]) wurden Detailfragen, wie etwa Fehlertoleranzen, via Email mit dem Hersteller geklärt.

Der Nachteil der verwendeten Lithographie, vor allem im Vergleich zu den geplanten einschraubbaren Lochblenden, ist die freie horizontale Verschiebbarkeit, die kein exaktes Einstellen auf eine konkrete Position entlang der Fallachse erlaubt. Für die Umsetzung stellt dies kein Problem dar, weil die Ionen entlang dieser Achse durch Anpassen des Fallenpotentials verschoben werden können.

Abgesehen vom entworfenen mechanischen Testaufbau wird auch ein optischer Aufbau benötigt, um die erforderlichen Tests durchführen zu können. Der optische Strahlverlauf ist in Abbildung 6.5 skizziert. Von oben links kommend verläuft der Laserstrahl zunächst durch ein Teleskop und einen Akusto-Optischen-Modulator (AOM). Anschließend wird er nochmals in eine Glasfaser gekoppelt, um das Strahlprofil zu säubern. Nach der Faser wird ein Bruchteil des Lichtes auf eine Photodiode fokussiert die über einen Proportional-Integral-Differential-Regler (kurz PID-Regler), in Kombination mit dem bereits erwähnten AOM, die Intensität stabilisiert.

Der Großteil des Lichtes wird über zwei weitere Spiegel in das 3-Linsen-Teleskop im Käfigsystem eingekoppelt und anschließend mit Hilfe zweier Spiegel auf die asphärische Fokussierlinse im Testsystem geleitet. Dort wird der Strahl auf das lithographische Ziel fokussiert. Das von der Maske nicht blockierte Licht wird in der hinteren Asphäre schließlich wieder kollimiert und über eine letzte Linse auf das Strahlprofilmessgerät fokussiert. Diese Fokussierung erfolgt deshalb nicht exakt auf das Messgerät, weil empirisch festgestellt wurde, dass so Beugungserscheinungen aufgrund der größeren Abbildung deutlich besser erkannt werden können.

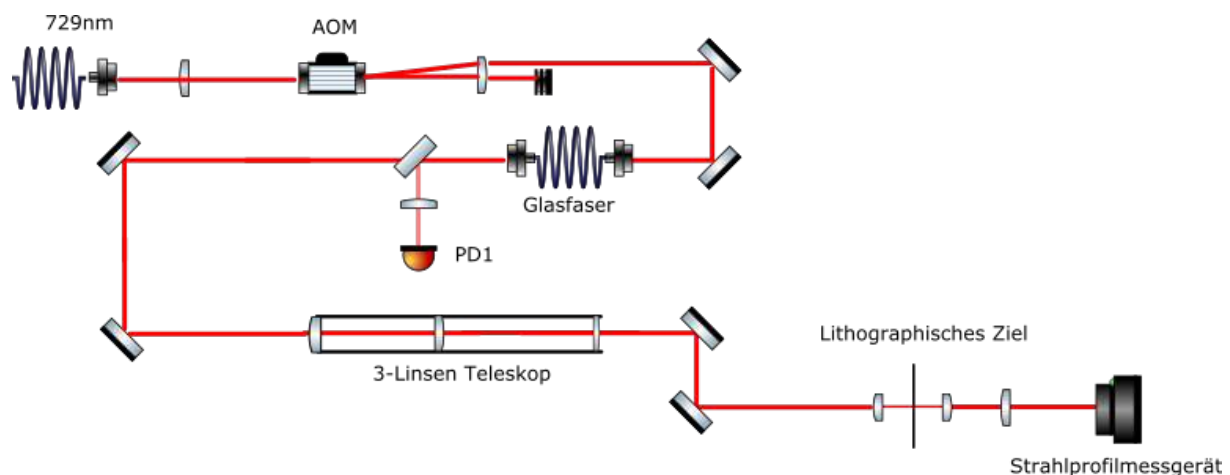


Abbildung 6.5: Skizze des optischen Pfades auf dem Weg zum Testaufbau. Das Laserlicht gelangt aus einer Glasfaser (oben links) durch den Aufbau zur Intensitätsstabilisierung weiter in das Käfigsystem des 3-Linsen-Teleskops. Über zwei Spiegel wird der Strahl schließlich auf die Asphäre gelenkt und der transmittierte Anteil zur Analyse auf ein Strahlprofilmessgerät fokussiert. Gezeichnet mit [67].

6.2 Messmethoden

Weder die angepeilte Fokusgröße von etwa $1\ \mu\text{m}$, noch der Test- bzw. Experimentaufbau lassen es zu, den Strahlradius und die Strahlqualität direkt, beispielsweise durch direkte Fokussierung auf ein Strahlprofilmessgerät, zu messen. Stattdessen werden zwei Möglichkeiten zur indirekten Bestimmung, wie diese in Kapitel 5 angedeutet wurden, verwendet.

6.2.1 Relative Transmission

Als erster Anhaltspunkt für die Fokusgröße gilt die Messung der relativen Transmission und der entsprechende Vergleich mit den Simulationsdaten aus Tabelle 5.3. Aus dem Vergleich kann einerseits die effektive Strahlgröße abgeschätzt werden und andererseits mit Hilfe des Strahlprofilbilds auch eine Aussage über mögliche Aberrationen getroffen werden. Anhand dieser lässt sich die Linsenpositionierung schließlich optimieren.

Zur Vermeidung von systematischen Abweichungen bei der Bestimmung der relativen Transmission wird die Intensität I_0 vor jeder Messung neu bestimmt und, analog zur Messung mit der Lithographie-Maske, hinter dem Glasplättchen und den nachfolgenden Optiken gemessen. Bei einer Messung von I_0 mittels eines temporären Spiegels vor der ersten Asphäre würden an den verschiedenen Oberflächen auftretende Reflexionen zu systematischen Abweichungen bei der Transmission führen. Eine Messung der Rohintensität durch das Plättchen hingegen inkludiert all diese Reflexionsverluste.

6.2.2 Rasierklingenmessung

Eine weitere Möglichkeit zur Abschätzung der Fokusgröße ist die sogenannte Rasierklingenmessung. Dabei wird eine Rasierklinge mittels Mikrometer-Verschiebetisch in transversaler Richtung durch das Strahlprofil geschoben. Nach Auftragen der gemessenen Intensität in Abhängigkeit der radialen Distanz kann eine Gaußsche Fehlerfunktion mittels Regression angelegt werden. Aus dieser lässt sich der Strahlradius ablesen.

Die erwartete Fokusgröße im Bereich von $1\ \mu\text{m}$ bedeutet, dass die kleinste Skaleneinheit des Verschiebetischs (OptoSigma XY-Verschiebetisch mit Mikrometerschraube in Kombination mit OptoSigma Z-Verschiebetisch mit Mikrometerschraube) zu groß ist, um genügend Messpunkte aufzunehmen. Die Durchführung mehrerer Rasierklingenmessungen entlang der Ausbreitungsrichtung erlaubt es, durch Auftragen der Strahlradien in Abhängigkeit von der z -Position, die Gaußsche Strahlausbreitungsfunktion (nach Gleichung 3.6) an die Daten anzulegen und daraus die Strahltaile w_0 zu errechnen.

In Abbildung 6.6 ist in Grün eine Normalverteilung (Standardabweichung $\sigma = 1$; Versatz $x_0 = 0$) als Modell für das Strahlprofil und in Blau das Integral darüber dargestellt. Im Fall der Rasierklingenmessung gibt die blaue Kurve die Restintensität an der jeweiligen Stelle an. Das Anlegen der Funktion

$$f(x) = \frac{I_0}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\sqrt{2} \frac{(x - x_0)}{w} \right) \right] \quad (6.1)$$

an bei verschiedenen Positionen gemessenen Intensitäten ermöglicht das direkte Ablesen der Breite der Verteilung $w = 2 \times \sigma$. Die Breite w ist in dieser Definition als jener Abstand

definiert, an dem die Intensität genau $1/e^2$ der Maximumintensität beträgt. Weder der Normierungsfaktor, noch der Versatz x_0 dieser sogenannten Fehlerfunktion, dem Integral über die Gaußfunktion, haben einen Einfluss auf die Breite. Eine Herleitung von Gleichung 6.1 befindet sich in Appendix B.

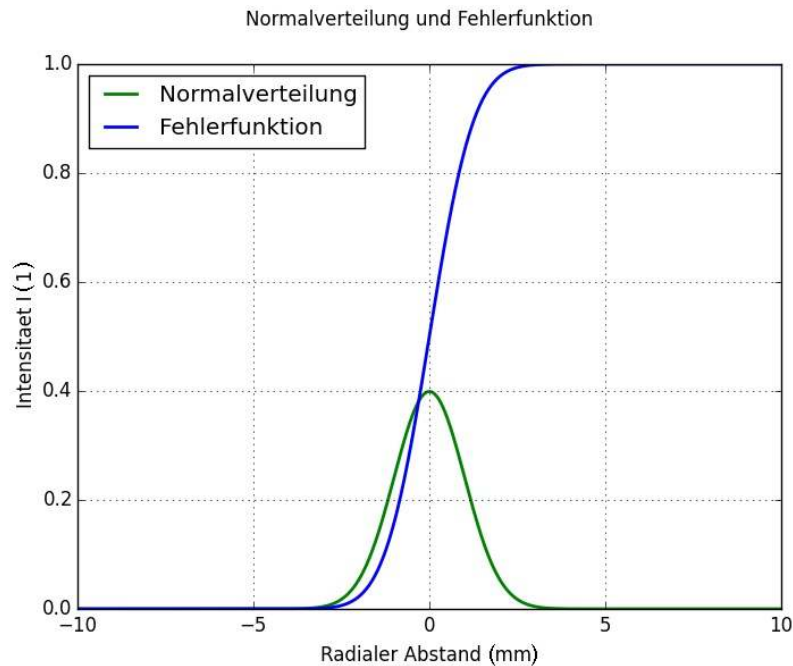


Abbildung 6.6: Prinzip der Rasierklingenmessung. Rechnerische Normalverteilung (grün) und deren Integral (blau) zur Illustration der Rasierklingenmessung. Bei den Messungen während der Tests wird die Intensität an verschiedenen radialen Positionen bestimmt und aufgetragen. Nach Anlegen der Fehlerfunktion kann aus den Parametern direkt die Standardabweichung σ und damit der Strahlradius $w = 2 \times \sigma$ abgelesen werden.

6.3 Linsen-Optimierungsprozedere

Vor der Anpassung mit optischen Hilfsmitteln wird der Linsenzylinder in die entsprechende Halterung gegeben und mittels Schieblehre bestmöglich ausgerichtet. Für die anschließende Feinjustage der Linsen in Bezug auf die vertikale Position sowie des Strahlverlaufs wird die folgende Routine vorgeschlagen:

1. Zentrieren der Strahlintensität auf der Linse
2. Fokusposition entlang der Ausbreitungsrichtung verschieben (letzte Linse im 3-Linsen-Teleskop) → Position und Form der Strahlintensität soll sich dabei nicht verändern; falls doch:
 - (a) Fokus hinter das Ziel legen (Teleskopabstand kürzer als geplant/simuliert) und mit Spiegel 2 die Intensität zentrieren

- (b) Fokus circa auf das Ziel legen und mit Spiegel 1 erneut zentrieren
 - (c) Schritte a) und b) wiederholen bis das Verschieben des Fokus keine Änderung mehr bewirkt
3. Strahl durch Vergrößerung des Teleskopabstands defokussieren
 4. Ziel einsetzen, vertikal verlaufenden Rand des gewünschten Masken-Quadrats (siehe Abbildung 6.4) in den Strahl bringen und das Ziel fixieren
 - (a) Falls die Markierungslinie ersichtlich ist: mittels vertikaler Verstellungsschrauben beider Spiegel die Beugungslinien und Intensität um das Ziel zentrieren; die Markierung soll sich weiterhin im Zentrum des Strahls befinden
 - (b) Falls die Markierungslinie NICHT ersichtlich ist:
 - i. Anpassung der vertikalen Ausrichtung durch Justage der entsprechenden Spiegelschraube am letzten Spiegel bis die Markierungslinie sichtbar wird
 - ii. Aus der Korrektur-Richtung ergibt sich direkt die benötigte Linsenkorrektur
 - iii. Mittels Madenschrauben die Linse entsprechend höher oder niedriger platzieren
 - iv. Prozedere von Schritt 1 an wiederholen bis Punkt 4a zutrifft
 5. Ziel in die Richtung der transparenten Fläche verschieben und überprüfen ob der Strahl oben oder unten beschnitten wird:
 - (a) falls ja:
 - i. Vertikale Linsenjustierungsschrauben so einstellen, dass die Linse in die zur abschneidenden Seite entgegengesetzten Richtung verschoben wird; falls sich Ziellinie/-punkt oder Markierungslinie im Strahl befinden wird sich diese in Richtung des Abschneidens bewegen
 - ii. wiederhole Punkte 2 und 3 bis keine Abschneidung mehr stattfindet
 - (b) falls nein: suche Zielpunkt bzw. -Linie und zentriere dieses bestmöglich im Strahl; Fixieren
 6. verschiebe die dritte Teleskop-Linse so, dass der Fokus entlang der Ausbreitungsrichtung verschoben wird. Das Ziel sollte sich dabei im Verhältnis zum restlichen Strahl nicht verschieben. Falls doch: starte erneut bei Schritt 1 (bei eingesetztem Ziel).

