Über die elektrische Aufladung und Charakterisierung des Ladungszustands von Glasfasern in Paul-Fallen

Eine Masterarbeit eingereicht an der FAKULTÄT FÜR MATHEMATIK, INFORMATIK UND PHYSIK DER LEOPOLD-FRANZENS UNIVERSITÄT INNSBRUCK,

zur Erreichung des akademischen Grades MASTER OF SCIENCE (MSC).

Durchgeführt am Institut für Experimentalphysik unter Betreuung von Univ.-Prof. Dr. Rainer Blatt,

> vorgelegt von JOHANNES GHETTA

Innsbruck im Mai 2019

"Nothing exists until it is observed." Blaze Bayley - Infinite Entanglement

Inhaltsverzeichnis

1.	Einl	Einleitung								
2.	The	Theoretischer Teil 3								
	2.1.	Kalziu	mion	3						
	2.2.	Paul-F	allen	4						
		2.2.1.	Funktionsweise von Ionenfallen	4						
		2.2.2.	Lineare Fallen	6						
		2.2.3.	Oberflächenfallen	7						
		2.2.4.	Einflüsse auf Speicherbedingungen	8						
	2.3.	Compu	itersimulationen	9						
		2.3.1.	Grundlagen numerischer Simulationen	9						
		2.3.2.	Simulation von Ionenfallensystemen	10						
3	Rast	ille-Exr	periment	13						
5.	3 1	Evneri	menteller Aufbau	13						
	5.1.	3 1 1	Ionenfallensystem	14						
		5.1.1.	3.1.1.1 Oberflächenfalle Bastille	14						
			3.1.1.2 Elektronik und TrICS-Interface	14						
			3.1.1.2. Elektronik und THCS-Interface	16						
			3.1.1.5. Vakuumkammer $3.1.1.5.$	18						
			3.1.1.5 Optischer Aufbau	10						
			3.1.1.6 Abbildungssystem	21						
			3.1.1.7 Laden von Jonen und Ontimieren der Speicherbedingungen	$\frac{21}{22}$						
		312	Fasermanipulatorsystem	22						
		5.1.2.	3.1.2.1 Easermanipulator	23						
			3.1.2.1. Pastimmung der Essernosition	25						
	32	Annäh	erung der Faser an Jonen	25						
	5.4.	3 2 1	Allgemeines zur Ablenkung der Ionen	27						
		3.2.1.		27						
		3.2.2.		27						
		5.2.5.	3.2.3.1 Allgemeines	30						
			3.2.3.1. Aligementes	30						
			3.2.3.2. Modell B: Falle mit dielektrischer Faser	32						
			3.2.3.4 Modell C: Falle mit geerdeter Elektrode	37						
			3.2.3.4. Modell C. Falle lift geeldeter Elektrode	25						
			5.2.5.5. Zusammenrassung und Errauterung	55						
4.	Nan	ofaser-I	Experiment	37						
	4.1.	Experi	menteller Aufbau	37						
		4.1.1.	Überblick	37						
		4.1.2.	Aufbau für das Laden der Nanofaser durch Photoelektronen	39						

Inhaltsverzeichnis

		4.1.3.	Bestimmung der	Faserladung anhand der Auslenkung der Faser	39		
	4.2.	Analys	von Ladungszus	ständen der Faser	41		
		4.2.1.	Experimentelle I	Messmethode und bisherige Messergebnisse	41		
			4.2.1.1. Feldm	essung durch Faser-Ion-Annäherung	41		
			4.2.1.2. Bisher	ige Messergebnisse	42		
		4.2.2.	Modellbildung		43		
			4.2.2.1. Allger	neines	43		
			4.2.2.2. Model	le für Ladungsverteilungen und zugehörige elektrische Felder			
			ohne A	Abschirmung	44		
			4.2.2.3. Elektr	ische Felder für Ladungsverteilungen mit Abschirmung	47		
		4.2.3.	Ergebnisse: Cha	akterisierung zweier Ladungszustände anhand von Anpassungs-			
			kurven		51		
			4.2.3.1. Allger	neines	51		
			4.2.3.2. Positiv	rer Ladungszustand	51		
			4.2.3.3. Negati	ver Ladungszustand	58		
			4.2.3.4. Simula	ation der Faser-Ion-Annäherung	60		
			4.2.3.5. Zusan	menfassung und Diskussion	64		
	4.3.	Analys	des Ladungsvor	gangs durch Elektronenbombardierung	65		
		4.3.1.	Weitere Betracht	ungen zum Aufladungsprozess im Experiment	65		
			4.3.1.1. Elektr	onenquelle	65		
			4.3.1.2. Einflu	ss der Faserposition auf die Aufladung	66		
			4.3.1.3. Detail	s zum Aufladungsprozess durch Elektronenbombardierung	67		
			4.3.1.4. Berecl	nnung von Laderaten	67		
		4.3.2.	Elektronenfluss	entlang der gesamten Falle	68		
			4.3.2.1. Model	lbildung: Computersimulation	68		
			4.3.2.2. Ergeb	nisse	75		
			4.3.2.3. Zusam	menfassung und Diskussion	82		
		4.3.3.	Elektronenfluss:	Detailanalyse im Bereich der Faser	84		
			4.3.3.1. Model	lbildung: Analytisches Modell	85		
			4.3.3.2. Model	lbildung: Computersimulation	94		
			4.3.3.3. Zusam	menfassung und Diskussion	99		
		4.3.4.	Anwendung der	Erkenntnisse im Experiment	100		
			4.3.4.1. Anwei	ndung des 2D-Modells in Kombination mit dem 3D-PT-Modell .	100		
			4.3.4.2. Analy	se experimenteller Daten zur Aufladung der Faser	102		
			4.3.4.3. Zusam	menfassung und Diskussion	106		
5.	Zusa	ammenf	ssung und Aust	lick	107		
A.	Anh	ang: De	ails zur Charak	terisierung der Ladungsverteilungen	111		
B.	Anh	ang: Ab	nängigkeit der H	lektronentrajektorien von der Endkappenspannung	113		
т.,	Litopotywyorzajelynia 115						
Lit	Literaturverzeichnis						

1. Einleitung

Das Quanteninternet stellt als ein Netzwerk von Quantenrechnern eine wichtige Vision in der Weiterentwicklung der Quantentechnologie dar [1, 2]. Das Ziel dabei ist, Information zwischen Quantencomputern zu übertragen und somit durch Verbindung von Rechnereinheiten die Möglichkeiten der Informationsverarbeitung wesentlich zu erweitern. Diese Methode wird verteiltes Quantenrechnen ermöglichen und bietet einen Weg, das zur Realisierung eines allgemeinen Quantencomputers elementare Kriterium der Skalierbarkeit zu erfüllen [3, 4]. In der aktuellen Forschungslandschaft gibt es verschiedene physikalische Systeme, die als vielversprechend zur Umsetzung von Quantencomputern gelten: supraleitende Quantenbits (Qubits) [5], ultrakalte Quantengase [6, 7], Photonen [8] und gespeicherte Ionen [9–11].

Zur Übertragung der Quanteninformation zwischen verschiedenen Quantenrechnern muss diese auf einen Informationsträger geschrieben werden. Dieser Prozess erfolgt durch eine Schnittstelle zwischen dem Qubit im Rechner und dem Übertragungs-Qubit. Diese Schnittstelle wird als Quanteninterface bezeichnet. Eine vielversprechende Übertragungsmöglichkeit stellen Photonen dar, die durch Glasfasern zu weiteren Quantenrechnern geleitet werden [3]. Photonen, die Quanteninformation tragen, werden auch als fliegende Qubits bezeichnet. Für ionenbasierte Quantencomputer wurde in der Arbeitsgruppe Blatt ein Quanteninterface mit Hilfe eines optischen Resonators realisiert [12, 13]. Der Resonator besteht in diesem Experiment aus zwei Spiegeln. Die Kopplung des Ions mit dem Lichtfeld im Resonator ermöglicht die kohärente Übertragung der Quanteninformation auf ein Photon. Im Faserresonator-Experiment (auch Fiber-Cavity-Experiment, kurz FC-Experiment), das von Birgit Brandstätter im Rahmen ihrer Dissertation aufgebaut wurde, dienen beschichtete Faserenden als Resonatorspiegel [14, 15]. Dieses Experiment befindet sich in der Umsetzungsphase und zielt auf die Weiterleitung von fliegenden Qubits direkt über eine Glasfaser ab. Ein weiteres Konzept für eine Quantenschnittstelle verwendet die Kopplung eines gespeicherten Ions an das guergedämpfte Feld einer Nanofaser. Für Atome [16–18] und Moleküle in einem Kristall [19] wurde bereits eine Kopplung beobachtet und untersucht. Im Nanofaser-Experiment der Arbeitsgruppe Blatt soll diese Kopplung mit Ionen realisiert werden. Das Nanofaser-Experiment (auch Nano-Fiber-Interface-Experiment oder kurz NOIs-Experiment) wird von Benjamin Ames im Rahmen seiner Dissertation aufgebaut. Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten Untersuchungen stehen in Zusammenhang mit dem FC-Experiment und dem Nanofaser-Experiment.

In der frühen Entwicklungsphase des Faserresonator-Experiments stellten sich zahlreiche Herausforderungen und Fragestellungen, von denen hier die Wesentlichen angeführt werden. Die Planung sah Resonatorgrößen (gegeben durch den Abstand der Faserpiegel) von 400 µm und kleiner vor. Somit ergibt sich als Richtwert für den angestrebten Abstand zwischen Faser und gespeichertem Ion 200 µm. Daraus resultieren die Hauptfragestellungen: Kann eine dielektrische Faser auf einen Abstand von 200 µm zu gespeicherten Ionen herangebracht werden und wie verändern sich die Speicherbedingungen dabei?

1. Einleitung

Zur Bearbeitung dieser und weiterer Fragestellungen als Vorbereitung zum Aufbau des FC-Experiments, wurde von Birgit Brandstätter ein bestehender Versuchsaufbau, der die Oberflächenfalle Bastille [20] beinhaltet, modifiziert. Der Aufbau erlaubt nun, eine Glasfaser an gespeicherte Ionen heranzubringen und die oben genannten Fragestellungen im Rahmen der vorliegenden Arbeit zu behandeln.

Bei der Umsetzung des Nanofaser-Experiments gibt es eine ähnliche Problemstellung wie für das FC-Interface: Das Ion muss auch hier nahe an die Faser herangebracht werden. Abhängig von der Wellenlänge des verwendeten Lichts, handelt sich um Abstände in der Größenordnung von mehreren Hundert Nanometern. Im ersten Schritt geht es darum, ein Ion so nah wie möglich an die Nanofaser zu bringen. Dies erfordert eine Kontrolle des Ladungszustandes der Faser und eine Möglichkeit, die Faser zu neutralisieren. Außerdem werden Möglichkeiten untersucht, ein bestimmtes Speicherpotential zu erzeugen, das sich aus dem Zusammenspiel einer geladenen Faser und dem Potential der linearen Paul-Falle ergibt. Für diese Anwendungen müssen Ladungszustände der Faser charakterisiert und die Faser kontrolliert in bestimmte Zustände versetzt werden können. Der experimentelle Aufbau von Benjamin Ames erlaubt es, die Ladungszustände durch Elektronenbombardierung in Form von negativer und positiver Aufladung zu verändern. Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Charakterisierung von Ladungsverteilungen und der kontrollierten Aufladung der Faser.