Diese Schritte bringen die Linse, speziell vertikal, in die richtige Position. Schritt 5 sollte nach den erfolgreich durchgeführten vorhergehenden Schritten stets mit nein beantwortet werden können. Linsenverkippen sind auf diesem groben Niveau noch nicht zu erkennen. Nach erfolgter grober Einrichtung, entsprechend den oben genannten Schritten, wird das nachfolgende Prozedere zur Linsenoptimierung vorgeschlagen. Die Messung der relativen Transmission, durch Verschieben der Maske sodass das Maskenziel nicht mehr getroffen wird, zeigt ob eine Veränderung die Fokusgröße verbessert oder verschlechtert.

1. Bei zentraler Markierungslinie, je nach Größe des gewählten Zieles, den Strahl defokussieren bzw. auf die Markierungslinie fokussieren

2. Die Maske aus Abbildung 6.4 langsam durch den Strahl fahren und nach Anzeichen einer Absorption (durch entsprechende Veränderungen in der Intensität oder im Strahlprofil, bspw. Schattenwurf oder Beugung) am Strahlprofilmessgerät "suchen"
3. Wenn Absorption durch das Ziel ersichtlich ist, die Schrauben zum Fixieren der Maske an der Halterung abwechselnd in kleinen Schritten festziehen
4. Position mittels Spiegel zentrieren
5. mittels Fokuspositionsverschiebung den Strahlverlauf überprüfen (Absorptionspunkt sollte stets im Zentrum des Strahl liegen); ggf. Schritt 2 wiederholen
6. Fokus wieder auf das Ziel legen
7. bei symmetrischen Beugungsringen (links/rechts bzw. oben/unten etwa gleich ausgeprägt) kleineres Ziel auswählen und das Prozedere wiederholen
8. bei asymmetrischen Beugungsringen (bspw. Beugungsring auf einer Seite mehr ausgeprägt oder nur auf einer Seite ersichtlich) oder Aberrationen (bspw. Koma):
 - (a) Linse entgegen der Richtung kippen, in welche die Aberration bzw. die stärkere Beugungsintensität auftritt
 - (b) eventuelle Änderung in jeweils andere Koordinatenachse mit Madenschrauben und/oder Spiegel kompensieren
 - (c) Strahlpfadoptimierung von neuem beginnen

In Abbildung 6.7 ist eine Gegenüberstellung der Strahlqualität bzw. der Aberrationen vor und nach dem Optimierungsprozedere dargestellt. Während im linken Bild Koma oben links zu erkennen ist, ist dies nach der Optimierung im Bild rechts deutlich schwächer ausgeprägt.

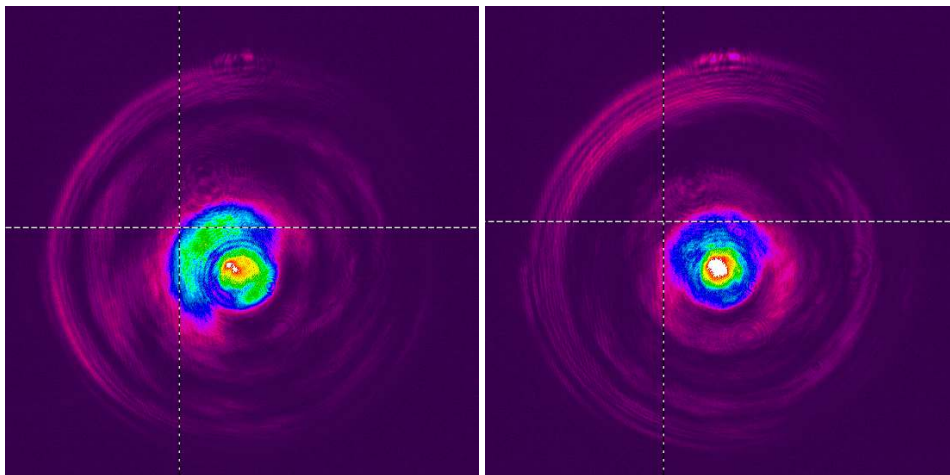


Abbildung 6.7: Vor/Nach Linsenoptimierung. Strahlprofilmessgerätaufnahmen vor und nach dem erläuterten Optimierungsprozedere. Während im linken Bild deutliche Aberrationen links oben zu erkennen sind, zeigen sich diese im Rechten um einen Faktor $(2,2 \pm 0,3)$ minimiert. Dieses Falschfarbenbild stellt hohe Intensität hell dar (weiß und rot) und für geringe Intensitäten dunkel (blau/violett bis schwarz).

Quantitativ lässt sich im vorher/nachher Vergleich, durch Berechnung des Verhältnisses der Intensität in den Aberrationserscheinungen zur Intensität im Hauptmaximum, eine Verbesserung um einen Faktor $(2,2 \pm 0,3)$ bestimmen. Da zum angeführten Bildvergleich keine Transmissionsmessung vorliegt, werden die Daten nachträglich mithilfe des Bildanalyse-Programmes ImageJ [68] aus den Aufnahmen extrahiert.

Ein Kippen der Linse bedeutet unweigerlich einen Vers Schub in eine Richtung, weshalb sich die Zielposition bei Verkippung verändert. Außerdem ist aufgrund der Linsenzylinderhalterung eine gezielte Änderung nur sehr schwer durchzuführen. Eine Änderung in die eine Richtung bedeutet dabei in der Praxis auch eine leichte Änderung in andere Richtungen. Die erwähnten Schritte sollten deshalb mehrmals iterativ für beide Koordinatenrichtungen durchgeführt werden. Eine Verbesserung oder Verschlechterung lässt sich erst nach Anpassung des Strahlverlaufes (Position und Winkel mit dem der Strahl auf die Linse trifft) erkennen, weil durch die Veränderungen Strahl und Linse nicht mehr optimal zueinander ausgerichtet sind.

Des Weiteren bringen Justierungen mittels Madenschrauben auch Verschiebungen der Linse entlang der Ausbreitungsrichtung mit sich. Deshalb sollte die z -Position regelmäßig mittels Schieblehre kontrolliert werden. Dazu wird der Abstand des hinteren Endes des Linsenzylinders zur Linsenzylinderhalterung an vier gegenüberliegenden Punkten (oben, unten, links, rechts) vermessen und mit den SolidWorks- und OpticStudio-Simulationsdaten verglichen. Vor allem bei größeren Justagen empfiehlt sich solch eine Messung vor bzw. nach der Änderung, um eventuelle ungewollte Änderungen ausschließen zu können. Auch der Vergleich der Teleskopdistanzen bei optimierter Fokussierung kann Aufschluss über eventuelle Änderungen entlang der z -Richtung geben (siehe Tabelle 5.1. Eine geänderte z -Position der Linse bedeutet auch, dass die Fokusposition mittels Teleskop entsprechend angepasst werden muss.

6.4 Vergleich Studie/Messung (Bild & Transmission)

Nach erfolgter Einrichtung und Optimierung der Linsenposition erfolgt die genauere Bestimmung des Fokusradius. Die vor dem Einbau in das Experiment erfolgte Messung der relativen Transmission zeigt zunächst einen nicht blockierten Lichtanteil von $T_V = (35,04 \pm 0,03)\%$ bzw. $T_R = (41,47 \pm 0,02)\%$ auf der Vorder- bzw. Rückseite. In Tabelle 6.1 sind die Werte für die gemessene Rohintensität (Intensität ohne Absorption) I_0 , die transmittierte Intensität I_{Mess} sowie die Hintergrund-Intensität I_{Hin} dargestellt. Weiters ist die daraus resultierende relative Transmission angegeben.

Tabelle 6.1: Aufgenommene Transmissionsdaten für die Vorder- bzw. Rückseite (anhand von Abbildung 6.3 Strahl von links bzw. rechts). Die Angabe von $\pm 0,000$ soll darauf hinweisen, dass die relative statistische Unsicherheit in diesen Fällen $\ll 1\%$ ist.

Messung	I_0, arb	$I_{\text{Mess}, arb}$	$I_{\text{Hin}, arb}$	$I_{\text{rel}}, \%$
Front	$3,130 \pm 0,001$	$1,114 \pm 0,001$	$0,027 \pm 0,000$	$35,04 \pm 0,03$
Rück	$1,620 \pm 0,001$	$0,697 \pm 0,000$	$0,043 \pm 0,000$	$41,47 \pm 0,02$

Ein Vergleich dieser Daten mit OpticStudio Simulationen zeigt die in Tabelle 6.2 erhaltenen Fokusradiuswerte. Die minimalen bzw. maximalen Radien werden durch Simulation der

Auswirkungen der Lithographie-Fehlergrenzen bestimmt und ebenfalls in der Tabelle gelistet. Zu betonen ist, dass es sich bei diesen Werten um eine Abschätzung handelt und zur Optimierung der Linsenposition vor allem auf Verbesserungen oder Verschlechterungen und weniger auf absolute Zahlenwerte für die Fokusradien geachtet wird.

Tabelle 6.2: Vergleich von gemessenen Transmissionen T_{Mess} mit OpticStudio Simulationen. Daraus ergeben sich die Abschätzungen für die Strahltaile $w_{0,x}/w_{0,y}$ sowie eine untere bzw. obere Grenze.

	T_{Mess}	$w_{0,x}/w_{0,y}$	$w_{0,x,\text{min}}/w_{0,y,\text{min}}$	$w_{0,x,\text{max}}/w_{0,y,\text{max}}$
Front	$(35,04 \pm 0,03) \%$	$(2,1/2,0) \mu\text{m}$	$(1,7/1,8) \mu\text{m}$	$(2,4/2,3) \mu\text{m}$
Rück	$(41,47 \pm 0,02) \%$	$(2,6/2,5) \mu\text{m}$	$(2,2/2,2) \mu\text{m}$	$(2,8/2,7) \mu\text{m}$

Die mittels Rasierklingennmessung aufgenommenen Daten sind wiederum in den Abbildungen 6.8 a) und b) dargestellt. Dabei ist festzustellen, dass die Regression nur im Fall der Vorderseitenmessung an den Datenpunkten anliegt, während jene für die Rückseite nicht gemäß der hier verwendeten Theorie (Gaußsche Strahlen) konvergiert. Bei genauerer Betrachtung von Graph a) fällt auf, dass etwa im Bereich der Rayleigh-Länge vor und hinter der Fokusposition Abweichungen zur angelegten Regressionskurve auftreten.

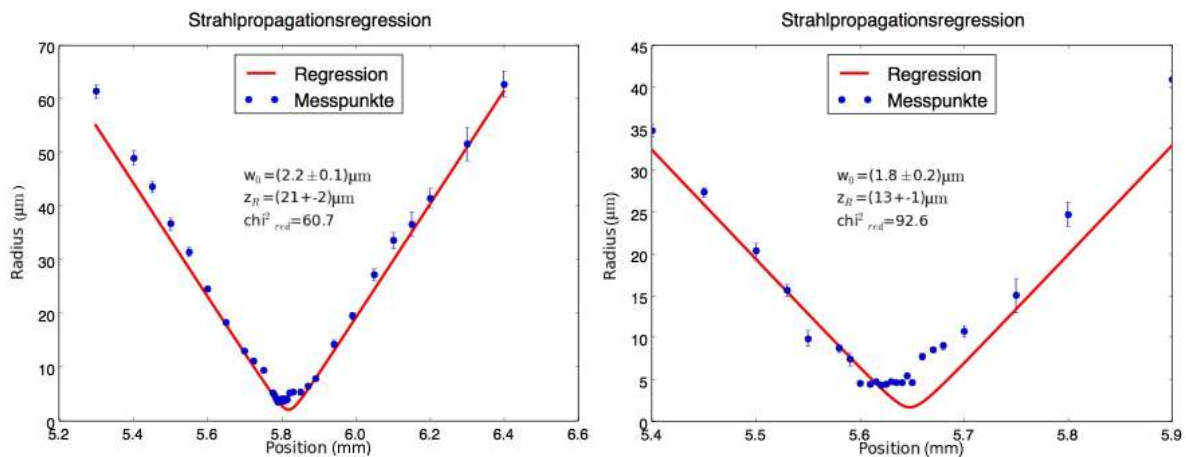


Abbildung 6.8: Gauß Strahl Regression an Messdaten. Gaußscher Strahlpropagationsfit der mittels Rasierklinge und Fehlerfunktionsfit erhaltenen Messdaten. Während der linke Graph (Vorderseite) eine teilweise übereinstimmende Regressionskurve aufweist, konvergiert die Regressionskurve der Rückseiten-Daten im rechten Graphen für das angewendete Modell eines Gauß-Strahles nicht. Ein Problem an beiden Diagrammen stellen die Abweichungen der Regression im Bereich der Rayleigh-Länge vor und hinter dem Fokus dar. Beugungserscheinungen innerhalb dieses Bereichs verfälschen die durchgeführten Fehlerfunktionsregressionen.

Zur Analyse des Problems dienen die Abbildungen 6.9 a) und b). Beide zeigen Fehlerfunktionsregressionen von OpticStudio Simulationsdaten. Abbildung a) stellt eine Fehlerfunktion für einen Strahlradius von $w_{OS} \approx 13 \mu\text{m}$ dar während in b) ein Radius von $w_{OS} \approx 1 \mu\text{m}$ verwendet wird. Bei einem Strahlradius von $w_{OS} \approx 13 \mu\text{m}$ sind qualitativ noch keine Beugungserscheinungen (Airy Ringe) ersichtlich. Für einen Radius von $w_{OS} \approx 1 \mu\text{m}$ treten jedoch verstärkt Abweichungen vom theoretischen Gauß-Strahl auf, welche auf Beugungserscheinungen zurückgeführt werden.

Dementsprechend verläuft die Regression in Abbildung 6.9 a) in Übereinstimmung mit den Datenpunkten. Der mittels Routine ermittelte Strahlradius stimmt in diesem Fall mit jenen der Simulation überein (Simulationssoftware: $w_{OS} = 12,9 \mu\text{m}$; Regression: $w_{Reg} = 12,9 \mu\text{m}$). In Abbildung 6.9 b) fällt vor allem im Bereich um den Fokus eine Abflachung auf, die in weiterer Folge dazu führt, dass die Steigung der Regressionsfunktion ab- und damit der errechnete Radius zunimmt (Simulation: $w_{OS} = 1,0 \mu\text{m}$; Regression: $w_{Reg} = (3,1 \pm 0,1) \mu\text{m}$).

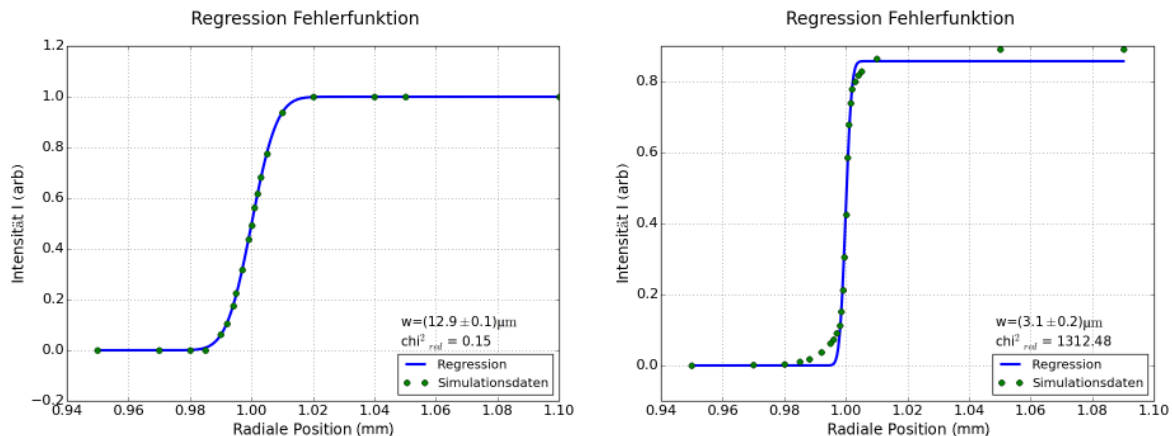


Abbildung 6.9: Regression von Simulationsdaten. OpticStudio Daten zur Überprüfung der Regressions-Routine. In Abbildung a) stimmen Kurve und Datenpunkte überein. Der erhaltene Radius $(12,9 \pm 0,1) \mu\text{m}$ deckt sich außerdem mit dem OpticStudio-Radius von ($w_{OS} = 12,9 \mu\text{m}$). Abbildung b) zeigt hingegen Abweichungen. Die abgeflachten Knickpunkte sorgen für eine geringere Steigung der Regressionskurve. Dies führt zu einer Abweichung vom Regressionswert $w_{Reg} = (3,1 \pm 0,1) \mu\text{m}$ im Vergleich zum OpticStudio Zemax-Radius $w_{OS} = 1,0 \mu\text{m}$. Diese Differenzen führen wiederum zu den abgeflachten Bereichen innerhalb der Rayleigh-Länge in Abbildung 6.8.

Abschließend sei der kleinste direkt gemessene Radius der oben dargestellten Test-Messreihen für die Vorder- bzw. Rückseite von $w_{Vor} = (3,5 \pm 0,1) \mu\text{m}$ bzw. $w_{Rck} = (4,3 \pm 0,2) \mu\text{m}$ erwähnt. Dieser Wert kann, wegen der erwähnten Beugungserscheinungen und Regressionsprobleme, zumindest als obere Abschätzung der möglichen Tailen verwendet werden. Die beiden Werte entsprechen jeweils einer einzelnen Messung der Test-Messreihen, also jeweils dem Punkt mit dem geringsten Radius-Wert in den Abbildungen 6.8 a) und b).

Die Transmissionsabschätzung und Rasierklingenmessung sind beide, aufgrund der erläuterten Probleme und Abweichungen von der Theorie, nur begrenzt aussagekräftig und weichen, vor allem im Rayleighbereich vor und hinter dem Fokus, von der Theorie ab. Es bleibt noch die Möglichkeit einer qualitativen Aussage aufgrund des Beugungsprofils.

In den Abbildungen 6.10 a) bis c) sind zwei Strahlprofilmessgerät-Falschfarbenaufnahmen und eine OpticStudio Simulation zum Vergleich dargestellt. Nach erfolgter Optimierung der Linsenposition sieht das Beugungsprofil von Vorder- bzw. Rückseite wie in Abbildung a) bzw. b) aus. Die symmetrischen, aber unterbrochenen Beugungsringe lassen sich mit dem leicht elliptischen Eingangsstrahl (siehe Tabelle 5.2) erklären. Diese Vermutung wird mittels OpticStudio Simulationen bestätigt und in Abbildung c) dargestellt. Ansatzweise lassen sich die unterbrochenen Beugungsringe dort in rot links und rechts vom zentralen Maximum erkennen.

Die in den Strahlprofilmessgerät-Aufnahmen auffallenden länglichen, leicht ringförmigen Verdunkelungen (1) lassen sich jedoch bis dato nicht erklären. Anfängliche Vermutungen in

Bezug auf den Eingangsstrahl, Linsenverschmutzungen oder - defekten und blockierenden Bauteilen konnten allesamt ausgeschlossen werden. Der Eingangsstrahl wurde überprüft sowie die Linsen mehrmals gereinigt und ausgetauscht. Eine Drehung der Linsen bzw. Linsenhalterungen um ihre optische Achse brachte ebenso keine Veränderungen. Diese Erscheinungen stellen jedoch kein weiteres Problem dar, weil die auftretende Richtung im Laborsystem der Vertikalen entspricht und entlang der Richtung der Ionenkette deshalb keine Auswirkungen zu erwarten sind. Die Suche nach der Ursache im Zuge der Masterarbeit wird an dieser Stelle deshalb beendet.

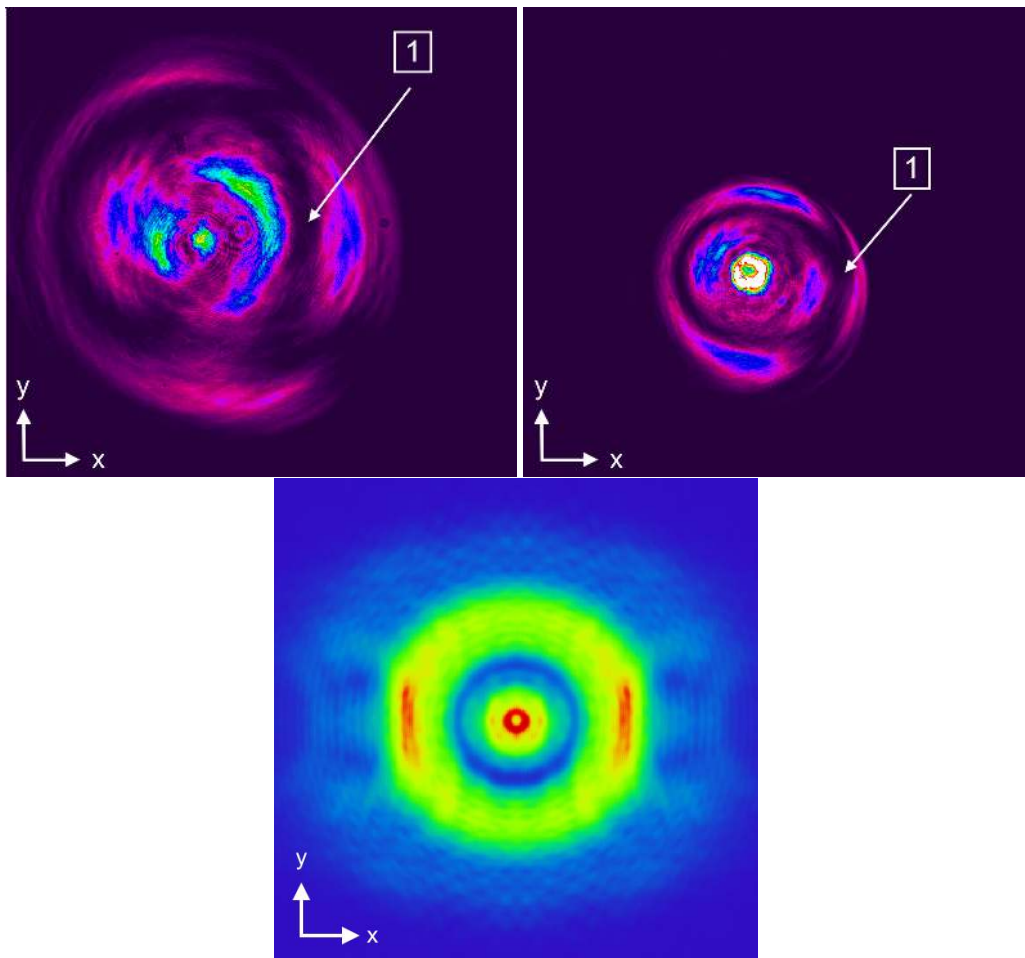


Abbildung 6.10: Strahlprofil nach der Optimierung der Vorder- bzw. Rückseite und Vergleichssimulation. Strahlprofilmessgerätaufnahmen der gemessenen Beugungsprofile nach der Vorderseiten- bzw. Rückseitenoptimierung (Abbildungen oben links und rechts) bei einer Zielgröße von $(4,0 \pm 0,3) \mu\text{m}$ im Durchmesser. In beiden Fällen zeigten sich nach durchgeführter Optimierung der Linsenpositionen symmetrische, aber unterbrochene Beugungsringe, die mit der Elliptizität des Eingangsstrahles (siehe Tabelle 5.2) zu erklären sind. Der qualitative Vergleich der Strahlquerschnitte von Vorder- bzw. Rückseitenmessung, also die zentralen Beugungsringe sowie der links und rechts umliegenden Beugungsbögen, mit den OpticStudio Simulationen bestätigt diese Vermutung (Bild unten). Die unterschiedliche Größe von linker und rechter Aufnahme ergibt sich aufgrund verschiedener Positionierungen des Strahlprofilmessgeräts im Verhältnis zum Fokus und erlauben daher keinerlei Rückschluss auf die Größe der Strahltaille oder ähnliches.

Kapitel 7

Experiment

Nach dem Zusammenbau und Optimieren der kryostatinternen Optiken auf der Kopfplatte wurde diese bei einem Umbau der Vakuumkammer eingebaut. Erst an gefangenen Ionen kann schließlich eine genaue Charakterisierung des Systems durchgeführt werden. Nach dem Einbau in die Vakuumkammer und ihrem Wiederaufbau wurden zunächst die Abbildungsstrahlpfade für PMT und CCD aufgebaut. Nachdem die ersten Ionen im neuen System gefangen werden konnten, wurde zunächst die Feineinstellung der Abbildungsoptik durchgeführt, um Aberrationen und Zählraten zu optimieren, und später der Adressieraufbau aufgestellt.

Dieses Kapitel beschreibt zunächst den Aufbau der Strahlpfade in Abbildungs- und Adressierrichtung. Anschließend wird im Charakterisierungs-Teil die Bestimmung der Abbildungsvergrößerung und -qualität beschrieben. Danach folgt die Bestimmung der Adressier-Fokusgröße an Ionen, sowie die Bestimmung des Polarisationsverhaltens der Asphären, um Erkenntnisse über eventuell auftretende Stresseffekte zu erhalten.

7.1 Aufbau

Der geplante optische Aufbau ist in Abbildung 7.1 dargestellt. Von rechts oben kommend werden die Laser der Wellenlängen 674 nm und 729 nm zunächst durch das 3-Linsen-Teleskop aufgeweitet und die Strahldivergenz eingestellt. Mit Hilfe von Spiegeln werden die Strahlen anschließend überlappt, wobei sowohl die Strahlposition als auch der Winkel durch jeweils zwei Spiegel frei einstellbar ist. In umgekehrter Richtung gelangt das blaue Fluoreszenzlicht der Wellenlänge 397 nm bzw. 422 nm nach unten. Dort wird es mit einem weiteren dichroischen Spiegel aufgeteilt. Ein 1:1 Teleskop im 422 nm-Strahlpfad erlaubt schließlich die wellenlängenabhängige Anpassung, sodass beide Wellenlängen optimal auf CCD/PMT fokussiert werden können.

Zu erwähnen ist dabei, dass der Aufbau auch auf der Rückseite realisiert wurde und so je ein Strahlpfad für CCD und PMT verfügbar ist. So ist die simultane Detektion bei gleichbleibender Zählrate möglich. Für die Adressierung ist die Rückseite ebenso verfügbar und kann bei Bedarf entsprechend erweitert werden.

Von diesem geplanten Aufbau wurden zur Charakterisierung der Asphären vorerst nur der 729 nm-Adressier-Ast und die 397 nm-Abbildungswege für CCD und PMT realisiert. Die Strahlpfade wurden entsprechend aufgebaut, um die Erweiterung für das Strontium-Licht (674 nm bzw. 422 nm) zu ermöglichen.