Zur Verständlichkeit der vorliegenden Arbeit ist es nötig, kurz auf den zeitlichen Ablauf deren Entstehung einzugehen. Der Großteil der Arbeiten am Bastille-Experiment wurde parallel zum Aufbau des Ende 2011 in Betrieb genommenen FC-Experiments getätigt. Bevor die geplanten Tätigkeiten am Bastille-Experiment fertig gestellt werden konnten, wurde die Arbeit daran unterbrochen. Nach Wiederaufnahme war das FC-Experiment bereits weiter fortgeschritten und somit erübrigte sich eine Fortsetzung der Arbeiten am Bastille-Aufbau. Im Nanofaser-Experiment ging es zu diesem Zeitpunkt um ähnliche Fragestellungen wie die oben genannten. Die Arbeit wurde deshalb am Nanofaser-Experiment fortgesetzt. Dies bot die Möglichkeit, die Ergebnisse aus der Bastille-Anordnung zu ergänzen.

Diese Arbeit ist wie folgt aufgebaut: In Kapitel 2 werden die theoretischen Grundlagen zum Verständnis der durchgeführten Experimente und deren Ergebnisse vorgestellt. Kapitel 3 widmet sich den Arbeiten zum Bastille-Experiment. Es werden Experimente mit Ionen in einer Oberflächenfalle unter Einfluss einer Glasfaser sowie Computersimulationen zu diesem Einfluss behandelt. Kapitel 4 behandelt Analysen in Zusammenhang mit dem Nanofaser-Experiment. Es werden Modelle zur Charakterisierung von Ladungsverteilungen vorgestellt und anhand dieser zwei Ladungsverteilungen charakterisiert. Zur Untersuchung des Aufladungsprozesses wird ein Modell zur Charakterisierung des Flusses der Photoelektronen aus einer Elektronenquelle entlang der Falle vorgestellt. Des weiteren wird ein Modell zur Beschreibung des Flusses der Elektronen um die geladene Faser präsentiert und anhand der gewonnen Erkenntnisse experimentelle Daten zur Aufladung der Faser analysiert. Bei der Erarbeitung dieser Modelle wurde untersucht, ob Computersimulationen als Werkzeug eingesetzt werden können, einen Teil des Aufladungsprozesses zu beschreiben. Die Untersuchung erfolgte anhand der Bearbeitung erster Fragestellungen; Möglichkeiten zum Ausbau der Modelle werden aufgezeigt. Am Ende der Arbeit wird in Kapitel 5 eine Zusammenfassung der Erkenntnisse dargelegt und ein Ausblick auf mögliche zukünftige Weiterentwicklungen gegeben.

2. Theoretischer Teil

In diesem Kapitel werden die theoretischen Grundlagen zum Verständnis der durchgeführten Experimente und deren Ergebnisse vorgestellt.

An Grundlagen werden in Abschnitt 2.1 das Kalziumion ⁴⁰Ca⁺ (Termschema und Manipulationsprozesse) beschrieben, in Abschnitt 2.2 Paul-Fallen (Funktionsweise, Bauformen: Lineare Fallen und Oberflächenfallen, Einflüsse auf die Speicherbedingungen und in 2.3 Computersimulationen von Ionenfallen beschrieben. Für tiefergehende Behandlungen der jeweiligen Themengebiete wird auf einschlägige Publikationen verwiesen; diese werden im jeweiligen Abschnitt genannt.

2.1. Kalziumion

Für den Großteil der in der AG Blatt durchgeführten Experimente wird das Ion ⁴⁰Ca⁺ verwendet. Im weiteren werden dafür die Begriffe "Kalziumion" oder nur "Ion" verwendet. Die Erzeugung der Ionen wird in Abschnitt 3.1 näher beschrieben. Die niedrigsten elektronischen Zustände des Kalziumions und die im Kühl- und Detektionsschema verwendeten Übergänge sind in Abbildung 2.1 dargestellt. Das dargestellte System besteht aus einem Grundzustand $4^2S_{1/2}$, zwei metastabilen Zuständen $3^2D_{3/2}$ und $3^2D_{5/2}$ (Lebensdauer jeweils circa 1,2 s) sowie zwei kurzlebigen angeregten Zuständen $4^2P_{1/2}$ und $4^{2}P_{3/2}$ (Lebensdauern circa 7 ns und 8 ns) [14]. Die Ionen müssen gekühlt werden, um eine stabile Speicherung zu ermöglichen. Auf die Ionen wird im Experiment folgendes Kühl- und Detektionsschema angewendet: Das Ion wird mittels eines rot verstimmten 397-nm-Lasers am Übergang $4^2S_{1/2} \leftrightarrow 4^2P_{1/2}$ gekühlt (Doppler-Kühlung). Aufgrund der kurzen Lebensdauer des 42S1/2-Zustandes werden hier sehr viele Photonen absorbiert und emittiert, was eine effiziente Kühlung erlaubt. Theoretische Grundlagen zum Laserkühlen von Ionen finden sich in Referenz [21]. Die Fluoreszenz am Kühlübergang wird zur Abbildung der Ionen verwendet. Der Zustand $4^2P_{1/2}$ kann auch in den metastabilen Zustand $3^2D_{3/2}$ zerfallen; dies geschieht in 7,5 % der Fälle. Zur Schließung des Kühlzyklus wird diese Population mit einem 866-nm-Laser zurück in den Zustand $4^2P_{1/2}$ gebracht. Das optische Qubit wird üblicherweise am Quadrupolübergang $4^2S_{1/2} \leftrightarrow 3^2D_{5/2}$ realisiert. Die lange Lebensdauer des Zustandes $3^2D_{5/2}$ erlaubt die entsprechenden kohärenten Manipulationen mit einem 729-nm-Laser. [14]

Die für die gerade beschriebenen Übergänge verwendeten Lasersysteme werden in Kapitel 3.1 näher vorgestellt.

2. Theoretischer Teil



Abbildung 2.1.: Übergänge im Kalziumion ${}^{40}Ca^+$, Kühl- und Detektionsschema sowie kohärente Manipulation: Der Übergang vom Grundzustand $4^2S_{1/2}$ zum kurzlebigen $4^2P_{1/2}$ -Zustand dient zur Doppler-Kühlung und zur Detektion der Ionen. Hierfür wird ein 397-nm-Laser verwendet. In 7,5 % der Fälle zerfällt $4^2P_{1/2}$ in den metastabilen Zustand $3^2D_{3/2}$. Diese Population wird mittels eines 866-nm-Lasers wieder in den $4^2P_{1/2}$ -Zustand zurückgepumpt. Als Qubitzustände werden der Grundzustand $4^2P_{1/2}$ und der metastabile Zustand $3^2D_{5/2}$ (Lebensdauer 1,2 s) verwendet. Kohärente Manipulationen des Qubits erfolgen durch einen 729-nm-Laser.

2.2. Paul-Fallen

Dieser Abschnitt beschäftigt sich mit einer bestimmten Art von Ionenfallen, den Paul-Fallen [22]. Detaillierte Aufarbeitungen zu diesem Thema finden sich in den Referenzen [23–26], die eine Auswahl der mannigfaltigen Publikationen dazu darstellen. Die nachstehende theoretische Behandlung orientiert sich an den Referenzen [25] und [26].

2.2.1. Funktionsweise von Ionenfallen

Ein Einschluss von geladenen Teilchen, in unserem Fall von Ionen, entlang aller drei Raumdimensionen erfordert ein Minimum der potentiellen Energie an einem bestimmten Ort. Damit wirkt eine zu diesem Ort gerichtete Rückstellkraft auf die Teilchen. Diese Bindungskraft wird im einfachsten Fall als harmonisch angenommen. Die potentielle Energie V für ein Teilchen der Ladung q im elektrischen Potential Φ ergibt sich aus $V = q \cdot \Phi$. Das Ziel ist, einfach positiv geladene Ionen zu fangen. Es gilt demnach q = e. Im Folgenden gilt es nun, ein entsprechendes elektrisches Potential zu finden, das dieses Minimum erzeugt. Das Theorem von Earnshaw[27] besagt, dass es nicht möglich ist, ein Minimum eines elektrostatischen Potentials im freien Raum zu erzeugen. Diese Einschränkung für statische Felder lässt sich mit Hilfe von elektrischen Wechselfeldern umgehen. In Paul-Fallen werden Wechselfelder mit Kreisfrequenz ω_{RF} im Radiofrequenzbereich, Amplitude U_{RF} und statischer Komponente U_{DC} verwendet. Hieraus ergibt sich das elektrische Potential:

$$\Phi(x,y,z,t) = \frac{U_{\rm DC}}{2} (\alpha_{\rm DC} x^2 + \beta_{\rm DC} y^2 + \gamma_{\rm DC} z^2) + \frac{U_{\rm RF}}{2} \cos(\omega_{\rm RF} t) (\alpha_{\rm RF} x^2 + \beta_{\rm RF} y^2 + \gamma_{\rm RF} z^2).$$
(2.1)

Bei α_{DC} , β_{DC} , γ_{DC} , α_{RF} , β_{RF} und γ_{RF} handelt es sich um konstante Faktoren. Diese lassen sich über die Laplace-Gleichung $\Delta \Phi = 0$ näher bestimmen. Für lineare Paul-Fallen gilt folgende Wahl: $0 < \gamma_{DC} = -\alpha_{DC} + \beta_{DC}$ und $\alpha_{RF} = -\beta_{RF}$, $\gamma_{RF} = 0$. Dies führt zum Einschluss durch DC-Potentiale entlang der z-Achse und zum dynamischen Einschluss in der x-y-Ebene. Die x- und die y-Richtung werden als radiale Richtungen und die z-Richtung als axiale Richtung bezeichnet. Das entsprechende Potential hat folgende Form:

$$\Phi(x,y,z,t) = \frac{U_{\rm DC}}{2} (\alpha_{\rm DC}(x^2 - z^2) + \beta_{\rm DC}(y^2 - z^2) + \frac{U_{\rm RF}}{2} \cos(\omega_{\rm RF}) \alpha_{\rm RF}(x^2 - y^2).$$
(2.2)