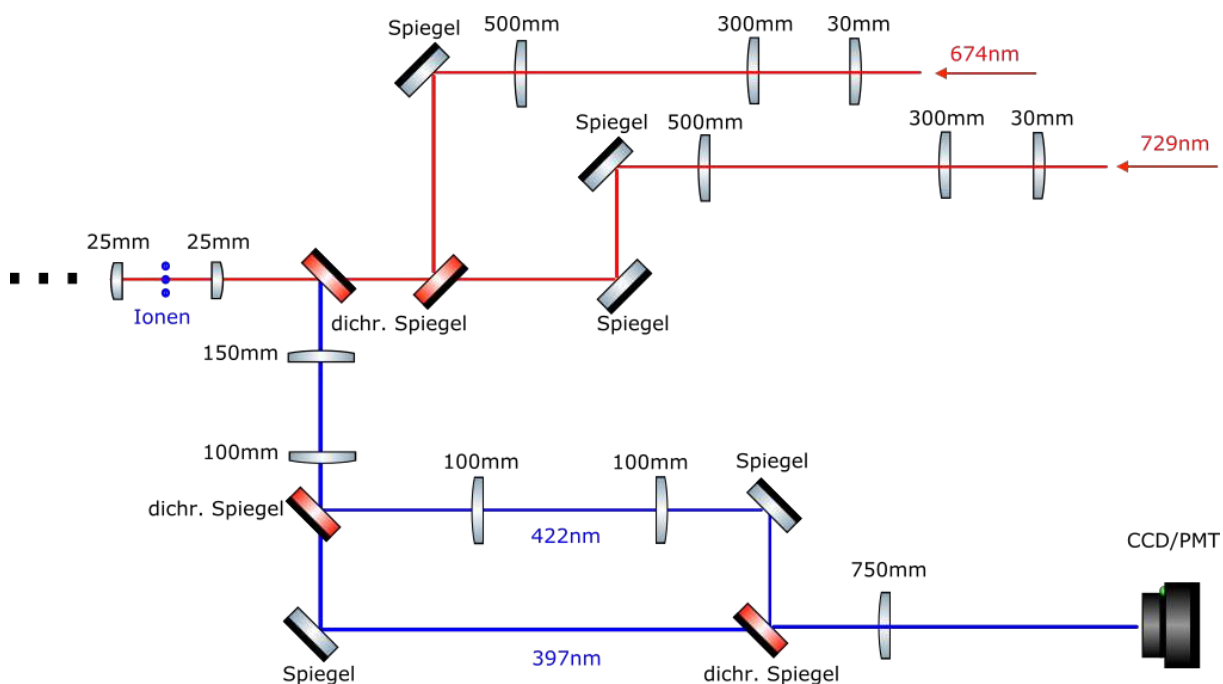


Abbildung 7.1: Optischer Experimentaufbau. Geplanter optischer Aufbau zur Adressierung bzw. Abbildung der Ionen am Experimenttisch. Zur ersten Charakterisierung der internen Optik wurde vorerst nur ein Strahlpfad für 729 nm und beide 397 nm Pfade benötigt und aufgebaut. Gezeichnet mit [67].

Die tatsächlichen Einzelteile variierten je nach Optimierungsschritt insofern, als dass gelegentlich Linsen ausgetauscht wurden, um beispielsweise eine temporär angepasste Vergrößerung zu ermöglichen. Im Speziellen ist die Linse zur Fokussierung auf CCD/PMT ($f = 500$ mm aktuell durch eine mit Fokusslänge $f = 300$ mm und die $f = 300$ mm Linse im Adressier-Ast mit einer $f = 500$ mm Linse ersetzt.

7.2 Charakterisierung des Systems

Anhand der nachfolgenden Parameter soll die Qualität der eingebauten Optik bestimmt werden: Einerseits wird die Fokusgröße direkt an Ionen gemessen und andererseits das Polarisationsverhalten der Linsen zur Abschätzung von mechanischem Stress bestimmt. Weiters werden auch die Eigenschaften der Abbildung ermittelt.

Die verwendeten Kamera-Grundeinstellungen für die Auslesegeschwindigkeit (engl. 'Vertical-Shift-Speed usecs') $v = 1,9176 \mu\text{s}$ und die vertikale Uhr-Spannungs-Amplitude (engl. 'Vertical Clock Voltage Amplitude') von $U = +3$ sind von besonderer Bedeutung. Diese Parameter können, vor allem bei der Verwendung der internen Elektronenvervielfacher-Verstärkung, die Abbildungsqualität beeinflussen und zu vertikal stark verzerrten Abbildungen führen.

7.2.1 Bestimmung der Abbildungsvergrößerung

Die effektive Vergrößerung der Abbildungsoptik wird über das Verhältnis von errechneter Ionendistanz (Gleichung 4.1) zur gemessenen Distanz auf der Kamera (in Einheiten von Pixel)

berechnet. Zunächst wurde durch die Aufnahme eines Spektrums die axiale Fallenfrequenz zu $\nu = (1,12 \pm 0,01)$ MHz bestimmt. Damit ergibt sich nach Gleichung 4.1 für zwei Ionen eine Distanz von $\Delta z = (5,65 \pm 0,03)$ μm . Die Distanz auf der Kamera beträgt laut Regression einer Doppelgauß-Funktion $\Delta z_{\text{px}} = 10,5$ Pixel bei vernachlässigbarem Fehler ($\Delta z_{\text{px}} < 0,1$ Pixel). Bei Pixelabmessungen von (8×8) $\mu\text{m}/\text{px}$ berechnet sich daraus eine Vergrößerung von $M=14,9 \pm 0,8$ bzw. ein Verhältnis von $(0,528 \pm 0,028)$ Mikrometer pro Kamera-Pixel. Optic-Studio Simulationen, unter Beachtung der tatsächlichen Distanzen der Teleskoplinnen, ergeben einen Wert von $M_{\text{OS}} = 15,2$ und stehen damit im Einklang mit der anhand der Ionen-Abbildung bestimmten Vergrößerung.

In Abbildung 7.2 ist das Ergebnis der Auswertungsroutine dargestellt. Dabei wird vom Skript zunächst der Pixel mit der höchsten Zählrate ermittelt und anschließend innerhalb eines festgesetzten Bereichs (kurz ROI - engl. Region of Interest), in diesem Fall (40×11) px, weitergearbeitet. Diese Region-von-Interesse wird in Abbildungsteil a) in einer Falschfarbenskala dargestellt. Innerhalb dieser ROI wird für jede horizontale Pixelposition über die vertikalen Pixel aufsummiert und der jeweilige Wert in Abbildung 7.2 b) dargestellt.

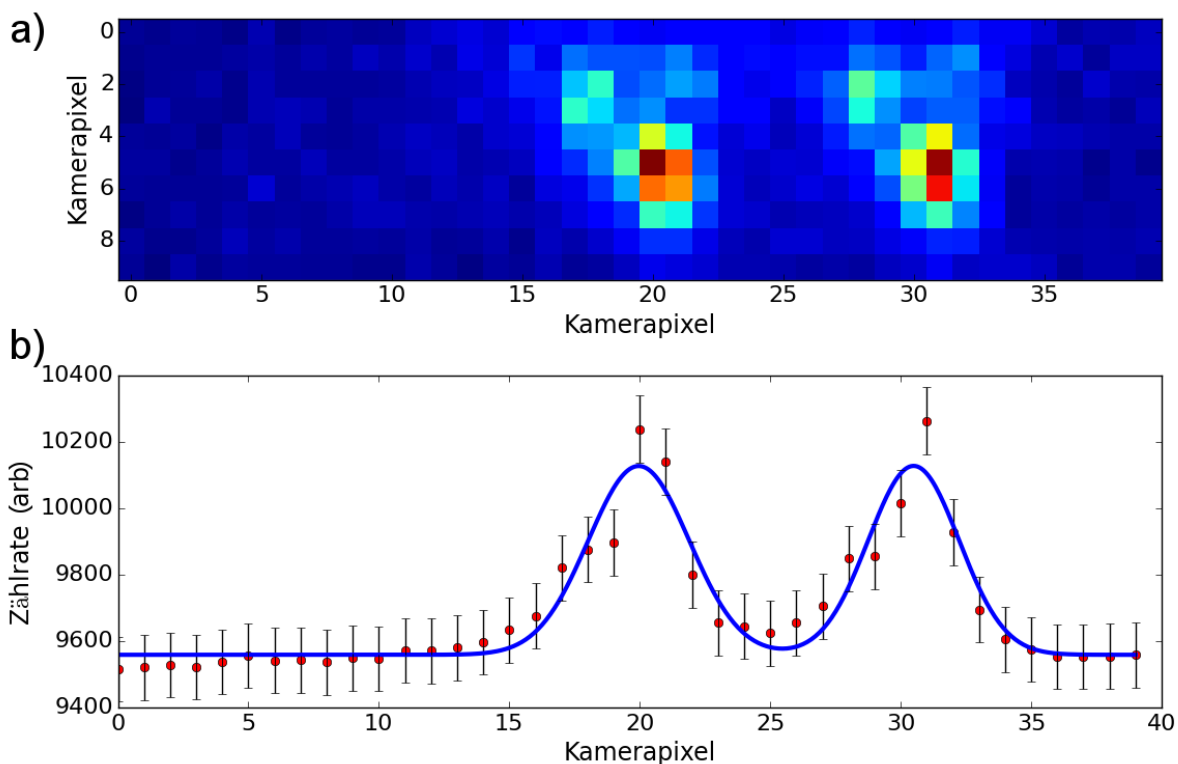


Abbildung 7.2: CCD-Aufnahme und Regression zur Bestimmung der Vergrößerung. Auswertung einer CCD Aufnahme (a) von zwei Ionen bei einer gemessenen axialen Fallenfrequenz von $\nu = (1,12 \pm 0,01)$ MHz. Die Auswertung ergibt eine Vergrößerung von $M = (14,9 \pm 0,8)$ und ein Verhältnis von $(0,528 \pm 0,028)$ $\mu\text{m}/\text{px}$. Die Aberrationen nach links oben hin sind für die Bestimmung der Vergrößerung nicht von Bedeutung und werden im Laufe von noch folgenden Optimierungsschritten vermindert.

7.2.2 Bestimmung der Abbildungsqualität

Nach erfolgter Bestimmung der Vergrößerung wurde mit Strahloptimierung (Strahl-Wandern) versucht, die Qualität der Abbildung zu verbessern. Konkret sollten die in Abbildung 7.2a) ersichtlichen Aberrationen links oberhalb des Ions vermindert werden. Bei der Strahloptimierung wird mittels der Verstellerschrauben an den Spiegeln und den variablen Linsenhalterungen im Käfigsystem der Strahlpfad dahingehend optimiert, dass dieser (bestmöglich) durch das Zentrum der Linsen in der Abbildungsoptik verläuft. Abbildung 7.3 zeigt eine Falschfarben-CCD-Aufnahme nach erfolgter Optimierung des Strahlpfades. Die bisher ersichtlichen Aberrationen sind minimiert und nur noch mittels Analyse-Skript zu erkennen. Eine Erweiterung zum

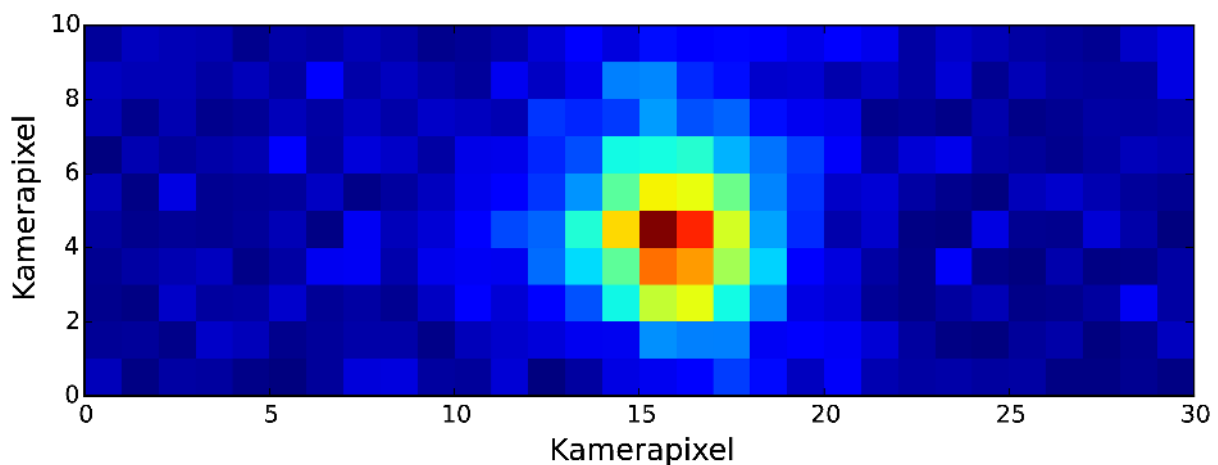


Abbildung 7.3: Optimierte Abbildung. CCD Aufnahme eines einzelnen Ions nach erfolgter Strahl-Wandern-Optimierung. Aberrationen sind, v.a. im Vergleich zu Abbildung 7.2a), stark vermindert bzw. mit freiem Auge nur schwer zu erkennen. In den nächsten Schritten erfolgt eine Auswertung der Abbildungsqualität mittels Regression.

Skript der Vergrößerungsberechnung erlaubt eine Abschätzung der Abbildungsqualität. Dazu wird, analog zur Originalversion, allerdings für lediglich ein Ion, über einen definierten Pixel-Bereich entlang einer Dimension aufsummiert und entlang der anderen Koordinatenrichtung eine Gauß-Regression durchgeführt. Anschließend wird an jedem Datenpunkt die Differenz zum entsprechenden Wert der Regressionskurve an dieser Stelle berechnet und der Absolutbetrag aufsummiert. Der Quotient von aufsummierten Aberrationen und totaler Intensität gibt dann den relativen, aberrierten Intensitätsanteil an. Die beiden Graphen in Abbildung 7.4 zeigen genau solch eine Berechnung. Das Ergebnis weist einen Aberrationsanteil von 1,8 % in horizontaler Richtung und 2,6 % in vertikaler Richtung auf. Unter Beachtung der zuvor subtrahierten Hintergrundereignisse ergibt sich die rein statistische Fehlerabschätzung (für Photon-Zählraten typischerweise durch Annahme einer Poisson-Verteilung) in der Größenordnung von etwa 1 %. Die gemessenen Aberrationsanteile von 1,8 % bzw. 2,6 % liegen damit im Bereich der statistischen Grenzen.

Das Auflösungsvermögen wird, durch Zurückrechnen der Abbildungs-Größe, ebenfalls bestimmt, doch ist diese aus bisher nicht geklärten Gründen von den verwendeten Kamera-Parametern abhängig. Ersichtlich wird dies beim Vergleich von CCD-Aufnahmen die mit unterschiedlichen Parametern aufgenommen wurden. Die durch Regression ermittelten Werte für

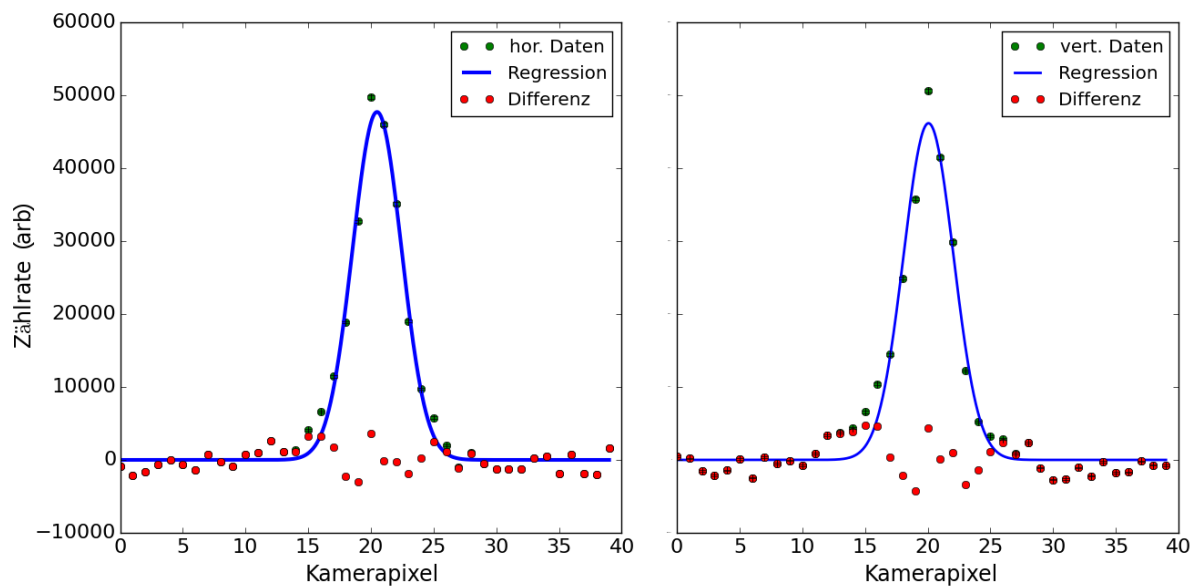


Abbildung 7.4: Bestimmung der relativen Aberrationen. Grafiken zur Analyse der Abbildungsqualität mittels Regression und Aberrationsberechnung. Links ist der horizontale Schnitt durch eine Einzelaufnahme und Aufsummierung über jeweils 12 vertikale Pixel dargestellt. Im rechten Bild wurde für verschiedene vertikale Positionen über jeweils 12 Pixel in der Horizontalen summiert. Von beiden Datensets wurde der jeweilige Hintergrund von etwa $\Delta x_{\text{Hint}} \approx 11000$ gezählten Ereignissen subtrahiert. An die Datenpunkte wird eine Gauß-Kurve angelegt und die Differenz zwischen Kurve und Datenpunkte errechnet. Daraus ergibt sich durch Summation über die Quadrate der einzelnen Differenzbeträge ein Aberrationsanteil von 1,8 % bzw. 2,6 % in horizontaler bzw. vertikaler Richtung.

bestimmte Kamera-Einstellungen werden in Tabelle 7.1 gelistet. Eine erste Vermutung, dass eine nicht-lineare Kameraverstärkung der Grund dafür sein könnte, kann nachfolgend widerlegt werden.

Tabelle 7.1: Mittels Regression errechnetes Auflösungsvermögen in Abhängigkeit der beiden Kamera-parameter "Belichtungsdauer" und "Verstärkung". Bei jeder Bildaufnahme/Regression wird über jeweils 10 Aufnahmen gemittelt. Die Liste ist nach absteigender vertikalem Auflösungsvermögen sortiert.

Belichtungsdauer (ms)	Verstärkung (arb)	Auflösungsvermögen hor/vert (μm)
300	255	3,3/3,7
100	255	2,4/2,7
300	73	1,3/2,0
300	23	1,3/2,0
500	73	1,2/2,0
230	23	1,3/1,9

Die Hypothese einer nichtlinearen Verstärkung wird durch Reflexionen eines Lasers in unterschiedlicher Intensität überprüft. Mittels CCD-Kamera wird die reflektierte Zählrate bei verschiedenen Verstärkungseinstellungen und bekannter Laserintensität gemessen. Diese Raten werden schließlich über die Laserintensität aufgetragen und in Abbildung 7.5 dargestellt. Aus

diesem Graphen geht hervor, dass die Verstärkung linear erfolgt und das, von Kamereinstellungen abhängige, unterschiedliche Auflösungsvermögen dadurch nicht erklärt werden kann.

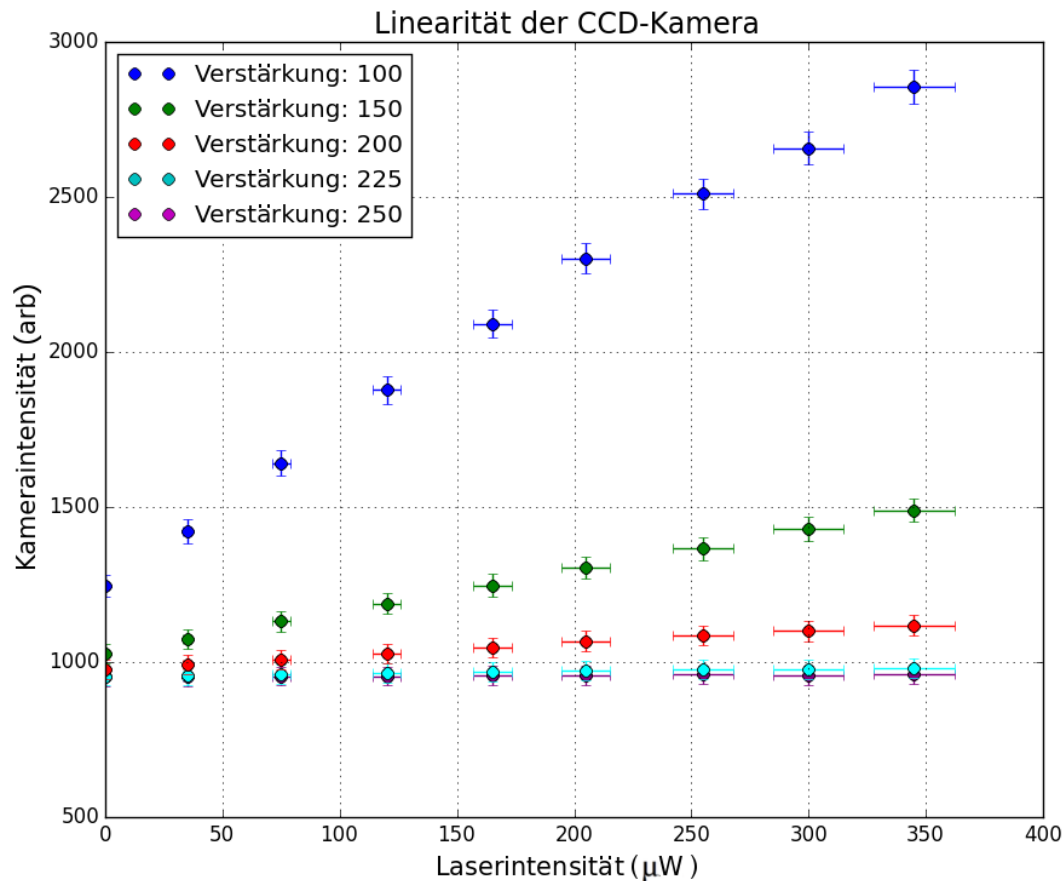


Abbildung 7.5: Prüfung der Kamera-Linearität. Graph der gemessenen Reflexionsintensitäten in Abhängigkeit von der Laserintensität und der eingestellten CCD-Verstärkung. Die Linearität der Kamera kann aufgrund dieser Kurven bestätigt werden. Der Grund für das unterschiedliche Auflösungsvermögen in Abhängigkeit der Verstärkung ist damit jedoch weiter nicht gefunden.

7.2.3 Fokusgrößenbestimmung an Ionen

Die Bestimmung der Fokusgröße der Einzelionenadressierung erfolgt nach der Optimierung des Weges des Adressier-Lasers durch das Linsensystem. Der Strahl wird dann auf die Asphäre der Vorderseite gelenkt und das Teleskop stark verstellt, um einen möglichst großen Fokus zu erreichen. Die Intensität wird gleichzeitig maximiert um die Wahrscheinlichkeit für Quantensprünge am Ion zu maximieren und erste Ereignisse zu sehen. Die Fokusposition lässt sich mit Hilfe der beiden Spiegel auf eine Maximierung der Frequenz, mit der Quantensprünge auftreten, optimieren.

Bei Sättigung des Übergangs, wenn sich die Absorption und die stimulierte Emission von Photonen am Ion die Waage halten, pendelt sich der Anregungszustand des Ions, und damit

auch die Zählrate der Detektion, bei etwa 50% des Maximums ein. Eine weitere Erhöhung der Intensität führt dabei zu keiner Veränderung der Zählrate mehr. Für das weitere Optimieren der Adressierung ist es deshalb notwendig die Intensität des 854 nm-Rückpumpasers zu erhöhen. Dieser bewirkt ein effizienteres Leerpumpen des angeregten Zustands und bringt Absorption/stimulierte Emission wieder in ein Ungleichgewicht zugunsten der Absorption. Der Adressierstrahl kann so erneut mittels Detektions-Zählrate optimiert werden. Die mehrmalige Iteration dieser Vorgangsweise führt zu optimierten Teleskop-Einstellungen und damit zu einer bestmöglichen Fokusposition und -größe.

Nach erfolgter Optimierung können Rabi-Oszillationen, wie in Abbildung 7.6 dargestellt, gemessen werden. Die Rabi-Frequenz ist dabei umgekehrt proportional zum anregenden elektrischen Feld. Die abschließende Bestimmung der Fokusgröße erfolgt durch Verschiebung der Ionenposition entlang der Fallenachse, welche durch Änderungen der Endkappen-Elektrodenspannungen gesteuert werden kann. Dabei wird an mehreren Positionen die Rabi-Frequenz gemessen welche, invertiert und quadriert, Aufschluss über die relative Intensität gibt.

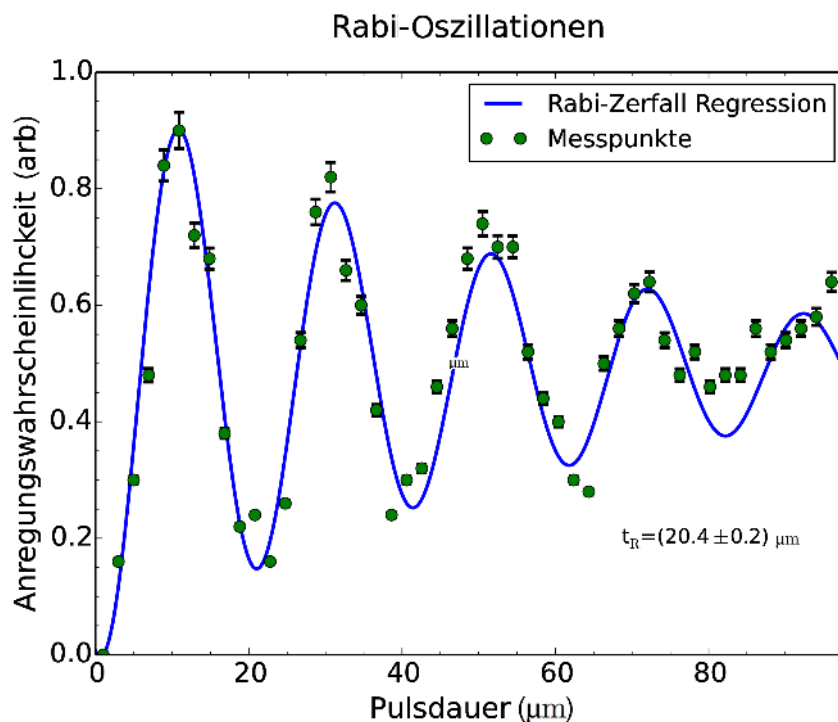


Abbildung 7.6: Rabi-Oszillationen. Gemessene Rabi-Oszillationen an einem Kalzium Ion. Die durch Regression ermittelte Rabi-Zeit beträgt $t_R = (20,4 \pm 0,2)\mu\text{s}$.