In linearen Paul-Fallen wird das beschriebene Potential durch folgende Elektrodenanordnung realisiert: Die Falle besteht aus vier länglichen Elektroden und Endkappenelektroden. Die länglichen Elektroden sind paarweise verbunden: An einem Paar liegt das RF-Potential an, das andere Paar liegt auf Erde. Abbildung 2.2 zeigt zwei Varianten von linearen Paul-Fallen: In Teil (a) eine Falle mit hyperbolisch geformten Elektroden und in (b) eine mit zylinderförmigen Elektroden. Bei letzterer Variante sind die Elektroden eines Elektrodenpaars segmentiert. Diese Art dient als Grundlage für eine Bauform von Oberflächenfallen, das Five-wire-Design, welches in Teilabschnitt 2.2.3 beschrieben wird. Das oben beschriebene Potential ist inhomogen: Wird über viele Oszillationen des Feldes gemittelt, ergibt sich eine Kraft, die nicht Null ist. Diese Kraft ist unter Abhängigkeit von Amplitude und Frequenz des Feldes entweder zur Fangregion gerichtet (konvergent) oder davon weg (divergent). Der konvergente Fall führt zum Einschluss des Teilchens, der divergente zu dessen Verlust. Jene Amplituden und Frequenzen, die zum Fangen der Teilchen führen, lassen sich durch Lösen der folgenden Bewegungsgleichungen des zu fangenden Teilchens, die homogene Mathieu-Gleichungen sind, finden:

$$\frac{d^2u}{d\tau^2} + (a_u - 2q_u\cos(2\tau))u(\tau) = 0, u = x, y.$$
(2.3)

Für lineare Paul-Fallen gilt: $a_x = 4eU_{\rm RF}\alpha_{RF}/(mR^2\omega_{\rm RF}^2)$, $a_y = -4eU_{\rm RF}\beta_{RF}/(mR^2\omega_{\rm RF}^2)$, $q_x = -q_y = -2eV_0/(mR^2\omega_{\rm RF}^2)$, $q_z = 0$ und $\tau = \omega_{\rm RF}t/2$. R gibt den minimalen Abstand zwischen dem Ion und einer Elektrode an, m gibt die Masse des Ions an. Für die vorher genannten Parameter müssen Werte gefunden werden, die Einschluss ermöglichen. Wir definieren hierzu den Stabilitätsparameter $\beta_u = \sqrt{a_u + q_u^2/2}$. Für stabile Lösungen muss gelten: $0 \le \beta_u \le 1$. Unter Anwendung der adiabatischen Näherung mit $a_u, q_u^2 \ll 1$ und damit $\beta_u \ll 1$ ergeben sich folgende Lösungen:

$$u(t) = u_0 \left(\cos(\omega_u t) + \frac{q_u}{2} \cos(\omega_u t) \cos(\omega_{\rm RF} t) \right), \qquad (2.4)$$

mit $\omega_u = \beta_u \omega_{\text{RF}}$. Diese Bewegung kann als Überlagerung der säkularen Bewegung mit ω_u (erster Teil) und einer Mikrobewegung mit einer Frequenz nahe ω_{RF} (zweiter Teil) betrachtet werden. Die säkulare Bewegung ist im Vergleich zur Mikrobewegung viel langsamer (für typische Werte gilt $5 < \omega_{\text{RF}}/\omega_u$), deshalb können die beiden Bewegungen getrennt voneinander betrachtet werden. Bei Betrachtung der säkularen Bewegung wird über die Mikrobewegung gemittelt. Diese Mittelung wird als Pseudopotentialapproximation bezeichnet.

Der radiale Einschluss erfolgt hauptsächlich durch das RF-Potential, das in der Pseudopotentialappro-

2. Theoretischer Teil



Abbildung 2.2.: Lineare Paul-Fallen (Zeichnungen): (a) Mit hyperbolischer Elektrodenform: Die Falle besteht aus vier länglichen Elektroden (Klingen) und zwei Endkappenelektroden (Endkappen). Die Potentiale an den Klingen sind paarweise an gegenüberliegenden Klingen angelegt: Radiofrequenz und Erde. Diese Potentiale ergeben den dynamischen Einschluss in der x-y-Ebene. An den Endkappenelektroden sind DC-Potentiale angelegt, welche für den statischen Einschluss entlang der z-Achse sorgen. (b) Mit zylinderförmigen Elektroden: Die Elektroden eines Paares sind segmentiert. Die äußeren Segmente bilden die Endkappen, die inneren liegen auf Erde.

(Mit freundlicher Genehmigung von Adam Pauli [28] erhalten und bearbeitet.)

ximation durch ein effektives Potential beschrieben werden kann:

$$\Psi(x,y) = \frac{e^2}{4m\omega_{\rm RF}^2} \left|\nabla\Phi_{\rm eff}(x,y)\right|^2,\tag{2.5}$$

 $\Phi_{\text{eff}}(x,y)$ ergibt sich hier aus Anlegen der statischen Spannung U_{RF} an die RF-Elektroden. Für den Einschluss in den radialen Richtungen ergeben sich folgende Frequenzen:

$$\omega_{x,y} = \frac{qU_{\rm RF}}{\sqrt{2}m\omega_{\rm RF}R^2}.$$
(2.6)

Entlang der z-Achse gilt durch den statischen Einschluss (Endkappenspannung U_{EK} und Abstand zum Ion R_z) folgende Frequenz [29]:

$$\omega_z = \sqrt{\frac{qU_{\rm EK}}{mR_z^2}}.$$
(2.7)

Diese Frequenzen beschreiben die Stärke des Einschlusses entlang der betreffenden Achse, eine höhere Frequenz bedeutet stärkeren Einschluss. Im Folgenden wird auf zwei Bauformen von Paul-Fallen näher eingegangen: Auf die bereits in Abbildung 2.2 dargestellte lineare Falle und auf die Variante als Oberflächenfalle.

2.2.2. Lineare Fallen

Die Realisierung des in Gleichung 2.1 beschriebenen harmonischen Potentials in der x-y-Ebene lässt sich durch eine lineare Falle mit hyperbolisch geformten Elektroden (siehe Abbildung 2.2 (a)) erreichen. Dieser Fall ist in Abbildung 2.3 zu sehen. Die Abbildung zeigt im radialen Querschnitt in (a) das elektrische Potential mit Quadrupolform, in (b) das Pseudopotential, das dem Speicherpotential entspricht



Abbildung 2.3.: Elektrisches Potential und Pseudopotential einer Paul-Falle mit hyperbolisch geformten Klingen, radialer Querschnitt durch die Falle: (a) Äquipotentiallinien des elektrischen Potentials; (b) Äquipotentiallinien des Pseudopotentials, das Kreuz markiert die Position des Minimums; (c) Radiale Abhängigkeit des Pseudopotentials für ($\omega_{\rm RF} = 2\pi \cdot 10,2 \,\mathrm{MHz}$ und $R = 800 \,\mu\mathrm{m}$). Siehe auch Referenz [28].

und in (c) die radiale Abhängigkeit des Pseudopotenials mit harmonischer Form. Für typische Parameter ($\omega_{RF} = 2\pi \cdot 10.2 \text{ MHz}$ und $R = 800 \,\mu\text{m}$) ergibt sich für ⁴⁰Ca⁺-Ionen eine Fallentiefe von circa 20 eV.

Hyperbolische Elektrodenquerschnitte sind verhältnismäßig aufwendig in der Herstellung, deshalb werden Varianten mit kreisförmigen Querschnitten vorgezogen. Bei der Erstellung eines Fallendesigns spielen weitere Faktoren, wie mechanische Stabilität, Einschränkungen durch Produktionsgenauigkeit oder optischer Zugang zu den Ionen, eine wesentliche Rolle. Deshalb haben sich Klingen mit abgerundeter Keilform bewährt. Die Falle des Nanofaser-Experiments weist diese Klingenform auf (siehe Abschnitt 4.1). Bei einer Realisierung mit nicht perfekt hyperbolischem oder mit kreisförmigem Elektrodenquerschnitt ergeben sich für größere Abstände vom Fallenzentrum Abweichungen von einer quadratischen Form des Potentials. Im Zentrum der Falle ist das entsprechende Potential allerdings quasi harmonisch. Die Falle des Nanofaser-Experiments ist mit hohlen Endkappen versehen, um die Einstrahlung von Licht in axialer Richtung zu ermöglichen. Zum Ausgleichen von Streufeldern sind bei dieser Falle auch Kompensationselektroden parallel zu den Klingen angebracht.

2.2.3. Oberflächenfallen

Die beschriebenen linearen Fallen haben in Hinblick auf die Verwendung in Quantenrechnern einige Limitierungen. Das Design ist nicht kompakt und kann nicht auf kompliziertere Geometrien mit verschiedenen Fallenregionen angepasst werden, zudem ist die Produktion verhältnismäßig aufwendig. Die Ausführung einer Paul-Falle als Oberflächenfalle [30] soll diese Limitierungen beseitigen.

Im Folgenden wird auf das Five-wire-Design von Oberflächenfallen [30], welches die Grundlage für die Falle Bastille bildet, eingegangen. Abbildung 2.4 zeigt dieses Fallendesign. Bei dieser Bauart wird die Elektrodenanordnung einer linearen Falle mit segmentierten Elektroden (vergleiche Abbildung 2.2 Teil (b)) auf eine Anordnung in der Ebene umgelegt. Die RF-Elektroden sind als Schienen ausgeführt. Eine DC-Elektrode wird zwischen den RF-Elektroden platziert, die andere wird aufgeteilt und deren bei-

2. Theoretischer Teil



Abbildung 2.4.: Five-wire-Design von Oberflächenfallen: (a) Die Klingen einer linearen Falle (Design wie in Abbildung 2.2 (b)) werden auf eine ebene Struktur umgelegt: Eine DC-Elektrode wird zwischen den RF-Elektroden platziert, die andere wird aufgeteilt und deren beide Teile seitlich zu den RF-Elektroden angebracht. Die äußeren Segmente der DC-Elektroden bilden die Endkappen. (b) Oberflächenfalle im five-wire-Design.

(Mit freundlicher Genehmigung von Adam Pauli [28] erhalten und bearbeitet.)

de Teile seitlich zu den RF-Elektroden angebracht. Das Fallenzentrum liegt in einer bestimmten Höhe über der Fallenoberfläche. Aus dieser Anordnung ergibt sich der radiale Einschluss der Ionen. Die äußeren Segmente der DC-Elektroden bilden die Endkappen und sorgen für den axialen Einschluss. Die DC-Elektroden werden hier auch zur Kompensation von Streufeldern eingesetzt.

Abbildung 2.5 zeigt das Speicherpotential einer Oberflächenfalle. In (a) sind die Äquipotentialflächen des radialen Speicherpotentials (Pseudopotentials) zu sehen. Dieses Speicherpotential weist im Gegensatz zu dem einer linearen Falle keine radiale Symmetrie auf. Das Minimum befindet sich 800 µm über der Fallenoberfläche. Ein Maß für die Stärke des Einschlusses einer Falle ist die Höhe der Potentialbarriere, die ein Teilchen beim Verlassen der Falle überwinden muss. Die sogenannte Fallentiefe entspricht der Höhe dieser Potentialbarriere. Die Fallentiefe der Oberflächenfalle aus Abbildung 2.5 ist durch den Potentialverlauf senkrecht zur Fallenoberfläche bestimmt, der in Bild 2.5 (b) zu sehen ist.