Der bis zum Abschluss der Masterarbeit kleinste, gemessene Strahlradius an der Position des Ions ist $w_0 = (3,0 \pm 0,1) \mu\text{m}$. Die gemessenen Rabi-Frequenzen sind, nach der Umrechnung in relative Intensitäten, in Abbildung 7.7 dargestellt. Dabei zeigen sich geringe Aberrationen in den Messdaten, jedoch liegt diese, bisher beste Messung, um etwa einen Faktor 2 über der erwarteten und angestrebten Fokustaille.

Ein Grund hierfür kann sein, dass aufgrund fehlender Feineinstellungsmöglichkeiten die bisherige Optimierung der externen Linsenpositionen nur zu ungenau durchgeführt werden konnte. Dies würde eine Verschiebung in Strahl-Ausbreitungsrichtung bedeuten, sodass die Strahlfo-

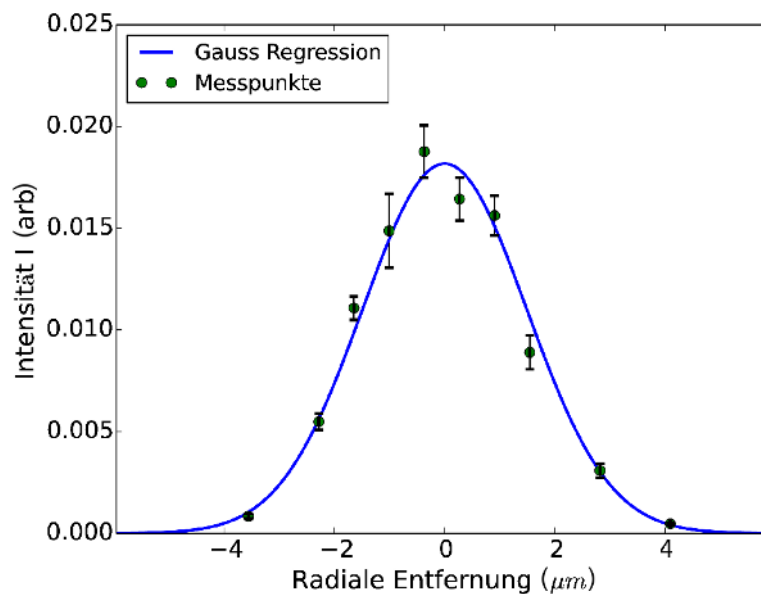


Abbildung 7.7: Strahlfokusgrößenbestimmung am Ion. Graph der gemessenen relativen Intensitäten anhand der invertierten und quadrierten Rabi-Frequenzen. Die anschließende Regression einer Gauß-Verteilung ergibt einen Strahlradius an der Position des Ions von $w_0 = (3,0 \pm 0,1) \mu\text{m}$.

kusposition vor oder hinter dem Ion gelegen haben könnte und die gemessenen Werte damit nicht der eigentlichen Fokustaille entsprochen hätten. Es wurden Messungen an verschiedenen Linsenpositionen durchgeführt, wobei, aufgrund wiederkehrender technischer Probleme am Experiment, keine Messreihe vollständig abgeschlossen werden konnte. Es liegt deshalb die Vermutung nahe, dass bisher zu wenig Messungen durchgeführt und die eigentliche Fokusposition bisher noch nicht gefunden werden konnte.

7.2.4 Polarisationsverhalten

Die zylindrischen Halterungen der kryostatinternen Linsen sollen, wie bereits in Kapitel 4 beschrieben, die einwirkenden Kräfte, die beim Abkühlen des Aufbaus entstehen, minimieren. Diese Kräfte können zu doppelbrechenden Effekten im Linsenmaterial führen. Trotzdem ist es nicht möglich, solche Auswirkungen gänzlich zu verhindern, weshalb das optische Verhalten der beiden abgekühlten Linsen im Kryostat mittels Polarisationsmessgerät bestimmt werden soll.

Die Bestimmung eventueller Stress-Effekte in den Linsen erfolgt durch Polarisationsmessungen vor und nach der Vakuumkammer in Adressier- und Globalstrahlrichtung. Die Messung in globaler Einstrahlrichtung soll es ermöglichen, die Effekte der Glaskeile und Vakuum-Fenster abschätzen zu können, um so einen Hinweis auf die eigentlichen Auswirkungen der Asphären zu erhalten.

Anhand der Abbildungen 7.8 und 7.9 ist es möglich eine qualitative Abschätzung über die Auswirkungen der abgekühlten Asphären zu geben. So zeigt sich zum Einen im direkten Vergleich von vor und nach der Kammer in globaler Richtung (Abbildung 7.8) eine Phasenverschiebung von etwa $\Delta\phi \approx -5^\circ$ und eine Abnahme ihrer Elliptizitätsamplitude. Der Azimut verläuft in beiden Fällen erwartungsgemäß linear mit einer Periode von 90° . Die invertierte

Steigung ergibt sich aufgrund eines unterschiedlichen Messaufbaus der beiden Messungen.

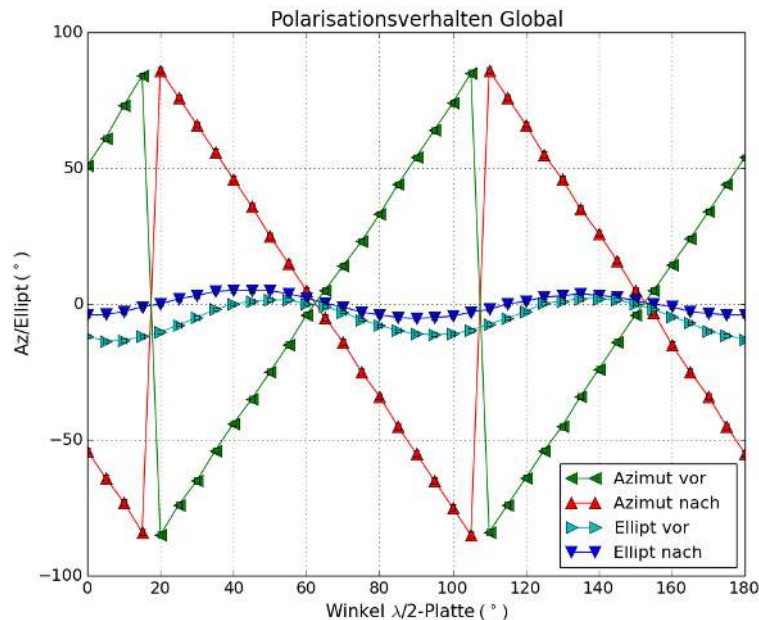


Abbildung 7.8: Polarisationsverhalten Globalpfad. Graph der gemessenen Azimut- und Elliptizitäts-Werte vor und nach der Vakuumkammer, wenn der Laserstrahl entlang der globalen Strahlrichtung ausgerichtet ist. Diese Messung dient als Referenz zur Adressier-Richtung. Die Kaltfingertemperatur zum Zeitpunkt der Messung liegt bei $T \approx 7$ K. Dies entspricht einer Fallen- und Optiktemperatur von etwa 17 K. Die invertierte Steigung der Azimut-Geraden erklärt sich durch einen, aus Platzgründen, unterschiedlich gewählten Messaufbau vor und nach der Ionenkammer.

In Adressier-Richtung (Abbildung 7.9) zeigt sich eine Phasenverschiebung von $\Delta\phi \approx -40^\circ$. Der Azimutverlauf ist linear mit sinusförmiger Überlagerung (Periode $(37 \pm 1)^\circ$; Amplitude $(6 \pm 1)^\circ$). Die Invertierung der Azimut-Steigung ist auch in diesem Fall, analog zur Globalpfad-Messung, auf einen zusätzlich platzierten Spiegel im Messaufbau zurückzuführen.

Alle drei Eigenschaften, stärkere und phasenverschobene Elliptizität sowie die Sinusüberlagerung des Azimut, deuten auf eine leichte Doppelbrechung der Linsen hin. Weiters kann auch ein Einfluss der, sich ebenfalls im Adressier-Strahlpfad befindlichen, dichroischen Spiegel nicht ausgeschlossen werden.

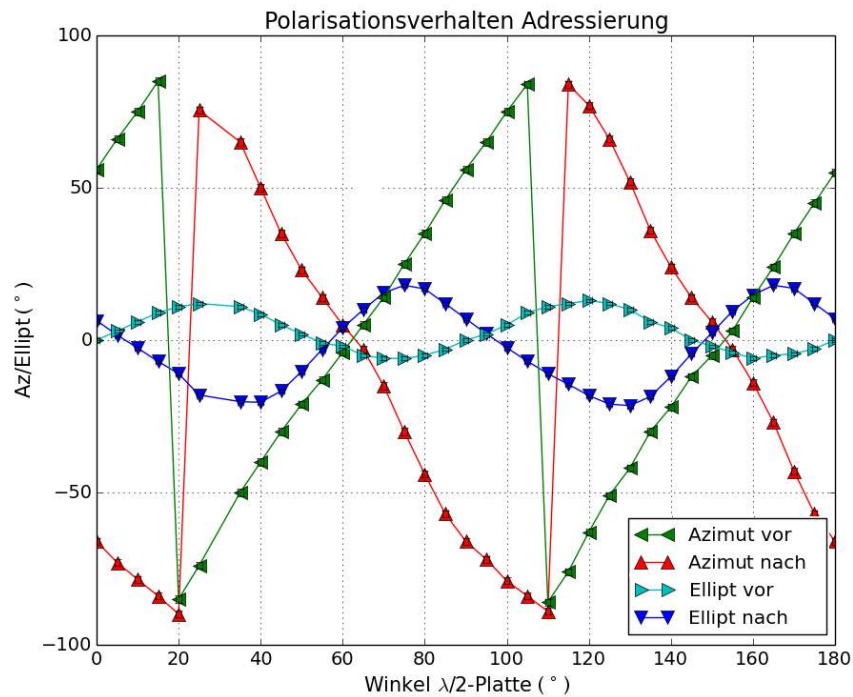


Abbildung 7.9: Polarisationsverhalten Adressierpfad. Graph der gemessenen Azimut- und Elliptizitäts-Werte vor und nach der Vakuumkammer wenn der Laserstrahl durch beide Asphären und dichroischen Spiegel verläuft. Die Kaltfingertemperatur zum Zeitpunkt der Messung liegt bei $T \approx 30$ K. Dies entspricht einer Falltemperatur von etwa 40 K. Die invertierte Steigung der Azimut-Geraden erklärt sich durch einen, aus Platzgründen, unterschiedlich gewählten Messaufbau vor und nach der Ionenkammer.

Kapitel 8

Zusammenfassung und Ausblick

Die Zielsetzungen dieses Masterprojekts waren einerseits die Simulation und theoretische Betrachtung der Umsetzbarkeit einer Einzelionenadressierung und -abbildung mittels cryostatinterner Linsen. Andererseits sollten die entsprechenden Tests, Optimierungen und schlussendlich der optimierte Einbau in das Experiment durchgeführt werden. In Zahlen ausgedrückt war es das Ziel, einen Strahlradius zur Laseradressierung von unter $2\ \mu\text{m}$ zu erreichen, wobei das simulierte Limit bei $w_{0,\text{Sim}} \approx 1\ \mu\text{m}$ liegt. Zur Abbildung einer Ionenkette war das angepeilte Ziel, ein Auflösungsvermögen von ebenfalls zumindest $2\ \mu\text{m}$ und einer Abbildungsvergrößerung von $M \approx 20$.

Das Laserlicht zur Adressierung wurde aus einem Schäffter&Kirchhoff 60FC-M5 Kollimator mit kollimiertem Strahldurchmesser von $d = 0,92\ \text{mm}$ ausgekoppelt und sollte schlussendlich die Linse im Vakuum bestmöglich ausleuchten. Dementsprechend wurde in den Designstudien zunächst ein Teleskop simuliert. Als Ergebnis fiel die Entscheidung auf ein 3-Linsen-Teleskop, um Strahldivergenz und -größe unabhängig voneinander einstellen zu können. Es wurden beispielhafte Tabellen mit verschiedenen Linsenparametern und -abständen sowie den resultierenden Divergenzwinkeln und Strahlgrößen auf der Asphäre angeführt.

Zur Durchführung der externen Tests wurden außerdem Simulationen zur Beugung an lithographischen Zielen durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Studien wurden wiederum grafisch und in tabellarischer Form dargestellt. Während der Tests wurden dadurch direkt Rückschlüsse auf die Strahlqualität und damit auch auf die Linsenplatzierung ermöglicht. Die Abbildungsoptik wurde ebenfalls mittels OpticStudio simuliert, um die optimalen Teleskopparameter zur Erreichung der Zielvergrößerung zu ermitteln. Die Weiterverarbeitung der Daten mittels Python lieferte die zu erwartende Zählratenverteilung in Anbetracht der Pixelgrößen der CCD-Kamera und zeigte ein Auflösungsvermögen im Bereich von etwa $\Delta x \approx 1,4 - 2,0\ \mu\text{m}$.