Für typische Parameter ($\omega_{RF} = 2\pi \cdot 10,2 \text{ MHz}$, $V_{RF} = 410 \text{ V}$ und $R = 800 \,\mu\text{m}$) ergibt sich bei der Oberflächenfalle Bastille durch den RF-Einschluss eine Fallentiefe von circa 0,15 eV. Im Allgemeinen wird die Fallentiefe durch die, zusätzlich zum RF-Feld anliegenden, DC-Spannungen vergrößert.

2.2.4. Einflüsse auf Speicherbedingungen

Auf in einer Falle gespeicherte Ionen wirken Streufelder. Die Ursachen dafür können vielfältig sein: Elektrodenunebenheiten, Ladungsverteilungen auf Elektroden oder dielektrischen Oberflächen. Diese Streufelder können unter anderem zu Verschiebungen des Speicherminimums führen.

In Bereichen, in denen das Speicherpotential als harmonisch anzusehen ist, gilt für die Verschiebung entlang der Achsenrichtungen folgender Zusammenhang, der exemplarisch für die z-Richtung (δz) angegeben wird [31]:

$$\delta z = \frac{eE_z}{m\omega_z^2}.\tag{2.8}$$

 E_z gibt die Feldstärke des Streufeldes entlang der z-Achse und ω_z^2 die Fallenfrequenz an. Diese Ab-



Abbildung 2.5.: Speicherpotential einer Oberflächenfalle: (a) Radialer Querschnitt durch die Falle: Äquipotentiallinien für das radiale Speicherpotential, das Kreuz markiert das Potentialminimum; (b) Potentialverlauf entlang der senkrechten Achse (strichlierte Linie in (a)) und quadratischer Fit um das Fallenminimum (entsprechend eines harmonischen Potentials). (Grafik für Teil (a) mit freundlicher Genehmigung von Adam Pauli [28] erhalten und bearbeitet. Der Plot in (b) wurde mit dem in Teilabschnitt 3.2.3 beschriebenen Modell erzeugt.)

hängigkeit spielt im Zusammenhang mit dem Einfluss von Glasfasern auf gespeicherte Ionen eine wesentliche Rolle (Abschnitte 3.2 und 4.2). Insbesondere bietet sie die Möglichkeit, die Feldstärke eines Streufeldes durch die damit verbundene Verschiebung eines Ions (oder mehrerer Ionen) zu bestimmen. Diese Methode wurde in Referenz [32] verwendet, um Feldstärken für lichtinduzierte Ladungseffekte auf Dielektrika zu bestimmen.

2.3. Computersimulationen

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Computersimulationen eingesetzt, um verschiedene physikalische Systeme zu modellieren und Fragestellungen zu bearbeiten. Der Einfluss einer dielektrischen Faser auf das Speicherpotential einer Oberflächenfalle sowie das Potential einer geladenen Faser in einer linearen Falle wurden untersucht. Außerdem wurden Elektronentrajektorien innerhalb einer linearen Falle und um eine geladene Nanofaser simuliert. In diesem Abschnitt wird auf die statischen Problemstellungen eingegangen; die zeitabhängige Modellierung für die Berechnung von Elektronenbahnen wird in Abschnitt 4.3 behandelt.

Numerische Simulationen werden standardmäßig beim Design von Ionenfallenexperimenten eingesetzt. Unter anderem werden dabei Speicherbedingungen wie die Tiefe des Speicherpotentials oder die Fallenfrequenzen für Fallenentwürfe bestimmt. Referenz [33] gibt einen Überblick dazu. Hier werden kurz die Grundlagen zu Computersimulationen und zu numerischen Lösungsverfahren präsentiert.

2.3.1. Grundlagen numerischer Simulationen

Für die zu simulierenden Fragestellungen gilt es, Differentialgleichungen (DGLs) mit Randbedingungen, entsprechend der relevanten physikalischen Gesetze, zu lösen. Zur numerischen Lösung von Differen-

2. Theoretischer Teil

tialgleichungen werden hier zwei Verfahren vorgestellt, die bei den durchgeführten Simulationen zum Einsatz kommen: Die Finite-Elemente-Methode und die Randelementemethode.

Finite-Elemente-Methode (FEM): Das Berechnungsgebiet wird in eine beliebig große Anzahl an, meist tetraederförmigen, Elementen unterteilt; dieser Prozess wird Diskretisierung genannt. Die Lösung wird für jedes dieser Elemente mit den entsprechenden Rand- und Übergangsbedingungen berechnet. Die Menge aller Elemente wird als Gitter oder als Mesh (aus dem Englischen) bezeichnet. Je feiner die Unterteilung ist, desto genauer ist die Lösung. Die größere Feinheit erhöht allerdings den Rechenaufwand. Deshalb wird die Feinheit des Gitters lokal angepasst, für Gebiete in denen eine höhere Auflösung benötigt wird, weist das Gitter eine feinere Unterteilung auf. Für das betreffende physikalische Problem müssen Randbedingungen festgelegt werden. Für das elektrostatische Problem werden hierzu Randflächen auf einen vorgegebenen und festgesetzten Potentialwert (meist Erde) gelegt. COMSOL Multiphysics¹ verwendet die FEM.

Randelementmethode (REM): Bei der REM wird nur die Begrenzung des Berechnungsgebietes diskretisiert. Die DGLs werden in Integralgleichungen umgeschrieben, die nur auf der Begrenzung definiert sind. Bei dieser Methode kann das Potential für jeden Punkt innerhalb des Berechnungsgebietes und nicht nur an den Gitterknoten, wie bei der FEM, angegeben werden. Der wesentliche Nachteil dieser Methode ist, dass der Bereich, in dem die Lösung betrachtet werden soll, im Vorhinein festgelegt werden muss. Das Softwarepaket CPO - Charged Particle Optics² verwendet die REM.

2.3.2. Simulation von Ionenfallensystemen

Im Folgenden wird kurz der Prozess zu Berechnung des Speicherpotentials für ein Ion in einer Paul-Falle beschrieben. Dieser Prozess ist sowohl für Oberflächenfallen (wie Bastille) als auch lineare Paul-Fallen (wie die Nanofaserfalle) gültig.

Das Speicherpotential setzt sich aus zwei Komponenten zusammen, dem RF-Pseudopotential und dem Potential der DC-Elektroden. Die beiden Komponenten und deren Basisfunktionen können addiert werden, weil das Superpositionsprinzip angewandt werden kann.

DC-Komponente: Für jede der N DC-Elektroden wird eine numerische Basisfunktion $\hat{V}_i(\mathbf{r})$ in Form einer Matrix berechnet. Dabei wird die jeweilige Elektrode auf 1 V gelegt und die restlichen auf Erde (V = 0). Das Potential einer Elektrode ergibt sich aus Multiplikation der anliegenden Spannung in Form des Spannungsfaktors $v_i = V_i/Volt$) mit der entsprechenden Basisfunktion. Die gesamte DC-Komponente des Speicherpotentials ergibt sich aus der Summe der Einzelkomponenten:

$$\Phi_{\rm DC}\left(\boldsymbol{r}\right) = e \sum_{i=1}^{N} v_{\rm i} \cdot \hat{V}_{\rm i}\left(\boldsymbol{r}\right)$$
(2.9)

Pseudopotentialkomponente: Bei der Berechnung des Pseudopotentials wird zuerst eine Basisfunktion für die RF-Elektroden \hat{V}_{RF} berechnet. Die RF-Elektroden liegt auf 1 V, die restlichen Elektroden auf Erde. Das Pseudopotential wird mit Hilfe von Gleichung 2.5 berechnet (Skalierung durch den Span-

¹COMSOL Multiphysics 4.4

²CPO3D/Di, Scientific Instrument Services

2.3. Computersimulationen

nungsfaktor *u*_{RF} für die RF-Spannung):

$$\Phi_{\rm RF}\left(\boldsymbol{r}\right) = \frac{e^2}{4m\omega_{\rm RF}^2} u_{\rm RF}^2 \left|\nabla \hat{V}_{\rm RF}\left(\boldsymbol{r}\right)\right|^2,\tag{2.10}$$

Das Speicherpotential ergibt sich aus der Summe der beiden Komponenten:

$$\Phi_{\text{sim}}(\boldsymbol{r}) = \Phi_{\text{DC}}(\boldsymbol{r}) + \Phi_{\text{RF}}(\boldsymbol{r})$$
(2.11)

Auf diese Weise wird in Teilabschnitt 3.2.3 das Speicherpotential für die Oberflächenfalle Bastille berechnet. Hierbei ist zu beachten, dass das RF-Pseudopotential aufgrund der Fallengeometrie auch zum Einschluss entlang der Fallenachse beiträgt.

Für eine lineare Paul-Falle gilt Folgendes: Ist man nur am Einschluss entlang der z-Achse und nicht am radialen Einschluss interessiert, muss nur das Potential der Endkappen betrachtet werden. Dementsprechend muss das RF-Pseudopotential nicht berechnet werden, weil es keinen Einfluss auf den Einschluss entlang der z-Achse hat. Diese Methode wird bei der Simulation der Verschiebung des Speicherminimums entlang der z-Achse unter Einfluss einer geladenen Nanofaser in Teilabschnitt 4.2.3.4 eingesetzt.

3.1. Experimenteller Aufbau

Der für diesen Teil der Arbeit verwendete experimentelle Aufbau lässt sich in zwei wesentliche Bereiche einteilen: Das Ionenfallensystem und das Fasermanipulatorsystem. Das Ionenfallensystem mit der Oberflächenfalle Bastille dient zur stabilen Speicherung der Ionen. Das Fasermanipulatorsystem dient zur Bewegung einer Multimodefaser, die für verschiedene Experimente an gespeicherte Ionen herangebracht wird.

An dieser Stelle wird kurz auf die Entstehungsgeschichte des Aufbaus eingegangen, um die von mir getätigten Arbeiten besser von jenen anderer Mitglieder der AG Blatt abzugrenzen. Der Aufbau des ursprünglichen Bastille-Experiments erfolgte von Felicity Splatt im Rahmen ihrer Dissertation über die Entwicklung und den Betrieb von miniaturisierten Ionenfallen für skalierbare Quantencomputer [20]. Mit diesem Aufbau konnten grundlegende Experimente zur Quanteninformationsverarbeitung durchgeführt werden. Es wurden unter anderem eine Ionenkette, bestehend aus bis zu 43 Ionen mit nahezu gleichförmigem Abstand zu den Nachbarionen, erzeugt und die Anordnung eines Ionenkristalls gezielt verändert [20] [34]. Angesichts zu hoher Heizraten konnte die Falle nicht für Experimente mit Quantenoperationen verwendet werden.

Aufgrund der einfachen Handhabung des experimentellen Aufbaus und der Zugänglichkeit der Ionen in der Falle wurden allerdings andere Verwendungsmöglichkeiten für das Bastille-Experiment gefunden. Der Aufbau wurde von Maximilian Harlander adaptiert, um lichtinduzierte Ladungseffekte auf Dielektrika an einer beschichteten Glasplatte zu untersuchen (siehe Referenz [32]). Dazu wurde die Vakuumkammer am Satellitenflansch S1 mit einem Manipulator, der zur Bewegung und Annäherung der Glasplatte an die Ionen diente, ergänzt. Zur Untersuchung der Realisierbarkeit eines Faserresonator-Experiments (das in Referenz [14] beschrieben ist), wurde der von Maximilian Harlander zusammengestellte Aufbau von Birgit Brandstätter verwendet, um eine Glasfaser an gespeicherte Ionen heranzubringen. Dieser Prozess war stark durch die niedrige Präzision und fehlende Bewegungsachsen des vorhandenen Manipulators eingeschränkt. Dieser besaß nur eine Verstellachse, mit einer Schrittweite von circa 1 mm. Deshalb wurde dieser Manipulator durch einen Dreiachsmanipulator¹ mit hoher Präzision ausgetauscht (siehe Teilabschnitt 3.1.2).

Adam Pauli hat das Bastille-Experiment im Rahmen seiner Diplomarbeit über die Steuerung der Bewegungsfreiheitsgrade von Ionen in einer Oberflächenfalle [28] adaptiert. Der von ihm implementierte

¹Modell: VG Scienta, bestehend aus MRXZ2570 (Z-Richtung) und MRXXY12 (X- und Y-Richtung)

Aufbau erlaubt es, alle 11 Elektroden der Falle getrennt mit Hilfe eines TrICS-Interfaces² zu steuern. Die Steuerung des Experiments erfolgte zuvor mit einem QFP-Interface³ und bot nur eingeschränkte Möglichkeiten, die Bewegung der Ionen in der Falle zu steuern. Grund dafür war hauptsächlich, dass nicht alle 11 Elektroden getrennt steuerbar waren. Die Endkappen (Elektroden 1, 5, 6 und 10) und die mittleren Elektroden (3 und 8) wurden jeweils auf der gleichen Spannung gehalten. Die Implementierung des von Adam Pauli zusammengestellten experimentellen Aufbaus erfolgte teilweise gemeinsam mit mir.

Die Adaptierung der Kammer mit dem Dreiachsmanipulator durch Birgit Brandstätter und die Aufbauarbeiten gemeinsam mit Adam Pauli bilden die Grundlage für die hier verwendeten Versuchsaufbauten. Die verbesserte Kontrolle der Faserbewegung durch den neu installierten Manipulator und die verbesserte Kontrolle der Ionenbewegung durch die neu implementierte Elektrodensteuerung stellten wesentliche Fortschritte zu den im Vorfeld von Birgit Brandstätter durchgeführten Experimenten zur Faser-Ionen-Annäherung dar. In den folgenden Teilabschnitten werden die wesentlichen Komponenten des experimentellen Aufbaus mit ihren Teilkomponenten beschrieben: Ionenfallensystem (Oberflächenfalle Bastille, Elektronik und TrICS-Interface, Vakuumkammer, Lasersysteme, optischer Aufbau, Abbildungssystem, Laden von Ionen) und Fasermanipulatorsystem (Fasermanipulator, Bestimmung der Faserpostion).

3.1.1. Ionenfallensystem

3.1.1.1. Oberflächenfalle Bastille

Bei Bastille handelt es sich um eine mit Hilfe einer Leiterplatte hergestellte Oberflächenfalle. Das Design (siehe Abbildung 3.1) stammt aus der Gruppe von Prof. Isaac Chuang am Massachusetts Institute of Technology [20]. Die Falle besteht aus 11 DC-Elektroden und einer RF-Schiene mit drei Schienenteilen. Zwei Schienenteile sind waagrecht zur Fallenachse, eines senkrecht dazu auf einer Seite der Falle angeordnet. Die beiden DC-Elektroden laut Spezifikation des Fünf-Elektroden-Designs (siehe 2.2.3) wurden jeweils in fünf Segmente geteilt. Eine DC-Elektrode befindet sich zwischen den RF-Schienen parallel zur Fallenachse. Die Außenabmessungen der Elektrodenanordnung betragen 12 450 um mal 12 450 um. Die Elektroden bestehen aus einer 20 µm dicken Kupferschicht auf einem 635 µm dicken Substrat aus Rogers 4350 (vakuumtaugliches Dielektrikum). Ein Teil des Substrates zwischen den RF-Elektroden und der mittleren Elektrode sowie zwischen der mittleren Elektrode und den segmentieren DC-Elektroden wurde durch Fräsen entfernt. Dies soll die Bildung von Kurzschlüssen durch Kalziumablagerungen verhindern. Außerdem wird so der Einfluss des Dielektrikums reduziert. Die Wände der durch das Fräsen entstandenen Rillen sind mit Kupfer beschichtet. Diese Kupferbeschichtung dient zur Verminderung von Störungen des Fallenpotentials durch Ansammlungen von Streuladungen an der Oberfläche [20]. Die Beschichtung verbreitert die Elektroden um 40 µm und verschmälert den Raum zwischen den Elektroden entsprechend.

Weitere Eigenschaften der Oberflächenfalle Bastille^[28] [20]: Die durchschnittliche Höhe des RF-Minimums über der Falle beträgt 850 µm. Die asymmetrische Anordnung der RF-Schienen bezogen

²TrICS steht für Trapped Ion Control System und ist eine in der AG Blatt entwickelte Software zur Steuerung von Experimenten.

³QFP ist ein auf National Instruments LabVIEW basierendes Steuerungsprogramm für Experimente.



Abbildung 3.1.: Oberflächenfalle Bastille: (a) Foto: Kupferelektroden auf einer Leiterplatte. (b) Schematische Darstellung mit Elektrodenbezeichnungen: DC-Elektroden 1-11 und RF-Elektroden. Die gestrichelte rote Linie zeigt die Position des RF-Minimums entlang der z-Achse an. Die blaue Linie zeigt den Strahlverlauf der Laserstrahlen an. (c) Schnittdarstellung in der x-y-Ebene entlang der Fallenmitte: Das RF-Minimum liegt circa 850 µm über der Fallenoberfläche (roter Kreis). (Foto Bastille: AG Blatt, Grafiken: siehe auch Referenzen [28] und [32].)

auf die *x*-Achse führt zu einer Änderung der vertikalen Position des RF-Minimums (Höhe über der Falle) entlang der *z*-Achse um circa 200 µm. Die Fallentiefe beträgt, abhängig von den verwendeten DC-Potentialen, mehrere hundert meV. Unter typischen Bedingungen liegen die Säkularfrequenzen in folgenden Bereichen: $0.2 \text{ MHz} < \omega_x < 0.4 \text{ MHz}, 0.7 \text{ MHz} < \omega_y < 1.1 \text{ MHz}$ und $0.1 \text{ MHz} < \omega_z < 0.2 \text{ MHz}$. Weitere Details zur Bastille-Falle finden sich in den Referenzen [20] und [28].

3.1.1.2. Elektronik und TrICS-Interface

3.1.1.2.1. Radiofrequenzspannungen

Die Falle wurde mit RF-Spannungen $V_{\rm RF} = 300 \,\rm V \cdot 500 \,\rm V$ und einer Treiberfrequenz von 10,2 MHz betrieben ($\omega_{\rm RF} = 2\pi \cdot 10,2 \,\rm MHz$). Hierzu wurde das Signal eines Signalgenerators⁴ mit Hilfe eines Radiofrequenzverstärkers⁵ verstärkt und anschließend durch einen Spulenresonator gesendet. Die Resonanzfrequenz des Resonators wurde wie folgt gefunden: Das vom Resonator reflektierte Signal wird über einen Richtkoppler an einem Stehwellenmessgerät⁶ unter Verstimmung der Treiberfrequenz beobachtet. Fällt dabei die Treiberfrequenz auf die Resonanzfrequenz wird das reflektierte Signal minimal.

3.1.1.2.2. Gleichspannungen

Die Bereitstellung der DC-Spannungen an den Elektroden erfolgt durch folgende Anordnung: Das TrICS-Interface steuert eine Datenerfassungskarte⁷ (kurz DAQ-Karte⁸) an und die Ausgabe dieser Karte geht

⁴Marconi Instruments; 2022E

⁵Mini Circuits; ZHL-1-2W-S

⁶Daiwa; CN-101CL

⁷National Instruments; PCI-6703 DAQ

⁸DAQ steht für data acquisition und bedeutet Datenerfassung.

über eine Platine mit Verstärkern und Filtern zur Falle. Das TrICS-Interface wird in Teilabschnitt 3.1.1.2.3 näher beschrieben. Die DAQ-Karte besitzt 16 analoge Ausgangskanäle und liefert Ausgangsspannungen von –10 V bis 10 V. Für die Endkappenspannungen werden diese Ausgangsspannungen mit Hilfe von Verstärkern (Verstärkungsfaktor: 11) auf die benötigten Werte zwischen 30 V und 50 V gebracht. Tiefpassfilter mit einer Grenzfrequenz von 72 Hz verhindern, dass hochfrequente Störsignale die DC-Elektroden erreichen, und dass die Verstärker durch Aufnahme von RF-Spannungen an den DC-Elektroden gestört werden. RF-Spannungen an DC-Elektroden können zu unerwünschter Mikrobewegung der Ionen und damit zu Abstrichen in den Speicherbedingungen führen [20]. Die Platine mit den Verstärkern und Filtern befindet sich in einem Metallgehäuse und ist direkt an der Durchführung zur Vakuumkammer angebracht (siehe Teilabschnitt 3.1.1.3).[28]

3.1.1.2.3. Steuerung der Bewegung der Ionen und TrICS-Interface

Das TrICS-Interface erlaubt eine Steuerung aller sechs klassischen Freiheitsgrade der Ionenbewegung in einer Falle. Es können die drei räumlichen Komponenten der Bewegung in x-, y-, und z-Richtung sowie die Bewegungsfrequenzen ω_x , ω_y , ω_z entlang aller Achsen kontrolliert werden. Die Steuerung der x/y/z-Bewegungen erfolgt mit Dipolen, die durch das Anlegen von Spannungen an den DC-Elektroden erzeugt werden. Die Bewegungsfrequenzen werden durch Quadrupole kontrolliert. Diesem Konzept liegt eine Multipolentwicklung der DC-Felder zugrunde. Das System erlaubt es, anhand von Dipolen, Bewegungen in x-Richtung (Schieber M1 in TrICS), y-Richtung (Schieber M2 in TrICS) und z-Richtung (Schieber M3 in TrICS) zu tätigen. Diese Bewegungen sind allerdings nicht perfekt voneinander entkoppelt. Für den x-Dipol M1 werden Bewegungen in y-Richtung mit einem Faktor von 4 und Bewegungen in z-Richtung mit Faktor 15 unterdrückt. Beim y-Dipol M2 beträgt der Unterdrückungsfaktor für die x-Richtung -7, jener in z-Richtung 3. Der z-Dipol M3 weist einen entsprechenden Faktor von -50 in x-Richtung und einen Faktor von 20 in y-Richtung auf. Dies bedeutet, dass speziell für Bewegungen, die nur entlang der y-Richtung erfolgen sollen (mit Dipol M2), unerwünschte Bewegungen entlang der anderen Richtung auftreten. Dieser Effekt wird in Abschnitt 3.2 nochmals aufgegriffen. Welche Spannungskombinationen einen entsprechenden Dipol erzeugen, ist aufgrund der Fallengeometrie abhängig von der z-Position. Das Interface erlaubt, diesen Effekt miteinzubeziehen, indem die Position relativ zu z = 0 mit dem Schieber ION_Z_POS angegeben werden kann. Die Quadrupole M4, M5 und M6 steuern die Bewegungsfrequenzen $\omega_x, \omega_y, \omega_z$. [28]

3.1.1.3. Vakuumkammer

Ionenfallenexperimente benötigen sehr geringe Hintergrundgasdrücke, um Wechselwirkungen von Molekülen des Hintergrundgases mit den Ionen in der Falle zu vermeiden. Diese Wechselwirkungen in Form von Stößen und anderen damit verbundenen Reaktionen, können zum Verlust von Ionen führen [24]. Das Bastille-Experiment ist deshalb in einer Vakuumkammer unter Ultrahochvakuum bei circa $3 \cdot 10^{-11}$ mbar untergebracht. Die Kammer aus rostfreiem Stahl besteht aus zwei Teilen. Der vordere Teil weist eine Sechs-Wege-Kreuzkonfiguration auf und beinhaltet die Falle. Im hinteren Teil befinden sich die Pumpen und weitere Hilfskomponenten. Abbildung 3.2 zeigt eine schematische Darstellung der Kammer.