Für die Aufbau- und Optimierungstests wurde zunächst ein eigener Testaufbau gezeichnet, von der mechanischen Werkstätte hergestellt und schließlich auf einem optischen Tisch aufgebaut. Mit Hilfe dieses Aufbaus erfolgten einerseits Tests zum simulierten 3-Linsen-Teleskop und die Analyse der Methoden zur Strahlgrößenbestimmung.

Auf Basis der ersten Testergebnisse wurde das ursprünglich geplante Testprozedere mittels Lochblende zu einem Prozedere mit lithographischem Ziel adaptiert. Weiters wurden unterschiedliche Bestimmungsmethoden getestet, wobei sich sowohl die Rasierklängenmessung mit anschließender Regression eines gaußschen Strahlverlaufs, als auch der Transmissionsvergleich mit Simulationen, nur begrenzt für eine absolute Bestimmung eignen. Trotz Problemen bei der

exakten Fokusgrößenbestimmung erlaubten diese Messungen das Abschätzen des Fokusradius des Adressierstrahls, und die Optimierung anhand der relativen Daten zueinander.

Nach erfolgten Tests wurde der einzubauende Teil des Aufbaues zunächst im Ultraschallbad gereinigt und anschließend in sauberer Umgebung zusammengebaut. Die Optimierung der Linsenpositionierung, analog zu den vorangegangenen Tests, erfolgte ebenso in Vakuumarbeitsumgebung und unter Einhaltung entsprechender Sauberkeits-Standards. Die Bestimmung der Fokusgröße wurde während der Linsenoptimierung wiederum qualitativ anhand des Beugungsprofils sowie quantitativ mittels Transmissionsmessungen durchgeführt. Der mittels Transmissionsmethode bestimmte Fokusradius lag bei $w_x = (2,1^{+0,3}_{-0,4}) \mu\text{m}$ und $w_y = (2,0^{+0,3}_{-0,2}) \mu\text{m}$ für die Vorder- bzw. $w_x = (2,6^{+0,2}_{-0,4}) \mu\text{m}$ und $w_y = (2,5^{+0,2}_{-0,3}) \mu\text{m}$ für die Rückseite. Die ebenfalls verwendete Methode der Rasierklingennmessung erwies sich, aufgrund der auftretenden Beugungserscheinungen im Fokus und eventuell auftretender Aberrationen, als nicht aussagekräftig.

Die eigentliche Bestimmung des fokussierten Strahlradius wurde direkt an Ionen gemessen. Die Vermessung des Strahlprofils erfolgte durch Verschieben der Ionenposition entlang der Fallenachse. Die Rabizeit ist invers proportional zum elektrischen Feld bzw. die quadrierte inverse Rabizeit proportional zur Intensität des Strahles. Mittels dieser Methode konnte der fokussierte Radius der Vorderseite zu $w_0 = (3,0 \pm 0,1) \mu\text{m}$ bestimmt werden. Mehrmals auftretende, verschiedene technische Probleme am Experiment führten schließlich dazu, dass lediglich vereinzelte Messungen möglich waren. Der hier beschriebene Radius stellt wahrscheinlich noch nicht das mögliche Minimum dar. Durch Optimierungen am Teleskop sowie der Einkoppelung in das Linsensystem sollten ein weiteres Vermindern des Fokusradius ermöglichen.

In Abbildungsrichtung wurde die Vergrößerung unter Verwendung des errechneten Ionenabstands und des tatsächlichen Abstands auf der Kamera auf $M = 14,9 \pm 0,8$ bestimmt. Dieser Wert steht im Einklang mit durchgeführten Simulationen unter Verwendung der Teleskopparameter, die eine Vergrößerung von $M = 15,2$ ergab. Die Qualität der Abbildung lässt sich durch Betrachtung der relativen Intensität der Aberrationen in Zahlen fassen. Die gemessenen Aberrationen im Ausmaß von 1,8 % in horizontaler bzw. 2,6 % in vertikaler Richtung stellen ein ausreichendes Ergebnis für die Abbildung einzelner Ionen dar.

Die immer wiederkehrenden technischen Probleme verschiedenster Art verzögerten das Experiment und damit auch die Messungen für diese Masterarbeit um mehrere Wochen. Der Abschluss der Bestimmung unter finaler Optimierung der äußeren Optik war damit nicht mehr möglich. Die angegebenen Werte des fokussierten Strahlradius sind daher nicht endgültig sondern können verbessert werden.

Weitere vorgesehene Schritte sind unter anderem die Implementierung der kompensierten Strontiumabbildung und -adressierung, sobald diese Spezies in die Ionenfalle geladen wird. Speziell die schnelle Detektion einzelner Ionenzustände mittels Glasfaser-Reihe spielt eine Rolle bei der Verbesserung des Experiments im Hinblick auf die Durchführung von Quantenoperationen und Berechnungen. Hier sollte sowohl noch eine generelle Machbarkeitsanalyse, als auch eine (Test-)Implementierung erfolgen, um die Einkopplungsmöglichkeiten und technische Umsetzbarkeit zu testen.

Die rückseitige Linse im Vakuum kann bei Bedarf ebenfalls zur Adressierung verwendet werden, sollten die Ergebnisse der Vorderseite langfristig nicht zufriedenstellend sein. Ein kurzer Blick mittels CCD-Kamera auf der Rückseite schließt zumindest grobe Aberrationen bzw. Abweichungen aus. Gegebenenfalls kann diese Linse, speziell was die horizontale Platzierung betrifft, bessere Eigenschaften zu spezifischen Fallen-Elektroden bzw. Ionenpositionen aufwei-

sen, als die Vorderseite.

Längerfristig kann die Optimierung der Optiken im Vakuum in zweierlei Hinsicht erfolgen: Einerseits könnte die Positionierung mittels piezoelektrischer Bauteile (Atto-Cube) eine nachträgliche Veränderung der Position erlauben. Konkret würden sich so sowohl Abkühlungsdrifts vermindern, als auch die Linsenposition auf die jeweils verwendete Elektrodenposition optimieren lassen. Die Implementierung der Einzelionenadressierung durch Verschiebung der Linse, anstatt Verschiebung der Ionenposition, könnte so ebenfalls realisiert werden. Andererseits könnte die numerische Apertur durch die Verwendung von spezialangefertigten Linsen vergrößert werden. Dies würde wiederum die zu erreichende Fokustaille vermindern und gleichzeitig die Zählraten der Abbildung steigern.

Die Implementierung einer fasergekoppelten PMT-Reihe kann die Eigenschaften der Abbildung verbessern und besonders schnelles Auslesen der Quantenzustände ermöglichen. Konkrete Spezifikationen der PMT-Anordnungen, sowie eine Zusammenfassung der Faseranordnungen sind in Appendix A angeführt.

Anhang A

PMT- und Faser-Reihe

Zu Beginn der Masterarbeit bestand die Idee zur Realisierung einer besonders schnellen Quantenzustandsbestimmung einzelner Ionen mittels einer PMT-Reihe. Einerseits hat dies den Vorteil, dass jedes einzelne Ion mit der üblichen Geschwindigkeit von PMTs bestimmt werden kann und dabei die räumliche Auflösung, der Vorteil einer CCD Kamera, bestehen bleibt. Andererseits bringt solch ein Aufbau auch Probleme mit sich. Konkret geht die notwendige Vergrößerung der Abbildungsoptik für die Dimensionen solcher PMT-Reihen in den Bereich von mehreren Millimetern. Des Weiteren sind die Abstände der einzelnen PMTs innerhalb der Reihe fix und konstant, während die Ionen-Abstände bekanntermaßen vom Zentrum hinaus abnehmen.

Bei einer Fallenfrequenz von $\nu = 1$ MHz und den Parametern der vorgeschlagenen PMT-Reihe (Hamamatsu H10515B-200; mit aktiven PMT-Breiten von 0,8 mm und einem leeren Abstand von 0,2 mm pro Feld) würde dies über eine Distanz von etwa 6 Ionen hinweg zu Überschneidungen führen. PMT-Reihen wären also für bis zu 13 Ionen geeignet. Die Skalierbarkeit wäre eingeschränkt bzw. erschwert zu realisieren. Eine Lösung für dieses Problem bieten glasfasergekoppelte PMTs in Kombination mit einer Anordnung von Vielmoden-Glasfasern. Dies ermöglicht, durch die variierbaren Abstände der Glasfasern, eine optimale Anpassung an verschiedene Ionendistanz bzw. -zahlen und Fallenparameter.

Eine Testbestellung mit den in Tabelle A.1 gelisteten Parametern wurde getätigt, um die Realisierbarkeit dieser Idee im Rahmen eines Praktikums von Sommerstudenten, oä. untersuchen zu können. In Abbildung A.1 ist ein Foto der Test-Faserreihe dargestellt. Der Preis für eine derartige Standardausfertigung liegt bei etwa 120 USD wobei mittelfristig Spezialanfertigungen notwendig werden würden. Die Kosten hierfür hängen von den konkreten Parametern ab. Eine Antireflexionsbeschichtung der Glasfasern kostet laut Emailverkehr zudem etwa 800 EUR.

Tabelle A.1: Parameterdaten der Glasfaser-Reihe zum Test der Realisierbarkeit einer skalierbaren, schnellen Quantenzustandsdetektion. Der Produktcode der Bestellung lautet VGA-4-250-8-A-10.3-3.8-2.03-M-IRVIS-62.5/125-3A-1-2-0.5 um 127 EUR pro Exemplar.

Parameter	Wert
Faserabstand	250 μm
Faserlänge	2 m
Faserkerndurchmesser	62,5 μm
Fasermantelaußendurchmesser	125 μm
Fasereigenschaften	MM IRVIS (380 – 1600 nm)
Endverbindung	FC/APC

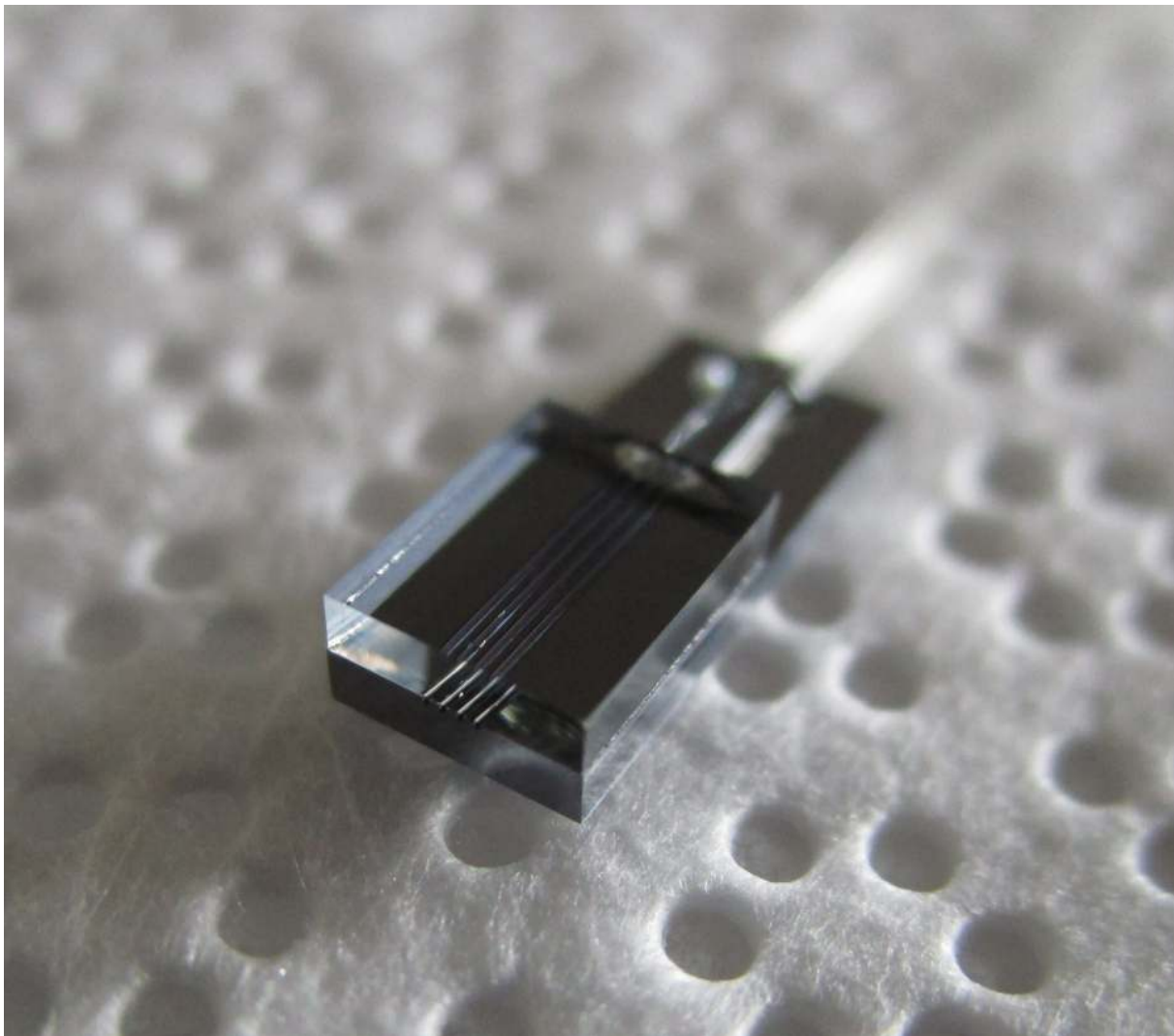


Abbildung A.1: Glasfaser-Reihe. Im Rahmen einer Testbestellung erhaltene Glasfaserreihe mit vier Vielmoden-Fasern in einem Abstand von je 250 μm .