3.1. Experimenteller Aufbau

Bezeichnung des Schiebers	Beschreibung		
DC01-DC11	Spannung an DC-Elektroden DC1 bis DC11		
Electrode_Offset	Spannungsoffset für DC1 bis DC11		
Endcaps	Spannung an den Endkappenpaaren: DC10-DC5 und DC6-DC1		
ION_Z_POS	Arbeitspunkt entlang der z-Achse		
Lateral_Balance	Spannung an den Elektrodenpaaren DC9-DC4 und DC7-DC2		
M1-M3	Bewegung in x-, y- und z-Richtung (Dipole)		
M4-M6	Bewegungsfrequenzen $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ (Quadrupole)		
Middle_Electrodes	Spannung an den mittleren Elektroden: DC8-DC3		
Vertical_Balance	Spannung an den Elektrodenpaaren DC9-DC7 und DC4-DC2		

Tabelle 3.1.: Elektrodensteuerung im TrICS-Interface

Vorderer Teil der Vakuumkammer: Die Falle Bastille ist senkrecht in der Mitte der Kreuzung, parallel zu Sichtfenster V3, montiert. Die Fallenachse liegt parallel zur Verbindungslinie der Sichtfenster V1 und V2. Der normal zur Fallenachse stehende Teil der RF-Schiene befindet sich auf der Seite von V2. Innerhalb der x-z-Ebene werden die Begriffe "links" und "rechts" verwendet: Dabei bedeutet "links" Richtung V1 und "rechts" Richtung V2. Laserstrahlen mit allen vier verwendeten Wellenlängen (397 nm, 866 nm, 422 nm und 375 nm) treten entlang des Hauptstrahlpfades (siehe 3.1.1.5) durch V1 in die Kammer ein, durch V2 wieder aus und werden dann geblockt. Der Strahlverlauf durch die Kammer weist einen kleinen Winkel zur z-Achse auf. Die geometrischen Abmessungen der Falle und der Kammer begrenzen die Freiheiten für den Strahlenverlauf. In der y-z-Ebene (senkrecht zur Fallenoberfläche) ist als maximaler Einfallswinkel $\alpha = 7^{\circ}$ möglich. Bei einem größeren Einfallswinkel würden die Strahlen die Falle treffen und Streulicht und Streuladungen produzieren. In der x-z-Ebene (parallel zur Fallenoberfläche) ermöglichen die Sichtfenster V1 und V2 durch ihre Größe und ihren Abstand zueinander einen maximalen Winkel von circa 9°. Die Komponenten der Strahlrichtung in x- und y-Richtung sind dementsprechend gering. Die Möglichkeiten zur effizienten Laserkühlung dieser Bewegungsfreiheitsgrade der Ionen sind deshalb beschränkt (siehe 3.1.1.4). Details zu den Lasersystemen und zum Strahlverlauf finden sich in den Teilabschnitten 3.1.1.4 und 3.1.1.5. Die Detektion der Fluoreszenz und die Abbildung der Ionen (siehe Teilabschnitt 3.1.1.6) erfolgt über das invertierte Sichtfenster V3. Der auf der Innenseite der Kammer liegende Fensterteil von Sichtfenster V3 ist circa 5 cm von der Fallenoberfläche entfernt. Die Durchführung für die Leitungen der DC-Spannungen befindet sich im oberen Arm der Kammer. Der Kalziumofen befindet sich im unteren Arm und besteht aus einem dünnwandigen mit Kalziumgranulat gefülltem Stahlröhrchen mit einem Durchmesser von 1,8 mm. Durch Widerstandsheizen wird der Ofen auf Temperaturen von über 500 K aufgeheizt, wodurch Kalziumdampf aus dem Röhrchen in Richtung der Fangregion der Falle ausgestoßen wird. Am Satellitenflansch S1 ist der Fasermanipulator zur Annäherung der Faser an die Ionen angebracht (siehe Teilabschnitt 3.1.2).

Hinterer Teil der Vakuumkammer: Der Arm gegenüber von Sichtfenster V3 verbindet den Teil der Kammer, in dem sich die Falle befindet, mit dem Teil, der die Vakuumpumpen, Druckmessgeräte und die Durchführung der RF-Leitungen beinhaltet. Das Pumpensystem besteht aus einer Ionengetterpum-



Abbildung 3.2.: Vakuumkammer des Bastille-Experiments (Zeichnung): Der vordere Teil der Kammer dient als Experimentierkammer. Am hinteren Teil sind die Pumpen und weitere Hilfskomponenten angebracht. Die Falle Bastille ist parallel zu Sichtfenster V3 montiert. Die Fallenachse liegt parallel zur Verbindungslinie der Sichtfenster V1 und V2. Die Laserstrahlen treten durch V1 in die Kammer ein und durch V2 wieder aus. Der Fasermanipulator (nicht eingezeichnet) ist am Satellitenflansch S1 angebracht. Die Kammer hat noch 3 weitere Satellitenflansche, die nicht verwendet werden und nicht eingezeichnet sind.

(Mit freundlicher Genehmigung von Felicity Splatt [20] erhalten und bearbeitet.)

pe⁹, die im Dauerbetrieb läuft und einer Titan-Sublimationspumpe¹⁰, welche bei Bedarf zugeschaltet wird. Der Druck in der Kammer beträgt typischerweise zwischen 10^{-10} mbar und 10^{-11} mbar und wird von der Ionengetterpumpe gehalten. Unter aktuellen Bedingungen läuft nur die Ionengetterpumpe durchgehend, um diesen Druck zu halten. Steigt der Druck über 10^{-10} mbar soll die Titan-Sublimationspumpe zugeschaltet werden. Der Druck wird mit einem Bayard-Alpert-Vakuummeter gemessen. [20]

3.1.1.4. Lasersysteme

Alle vier verwendeten Lasersysteme befinden sich auf optischen Tischen, die sich an verschiedenen Positionen im großen Labor der AG Blatt befinden. Die Laserstrahlen werden aufgeteilt und mit Glasfasern zu den einzelnen Experimenten geleitet. Die Frequenzen werden mit einem Wellenlängenmesser gemes-

⁹Varian; StarCell 20L/s

¹⁰Varian; 9160050

Lasersysteme					
	Photoionisation		Kühlung, Nachweis, Rückpumpen		
422 nm	Anregung 4^1 S ₀ zu 4^1 P ₁	397 nm	Doppler-Kühlung, Nachweis an 4^2 S _{1/2} zu 4^2 P _{1/2}		
375 nm	Anregung ins Kontinuum	866 nm	Rückpumpen am Übergang $3^2D_{3/2}$ zu $4^2P_{1/2}$		

Tabelle 3.2.: Im Ionenfallensystem Bastille eingesetzte Lasersysteme

sen.

Photoionisation (PI): Die Erzeugung der positiv geladenen Kalziumionen erfolgt mittels Photoionisation des vom Ofen ausgestoßenen, atomaren Kalziumdampfs. Der Photoionisationsprozess erfolgt in zwei Stufen [35]: Zuerst wird der Übergang von 4^1S_0 zu 4^1P_1 mit einer Wellenlänge von 422,6 nm resonant angeregt. Anschließend erfolgt die Anregung mit 375 nm von 4^1P_1 ins Kontinuum und somit die Ionisation des Atoms. Für die resonante Anregung wurde zu Beginn der experimentellen Arbeiten ein frequenzverdoppelter gitterstabilisierter Diodenlaser¹¹, im weiteren Verlauf ein gitterstabilisierter Diodenlaser¹² (ohne Verdopplung) verwendet. Für die Anregung ins Kontinuum wurde ebenfalls ein gitterstabilisierter Diodenlaser¹³ beziehungsweise eine frei laufende Laserdiode verwendet. Details zur Implementierung der resonanten Anregung des Ionisationsprozesses finden sich in Referenz [28].

Doppler-Kühlung, optischer Nachweis und Rückpumpen: Die hier angeführten Übergänge und Prozesse im Kalziumion wurden bereits im Kapitel 2.1 beschrieben, Abbildung 2.1 zeigt das entsprechende Termschema. Der Dipolübergang $4^2S_{1/2}$ zu $4^2P_{1/2}$ mit einer Wellenlänge von 396,8 nm wird verwendet, um die Ionen mittels Doppler-Kühlung zu kühlen und nachzuweisen. Die Laserstrahlung wird durch einen frequenzverdoppelten Titan-Saphir-Laser erzeugt, der von einem Festkörperlaser¹⁴ gepumpt wird. Die Wellenlänge des Lasers wird durch einen Resonator stabilisiert. Die Frequenz des 397-nm-Lasers wird mittels eines Doppelpass-AOM-Aufbaus¹⁵ mit einer Treiberfrequenz von 80 MHz um 160 MHz verstimmt. Das Rückpumpen der Population im metastabilen $3^2D_{3/2}$ -Zustand in den $4^2P_{1/2}$ erfolgt mit einer Wellenlänge von 866,2 nm. Der entsprechende Laser ist ein zu einem Resonator stabilisierter Diodenlaser¹⁶. Ein Doppelpass-AOM-Aufbau mit 200 MHz wird verwendet, um Frequenz und Intensität des Lichtes zu verstimmen. Die Frequenz wird damit um 400 MHz verschoben.

3.1.1.5. Optischer Aufbau

Das Licht der im Teilabschnitt 3.1.1.4 beschriebenen Lasersysteme wird von den entsprechenden Tischen über Glasfasern zum Experimentiertisch gebracht. Dort befindet sich der im Folgenden beschriebene optische Aufbau für das Bastille-Experiment. Abbildung 3.3 zeigt eine Skizze des Aufbaus. Das Licht der

¹¹Toptica, DL-SHG pro

¹²Toptica, DL-100

¹³Toptica, DL-100

¹⁴Coherent, Verdi V10, Wellenlänge: 532 nm

¹⁵AOM steht für akustooptischer Modulator.