Anhang B

Herleitung Regressionsfunktion Rasierklingenmessung

Wird ein Gauß-Strahl entlang der z-Richtung betrachtet lässt sich sein transversales Intensitätsprofil, unter Verwendung der $1/e^2$ Strahlradii w_x bzw. w_y , als

$$I(x, y) = I_0 e^{-2x^2/w_x^2} e^{-2y^2/w_y^2} \quad (\text{B.1})$$

schreiben (I_0 Intensität im Maximum/Zentrum). Für die totale Leistung des Strahles ergibt sich damit

$$P_{\text{tot}} = I_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx dy e^{-2x^2/w_x^2} e^{-2y^2/w_y^2} = \pi/2 I_0 w_x w_y. \quad (\text{B.2})$$

Das Einbringen einer Rasierklinge in x -Richtung führt zu folgendem Leistungsverhalten in Abhängigkeit der Position X :

$$P(X) = P_{\text{tot}} - I_0 \int_{-\infty}^X dx \left[x e^{-2x^2/w_x^2} \int_{-\infty}^{\infty} dy e^{-2y^2/w_y^2} \right] \quad (\text{B.3})$$

$$P(X) = P_{\text{tot}} - \sqrt{\pi/2} I_0 w_y \int_{-\infty}^X dx e^{-2x^2/w_x^2} \quad (\text{B.4})$$

$$P(X) = P_{\text{tot}} - \sqrt{\pi/2} I_0 w_y \left[\int_{-\infty}^0 dx e^{-2x^2/w_x^2} + \int_0^X dx e^{-2x^2/w_x^2} \right] \quad (\text{B.5})$$

$$P(X) = P_{\text{tot}} - \sqrt{\pi/2} I_0 w_y \left[\sqrt{\pi/8} w_x^2 + \int_0^X dx e^{-2x^2/w_x^2} \right] \quad (\text{B.6})$$

$$P(X) = P_{\text{tot}}/2 - \sqrt{\pi/2} I_0 w_y \int_0^X dx e^{-2x^2/w_x^2} \quad (\text{B.7})$$

Die Substitution mit $u^2 = 2x^2/w_x^2$ ergibt:

$$P(X) = P_{\text{tot}}/2 - \sqrt{\pi/2} I_0 w_y \int_0^{\frac{\sqrt{2}X}{w_x}} du e^{-u^2} \quad (\text{B.8})$$

$$P(X) = P_{\text{tot}}/2 - \pi/4 I_0 w_y w_x \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{\sqrt{2}X}{w_x}} du e^{-u^2} \quad (\text{B.9})$$

Wird die Definition der Fehlerfunktion verwendet lässt sich die totale Leistung in Abhängigkeit der Position X schreiben als

$$P(X) = P_{\text{tot}}/2 \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}X}{w_x} \right) \right]. \quad (\text{B.10})$$

Literaturverzeichnis

- [1] R. Rojas, arXiv:1406.1886v1 (2014).
- [2] T. Monz, P. Schindler, J. T. Barreiro, M. Chwalla, D. Nigg, W. A. Coish, M. Harlander, W. Hänsel, M. Hennrich, und R. Blatt, *Phys. Rev. Lett.* **106** (2011).
- [3] T. Monz, D. Nigg, E. A. Martinez, M. F. Brandl, P. Schindler, R. Rines, S. X. Wang, I. L. Chuang, und R. Blatt, *Science* **351**, 1068 (2016).
- [4] P. W. Shor, *Algorithms for quantum computation: discrete logarithms and factoring* (IEEE, 1994).
- [5] L. K. Grover, *A fast quantum mechanical algorithm for database search* (ACM New York, 1996).
- [6] I. Georgescu, S. Ashhab, und F. Nori, *Rev. Mod. Phys.* **86** (2014).
- [7] J. T. Barreiro, M. Müller, P. Schindler, D. Nigg, T. Monz, M. Chwalla, M. Hennrich, C. Roos, P. Zoller, und R. Blatt, *Nature* **470**, 486 (2011).
- [8] P. Jurcevic, P. Hauke, C. Maier, C. Hempel, B. Lanyon, R. Blatt, und C. Roos, *Phys. Rev. Lett.* **115** (2015).
- [9] P. Schindler, D. Nigg, T. Monz, J. T. Barreiro, E. Martinez, S. X. Wang, S. Quint, M. F. Brandl, V. Nebendahl, C. Roos, M. Chwalla, M. Hennrich, und R. Blatt, *New Journal of Physics* **15** (2013).
- [10] C. F. Roos, *Controlling the quantum state of trapped ions*, Dissertation, L.F. Universität Innsbruck (2000).
- [11] D. Leibfried, R. Blatt, C. Monroe, und D. Wineland, *Reviews of Modern Physics* **75** (2013).
- [12] J. Benhelm, *Precision Spectroscopy and Quantum Information Processing with Trapped Calcium Ions*, Dissertation, L.F. Universität Innsbruck (2008).
- [13] C. Altman, arXiv:quant-ph/0307101 (2003).
- [14] P. Kok, W. J. Munro, K. Nemoto, T. C. Ralph, J. P. Dowling, und G. J. Milburn, *Rev. Mod. Phys.* **79** (2007).

- [15] T. E. Northup und R. Blatt, *Nature Photonics* **8**, 356 (2014).
- [16] W. Paul, *Zeitschrift für Naturforschung A* **8**, 448 (1953).
- [17] W. Paul, O. Osberghaus, und W. E. Fischer, *Forschungsberichte des Wirtschafts- und Verkehrsministeriums Nordrhein-Westfalen* (1958).
- [18] R. C. Thompson, *Measurement Science and Technology* **1** (1990).
- [19] D. J. Berkeland, J. D. Miller, J. C. Bergquist, W. M. Itano, und D. J. Wineland, *Journal of Applied Physics* **83** (1998).
- [20] H. C. Nägerl, C. F. Roos, H. Rohde, D. Leibfried, J. Eschner, F. Schmidt-Kaler, und R. Blatt, *Fortschr. Phys.* **48**, 623 (2000).
- [21] D. F. V. James, *Appl. Phys. B* **66**, 181 (1998).
- [22] C. Blockley, D. Walls, und H. Risken, *Europhysics Letters* **17**, 509 (1992).
- [23] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, und G. Grynberg, *Atom Photon Interaction - Basic Processes and Applications* (Wiley-VCH Weinheim, 2004).
- [24] T. Monz, *Quantum information processing beyond ten ion-qubits*, Dissertation, L.F. Universität Innsbruck (2011).
- [25] M. Chwalla, *Precision spectroscopy with 40Ca^+ ions in a Paul trap*, Dissertation, L.F. Universität Innsbruck (2009).
- [26] F. Schmidt-Kaler, H. Häffner, M. Riebe, S. Gulde, G. P. Lancaster, T. Deuschle, C. Becher, C. F. Roos, J. Eschner, und R. Blatt, *Nature* **422** (2003).
- [27] J. I. Cirac und P. Zoller, *Physical Review Letters* **74** (1995).
- [28] D. Meschede, *Optik, Licht und Laser*, Vol. 2 (Teubner Studienbücher Physik, 2005).
- [29] B. E. A. Saleh und M. C. Teich, *Grundlagen der Photonik*, Vol. 2 (Wiley-VCH, 2008).
- [30] *Zemax - Optical Design Software User's Manual*, Radiant Zemax LLC (2011).
- [31] D. H. Goldstein, *Polarized Light, Third Edition* (CRC Press LLC, 2010).
- [32] E. Collet, *Field Guide to Polarization* (SPIE Press, 2005).
- [33] A. Lipson, S. G. Lipson, und H. Lipson, *Optical Physics*, 4th ed. (Cambridge University Press, 2011).
- [34] J. C. Wyant und K. Creath, *Applied Optics and Optical Engineering*, Vol. XI (Academic Press, Inc., 1992).
- [35] H. Gross, H. Zügge, M. Peschka, und F. Blechinger, *Handbook of Optical Systems: Vol 3. Aberration Theory and Correction of Optical Systems.*, Vol. 3 (Wiley VCH Verlag, 2007).

- [36] W. T. Welford, *Aberrations of the Symmetrical Optical System*. (Academic Press, 1974).
- [37] W. T. Welford, *Aberrations of Optical Systems*. (CRC Press, 1986).
- [38] R. Kingslake und R. B. Johnson, *Lens Design Fundamentals*, 2nd ed. (Academic Press/Elsevier, 2010).
- [39] A. Walther, *The Ray and Wave Theory of Lenses* (Cambridge University Press, 1995).
- [40] R. Danz, *Innovation 15 - Das Magazin von Carl Zeiss*, Carl Zeiss AG (2005).
- [41] W. J. Smith, *Modern Optical Engineering*, 3rd ed. (McGraw Hill, 2000).
- [42] F. G. Major, V. N. Gheorghe, und G. Werth, *Charged Particle Traps*, Atomic, Optical and Plasma Physics No. 37 (Springer Berlin / Heidelberg, 2005).
- [43] C. J. Foot, *Atomic Physics* (Oxford University Press, 2005).
- [44] F. Schmidt-Kaler, S. Gulde, M. Riebe, T. Deuschle, A. Kreuter, G. Lancaster, C. Becher, J. Eschner, H. Häffner, und R. Blatt, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **63**, 623 (2003).
- [45] R. Alheit, T. Gudjons, S. Kleineidam, und G. Werth, *Rapid Communications in Mass Spectrometry* **10**, 583 (1996).
- [46] W. Neuhauser, M. Hohenstatt, P. E. Toschek, und H. Dehmelt, *Physical Review A* **22**, 1137 (1980).
- [47] M. Niedermayr, *Cryogenic surface ion traps*, Dissertation, Leopold-Franzens-Universität Innsbruck (2015).
- [48] M. Kumph, *2D Arrays of Ion Traps for Large Scale Integration of Quantum Information Processors*, Dissertation, Leopold-Franzens-Universität Innsbruck (2015).
- [49] J. Chiaverini, R. B. Blakestad, J. Britton, J. D. Jost, C. Langer, D. Leibfried, R. Ozerini, und D. J. Wineland, *Quantum Information and Computation* **5**, 419,439 (2005).
- [50] H. Rohde, S. T. Gulde, C. F. Roos, P. A. Barton, D. Leibfried, J. Eschner, F. Schmidt-Kaler, und R. Blatt, *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.* **3**, 34 (2000).
- [51] D. Kielpinski, B. E. Kind, C. J. Myatt, C. A. Sackett, Q. A. Turchette, W. M. Itano, C. Monroe, und D. J. Wineland, *Physical Review A* **61** (2000).
- [52] G. Morigi und H. Walther, arXiv:quant-ph/0005082 (2013).
- [53] M. Brownnutt, *Sr+ ion trapping techniques and technologies for quantum information processing*, Dissertation, Imperial College London (2007).
- [54] NIST Atomic Spectra Database, <https://www.nist.gov/pml/atomic-spectra-database> (17.10.2016).
- [55] F. Schmidt-Kaler, H. Häffner, S. Gulde, M. Riebe, G. Lancaster, T. Deuschle, C. Becher, W. Hänsel, J. Eschner, C. Roos, und R. Blatt, *Appl. Phys. B* **77**, 789 (2003).

- [56] R. Blatt, H. Häffner, C. Roos, C. Becher., und F. Schmidt-Kaler, *Quantum Information Processing* **3** (2004).
- [57] W. Nagourney, J. Sandberg, und H. Dehmelt, *Physical Review Letters* **56** (1986).
- [58] T. Sauter, W. Neuhauser, R. Blatt, und P. E. Toschek, *Physical Review Letters* **57** (1986).
- [59] R. Blatt und P. Zoller, *Eur. J. Phys.* **9**, 250 (1988).
- [60] M. F. Brandl, M. W. van Mourik, L. Postler, A. Nolf, K. Lakhmanskiy, R. R. Paiva, S. Möller, N. Daniilidis, H. Häffner, V. Kaushal, T. Ruster, C. Warschburger, H. Kaufmann, U. C. Poschinger, F. Schmidt-Kaler, P. Schindler, T. Monz, und R. Blatt, *Review of Scientific Instruments* **87** (2016).
- [61] R. K. Kirby, *Journal of Research of the National Bureau of Standards* **57** (1956).
- [62] D. R. Lide, ed., *CRC Handbook of Chemistry and Physics, Internet Version 2005* (CRC Press LLC, 2005).
- [63] A. E. Siegman, in *Tutorial presentation at the Optical Society of America Annual Meeting Long Beach, California, October 1997* (1997).
- [64] A. E. Siegman, M. W. Sasnett, und T. F. J. Jr., *IEEE Journal of Quantum Electronics* **27**, 1088 (1991).
- [65] Technical Note: Gaussian Beam Optics, <https://www.newport.com/n/gaussian-beam-optics> (09.05.2017).
- [66] Applied Image Analysis - Micro Line/Dot Standard, <https://www.appliedimage.com/products/opto-imaged-components-and-standards/image-analysis-micrometers/image-analysis-micro-line-dot-standard-iam-6/iam-6-p-cg> (24.03.2016).
- [67] ComponentLibrary - A vector graphics library for illustrations of optics experiments, <http://www.gwoptics.org/ComponentLibrary/> (19.10.2016).
- [68] ImageJ - An open platform scientific image analysis, <https://imagej.net/> (09.05.2017)