¹⁶Toptica; DL-100



Abbildung 3.3.: Optischer Aufbau des Bastille-Experiments (Skizze): Die vier Strahlen für 397 nm, 375 nm, 422 nm und 866 nm werden durch die drei Bandfilter BF1, BF2 und BF3 überlagert. Die überlagerten Strahlen entlang des Haupstrahlpfades werden über ein Periskop durch das Sichtfenster V1 in die Kammer geleitet, nach Austreten aus V2 werden sie geblockt. Der 397-nm-Strahl wird mit der Linse L1 in den AOM fokussiert. Die Linsen L2 und L3 dienen zur Anpassung der Strahltaille des 375-nm-Strahls. Mit L4 werden die Strahlen im Haupstrahlpfad auf die Fangregion über der Fallenmitte fokussiert. Im Pfad des 866-nm-Strahls befindet sich eine Abzweigung zur Faser im Fasermanipulator bestehend aus einem polarisierenden Strahlteiler (PSS) und einer $\lambda/2$ -Platte. Der optische Nachweis der 397-nm-Fluoreszenz erfolgt über das Objektiv an V3 auf einer CCD-Kamera. (Mit freundlicher Genehmigung von Adam Pauli [28] erhalten und bearbeitet.)

Wellenlänge 397 nm wird durch einen AOM geschickt und um 80 MHz ins Rote frequenzverschoben. Die erste Beugungsordnung wird in eine kurze Monomodefaser eingekoppelt, um die restlichen, unerwünschten Beugungsordnungen auszublenden. Zur Maximierung der Beugungseffizienz im AOM wird die Polarisation des Strahls mit einer $\lambda/2$ -Platte angepasst. Das Licht des 375-nm-Lasers wird mit dem Experiment "Segmentierte Falle"geteilt und kann mit einem Kippspiegel umgeleitet werden. Die Taille des 375-nm-Strahls wird mit Hilfe eines Teleskops bestehend aus zwei Linsen mit Brennweiten von f = 300 mm und f = 100 mm angepasst. Die Taillen des 422-nm- und des 866-nm-Strahls ergeben sich durch die Kollimatorlinsen der Faserkoppler. Das Überlappen der Strahlen erfolgt auf sehr schmalen Bandfiltern und mit Hilfe einer Lochblende. Schließlich wird der Strahlengang über ein Periskop auf die Höhe des Sichtfensters V1 gebracht. Dieser Strahlpfad wird im Folgenden als Hauptstrahlpfad bezeichnet. Die überlagerten Strahlen werden mit Hilfe der Umlenkspiegel des Periskops in der Fallenmitte circa 850µm über Bastille positioniert. Weitere Details zu diesen Teilen des optischen Aufbaus liefert Referenz [28].

Im Pfad des 866-nm-Lasers befindet sich eine Abzweigung, die es ermöglicht, Licht durch die Faser im Faserhalter zu schicken. Die Intensität des abgezweigten Lichts wird mit Hilfe eines polarisierenden Strahlteilers und einer $\lambda/2$ -Platte eingestellt. Der abgezweigte Strahl wird in eine Multimodefaser eingekoppelt. Diese führt zum Faserkoppler des Fasermanipulators und erlaubt somit eine Kopplung an die Faser in der Kammer (siehe 3.1.2). Unter Vernachlässigung der Absorption der Fasern tritt circa 75 % der außerhalb der Kammer eingekoppelten Laserleistung aus dem Faserende in der Kammer aus.

Wie beschrieben, musste das 375-nm-Licht mit einem weiteren Experiment geteilt werden. Dies erschwerte die experimentellen Arbeiten. Zur Sicherstellung einer unabhängigen Verfügbarkeit wurde deshalb zwischenzeitlich ein leicht veränderter Laseraufbau zur Photoionisation verwendet. Bei diesem Aufbau wurde eine frei laufende Laserdiode auf dem optischen Tisch, auf dem sich der 422-nm-Laser befindet, installiert. Die Strahlen der beiden Laser wurden wie beim Aufbau in 3.3 mit einem schmalbandigen Bandfilter überlagert und gemeinsam in einer Glasfaser zum Experiment geleitet. Dementsprechend wurde der Aufbau in Abbildung 3.3 verändert und der Bandfilter BF1 zu Überlagerung dieser beiden Strahlen entfernt.

3.1.1.6. Abbildungssystem

Die Abbildung der Ionen und der Glasfaser erfolgt durch das invertierte Sichtfenster V3 (siehe Kapitel 3.1.1.3) und ein Objektiv auf eine EMCCD-Digitalkamera¹⁷ mit einer Chipgröße von 658 mal 498 Pixel. Das Objektiv besteht aus einer maßgefertigten Linse (Blendenzahl $F_{\#} = 1,7$; numerische Apertur NA = 0,28; Brennweite f = 67 mm), montiert auf einem Verschiebetisch. Das Bild der CCD-Kamera wird mit der Software Andor Solis am Bildschirm sichtbar gemacht. Mit Hilfe des Verschiebetischs kann der Fokus des Objektivs entlang der *y*-Achse (normal zur Fallenoberfläche) um circa 15 mm verschoben werden, wobei nur 8,5 mm dieses Bereichs über der Fallenoberfläche liegen. Dies erlaubt das Scharfstellen auf verschiedene Tiefenebenen, wie jene der Fallenoberfläche, der gefangenen Ionen oder der Glasfaser. Die Ionen befinden sich etwa 0,85 mm über der Fallenoberfläche, somit können Ebenen im Bereich von 7,65 mm über den Ionen scharf gestellt werden. Für das Feststellen einer bestimmten Position durch Scharfstellen gilt ein Fehler von mindestens 0,05 mm. Dieser Fehler setzt sich zusammen aus der Ungenauigkeit der Positionierung des Objektivs durch den Verschiebetisch, aus dem Ablesefehler an der Mikrometerschraube und der Wahrnehmung des Beobachters, ab wann ein Punkt scharf gestellt ist. Diese Wahrnehmung wird auch durch unterschiedliche Einstellungen in Solis oder unterschiedliche Bildschirmeinstellungen oder -modelle verändert.

Damit Abständen, wie zum Beispiel dem Abstand der Ionen zueinander oder dem Abstand zwischen Faser und Ionen, die auf der Kamera (gemessen in Pixel) abgebildet werden, eine Größe in µm zugeordnet werden kann, muss die Pixelskala kalibriert werden. Gesucht ist also das Darstellungsverhältnis Pixel am CCD-Chip zu Abmessung in µm. Liegt der Fokus des Objektivs auf der Fallenoberfläche, so ergibt sich in

¹⁷EMCCD steht f
ür electron multiplying charge-coupled device, es handelt sich um eine CCD-Kamera mit Verst
ärker. Modell: Andor, Luca-S DL-658M

dieser Ebene folgendes Darstellungsverhältnis: 1 Pixel $=(2,46 \pm 0,10) \mu m$ [28]. Somit bildet die Kamera in der *x*-*z*-Ebene ein Fenster von circa 1,6 mm (Breite) mal 1,2 mm (Höhe) ab.

Für das Objektiv ergibt sich ein Abbildungsraum von 1,6 mm (Breite) mal 1,2 mm (Höhe) in der *x-z*-Ebene und eine Tiefe von circa 7,65 mm entlang der *y*-Achse (gemessen von der Ebene der Ionen). Der Abbildungsbereich in der *x-z*-Ebene lässt sich mit Hilfe von Verstellschrauben am letzten Umlenkspiegel vor der Kamera verschieben (siehe Abbildung 3.3). Üblicherweise liegt dieser Abbildungsbereich zentriert über der Fallenmitte.

Die gespeicherten Ionen werden wie folgt abgebildet: Vor der Kamera befinden sich drei Bandfilter¹⁸, die in Kombination nur Licht im Wellenlängenbereich um 397 nm durchlassen¹⁹. Ein Teil der Fluoreszenz wird über das Objektiv gesammelt und trifft auf die Kamera.

3.1.1.7. Laden von Ionen und Optimieren der Speicherbedingungen

Zum Laden der Ionen werden benötigt: geeignete Fallenspannungen (RF-Spannung mit entsprechender Frequenz, DC-Spannungen), in der Fangregion überlappende Laser (Photoionisation, Kühlung und Rückpumpen mit passender Frequenz und ausreichend Leistung) und Kalziumdampf in der Fangregion. Typische Ladebedingungen sind in der Tabelle 3.3 aufgelistet. Die Faser befindet sich beim Ladeprozess auf der Nullposition des Manipulators und übt somit keinen Einfluss auf die Ionen aus. Experimentelle Ergebnisse für Faserpositionen näher an den gespeicherten Ionen werden im Kapitel 3.2 beschrieben. Nachdem Ionen geladen wurden, werden die Speicherbedingungen optimiert. Die Strahlpfade für 866 nm und 397 nm werden anhand des Fluoreszenzsignals der Ionen optimiert, dies erfolgt mit Hilfe der Verstellschrauben an den Umlenkspiegeln vor der Kammer (siehe Abbildung 3.3).

Im nächsten Schritt wird die Mikrobewegung der Ionen minimiert [31], dazu wird mit nur einem Ion in der Falle gearbeitet. Ziel ist es, das Ion in das RF-Minimum zu bewegen. Die Position des Ions in der Falle wird am Bildschirm unter Veränderung der RF-Amplitude (Vergrößern und Verkleinern) beobachtet. Die folgende Methode kann in diesem Experiment nur zur Kompensation in *x*-Richtung eingesetzt werden, weil nur Bewegungen entlang dieser Richtung mit ausreichender Genauigkeit abgebildet werden können. Auf die Kompensation in *y*-Richtung wird weiter unten noch eingegangen. Befindet sich das Ion im RF-Minimum, ist seine Position unabhängig von der RF-Amplitude. Wirkt allerdings ein DC-Feld, welches das Ion aus dieser Nullposition herausdrückt, so ändert sich die Position des Ions, wenn die RF-Amplitude und somit die Stärke des Pseudopotentials (siehe 2.2.1) herabgesetzt wird. Das Ion wird dann noch weiter aus dieser Position des Ions am Bildschirm markiert (Ursprungsposition). Nun wurde die Amplitude verringert. Veränderte sich die Position des Ions, wurde es mit Hilfe von DC-Spannungen (vorwiegend mit M1) wieder auf die Ursprungsposition gebracht. Anschließend wird die RF-Amplitude wieder erhöht und der Prozess iterativ wiederholt, bis keine Veränderung mehr festgestellt werden kann. Es gilt also, das Minimum der DC-Spannungen mit jenem des Pseudopotentials zu überlappen.

Die Mikrobewegung entlang der y-Achse bringt das Ion entlang dieser Achse zum Schwingen. Dies

¹⁸Semrock, FF01-417/60-25-16 und Semrock und zwei Stück FF01-395/11-25

¹⁹Es gilt eine Bandbreite von 17 nm, zentriert bei 395 nm, mit einer Transmissionsrate von 83 % für 397 nm [20].

Laserwellenlänge (nm)	Laserleistung (mW)	DC-Spannungen	
375	280	Elektrode	Spannung V_i (V)
422	700	DC1	46,89
866	750	DC2	5,47
397	420	DC3	19,04
		DC4	-0,05
		DC5	51,89
RF-Spar	inung	DC6	46,66
RF-Frequenz (MHz)	10,249	DC7	4,31
RF-Amplitude (V)	400	DC8	19,50
		DC9	-1,03
		DC10	51,60
Ofenstrom (A)	3,8	DC11	6,84

Tabelle 3.3.: Typische Parameter zum Laden von Ionen in Bastille

führt dazu, dass das Fluoreszenzsignal des Ions am Bildschirm fluktuiert, der Umriss dieses Signals kann nicht mehr genau lokalisiert werden. Die Mikrobewegung entlang der *y*-Achse wird mit einem sehr einfachen Verfahren kompensiert: Die Höhe des Ions über der Falle wird verändert (mit Schieber M3 in TrICS) und dabei das Bild des Ions beobachtet. Die Höhe wird auf jenen Wert eingestellt, der den Umriss des Fluoreszenzsignals am besten lokalisiert erscheinen lässt. Für weitere, aufwendigere Methoden zur Minimierung der Mikrobewegung wird auf Referenz [23] verwiesen.

Die Speicherbedingungen sind nur für ein bestimmtes Volumen um das Minimum optimiert. Befinden sich die Ionen außerhalb dieser Region, können sie aufgrund der zu geringen Laserleistung nicht mehr ausreichend gekühlt werden und es besteht die Möglichkeit, dass sie die Falle verlassen.

3.1.2. Fasermanipulatorsystem

3.1.2.1. Fasermanipulator

Abbildung 3.4 zeigt eine Zeichnung des Manipulators, mit der Bezeichnung der wichtigsten Komponenten. Der Manipulator ist am Satellitenflansch S1 angebracht und besteht aus zwei Modulen, die gemeinsam eine Bewegung in drei Achsen erlauben. Die Achsen im Koordinatensystem der Falle werden mit Kleinbuchstaben (x, y, z), jene des Fasermanipulators mit Großbuchstaben (X, Y, Z) bezeichnet. Folgende Verstellwege sind möglich: 250 mm entlang der Z-Achse (Auflösung der Mikrometerschraube: 0,005 mm), und 12,5 mm entlang je der X-, und Y-Achse (Auflösung der Mikrometerschraube: 0,005 mm). Abbildung 3.5 zeigt den experimentellen Aufbau im x-z-Querschnitt: Falle Bastille, Hauptstrahlpfad, Fasermanipulator und Objektiv zur Abbildung der Ionen.

Im Faserhalter (verschraubte Scharnierkonstruktion, siehe kleines Bild in Abbildung 3.4) ist eine Multimode-Gradientenfaser eingespannt, die einmal um den Arm des Halters gewickelt ist und daran nach oben entlang läuft. Die eingespannte Faser hat folgende Eigenschaften: NA = 0.2; Außendurchmesser $D = 125 \,\mu\text{m}$, Kerndurchmesser $d = 50 \,\mu\text{m}$, Polyimide-Beschichtung. Am oberen Ende ist sie



Abbildung 3.4.: Fasermanipulator mit Vakuumkammer (technische Zeichnung): Das kleine Bild zeigt den Faserhalter, die Faser und die Ionenfalle. Es handelt sich um eine vereinfachte Darstellung: Der Satellitenflansch S2, die Halterung, die Stützen des Fasermanipulators sowie der Fallenaufbau sind nicht eingezeichnet.

(Mit freundlicher Genehmigung von Birgit Brandstätter erhalten und bearbeitet.)

mit einem vakuumtauglichen LWL-Steckverbinder²⁰ versehen und an einem Faserkoppler angebracht. Dieser Koppler ermöglicht es, die eingespannte Faser mit einer Glasfaser außerhalb der Kammer zu verbinden. Durch diese Faser kann dann Licht in die eingespannte Faser eingespeist werden (siehe Teilabschnitt 3.1.1.5). Auf der unteren Seite ist ihr blankes Ende²¹ im Halter eingespannt. Die Faser steht bei der Halterung circa 14 mm über (siehe Detailbild in Abbildung 3.4), die Polyimidebeschichtung ist vom blanken Ende her über eine Länge von circa 7 mm entfernt worden.

Beim Verstellen durch die Mikrometerschrauben können Schwingungen auf den Halterstab und somit auf die Faserhalterung übertragen werden. Bei Stellungen, die einem Abstand Faser-Fallenoberfläche von circa 2 mm entsprechen, können diese Schwingungen eine Amplitude von mehreren Hundert Mikrometern entlang der x- und z-Achse haben. Beim Zurückfahren der Faser in den oberen Teil des Manipulators muss darauf geachtet werden, dass die Verstellschrauben für X und Y ungefähr auf ihrer Nullposition stehen, damit der Faserhalter nicht an der Innenwand der Kammer streift oder anstößt.

Koordinatensystem des Manipulators: Die Umrechnung zwischen dem Bastille-Bezugssystem und dem Bezugssystem des Manipulators (siehe Abbildung 3.4) erfolgte mit Hilfe einer Routine in Wolfram Mathematica. Hierbei werden die Koordinatenspalten im Bastille-System mit folgender Drehmatrix

²⁰LWL steht für Lichtwellenleiter.

²¹Eine Faser, die auf einer Seite mit einem LWL-Steckverbinder versehen ist und auf der anderen Seite ein blankes Ende aufweist, wird auch als Pigtail bezeichnet.

3.1. Experimenteller Aufbau



Abbildung 3.5.: Experimenteller Aufbau des Bastille-Fasermanipulator-Experiments (Skizze; Darstellung in der *y*-*z*-Ebene, Fasermanipulator in Draufsicht und verkleinert dargestellt; kleines Bild: Draufsicht in der *x*-*z*-Ebene): In der Mitte der Kammer ist die Bastille-Ionenfalle angebracht, der Hauptstrahlpfad für Photoionisation, Kühlung/Nachweis und Rückpumpen führt durch V1 (Eintritt) und V2 (Austritt). Der Fasermanipulator erlaubt eine Bewegung der Faser über drei Achsen. Das Objektiv dient zur Abbildung der Ionen auf der CCD-Kamera.

multipliziert²²:

$$R = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}.$$

Diese Umrechnung erfolgt unter der Annahme, dass die Falle exakt parallel zur Ebene angebracht ist, die sich aus der Verbindungslinie der Sichtfenster V1 und V2 und der Senkrechten ergibt. Abweichungen, die aus einer entsprechenden nicht perfekten Parallelität entstehen, werden in der Umrechnung nicht beachtet. Weitere Quellen für systematische Abweichungen können sein: die Linsenachse des Objektives steht nicht genau senkrecht auf die Fallenoberfläche, dies führt zu Versatz entlang der z-Achse; das Abbildungsverhältnis am CCD ändert sich für verschiedene Fokusebenen, die verwendete Kalibrierung erfolgte allerdings für die Fallenoberfläche.

3.1.2.2. Bestimmung der Faserposition

Eine genaue Bestimmung der Faserposition mit Hilfe der CCD-Kamera kann nur erfolgen, falls sich die Faser innerhalb des Abbildungsbereiches des Objektivs befindet (siehe Teilabschnitt 3.1.1.6). Abbildung

²²Diese ergibt sich aus Anwendung zweier Drehmatrizen: Als erstes um den Vektor (0,1, -1) und anschließend um den Vektor (1,0,0) jeweils mit $\theta = 90^{\circ}$.



Abbildung 3.6.: Abbildung des vorderen Teils der Faser (Bilder der CCD-Kamera, Wellenlängenbereich: um 397 nm): (a) Der Fokus liegt auf der Faserspitze, die Faser wird vom 397-nm-Strahl gestreift und durch das so entstehende Streulicht sichtbar gemacht. (b) Der Fokus liegt in der Ebene der Ionen, die Faser ist als rundliche Struktur erkennbar.

3.6 zeigt Bilder der Faser. In Bild (a) wurde auf die Spitze der Faser scharf gestellt. Wenn sich die Faser innerhalb des Abbildungsraums befindet, aber nicht auf die Spitze (oder einen anderen Teil) fokussiert wurde, kann man sie in Form einer rundlichen Struktur erkennen. Bild (b) in Abbildung 3.6 zeigt diese rundliche Form, wenn auf die Ionen fokussiert wurde. Über die CCD-Kamera lässt sich die ungefähre Position der Faser am Rand des Abbildungsraums durch von ihr reflektiertes Streulicht, das aus einer bestimmten Richtung auf die Kamera einfällt, bestimmen. Eine sehr grobe Bestimmung der Faserposition kann durch V1 und V2 sowie durch das Sichtfenster in S2 erfolgen. Als Referenzpunkt für die Faserposition wird ein gut erkennbarer und gut scharfstellbarer Punkt an der Faserspitze verwendet (siehe Bild (a) in Abbildung 3.6).

Die Abstandsbestimmung zwischen Faser und Ionen wurde wie folgt vorgenommen (die Faser befindet sich im Abbildungsraum des Objektivs): Die Abstände in der x-z-Ebene werden anhand der Abstände nach Abbildung auf der CCD-Kamera bestimmt. Der Abstand entlang der y-Achse wird durch Scharfstellen auf verschiedene Ebenen bestimmt. Es werden die Pixelnummern in x- und z-Richtung der Ionenposition (bei mehreren Ionen wird der z-Mittelpunkt der Ionenkette verwendet) notiert, anschließend wird der Fokus auf die Ebene der Faserspitze gelegt. Nun wird die Pixelposition des Bezugspunkts festgestellt und notiert. Die Abstände Δx und Δz ergeben sich aus der Differenz der Pixelpositionen multipliziert mit dem Umrechnungsfaktor für die Pixelskala (siehe 3.1.1.6). Der Abstand in y-Richtung Δy ergibt sich aus der Differenz der abgelesenen Positionen für die beiden Fokusebenen (Ionen und Faser). Der direkte Abstand zwischen Ionen und Faserspitze ergibt sich aus dem Betrag der Abstände: $d = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2}$. Im Weiteren bezieht sich der Ausdruck "Abstand zwischen Faser und Ionen" immer auf die eben beschriebene Abstandsmessung.

3.2. Annäherung der Faser an Ionen

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der Experimente und Computersimulationen im Zusammenhang mit dem Bastille-Experiment präsentiert. Im Experiment wurde versucht, die Faser bis auf eine Entfernung von 200 µm an die Ionen heranzubringen. Dazugehörige Computersimulationen beschreiben das Speicherpotential der Ionen unter Einfluss einer dielektrischen Faser und des metallischen Halters.

3.2.1. Allgemeines zur Ablenkung der Ionen

Bei der Annäherung der Faser an die Ionen traten Ablenkungen der Ionen entlang aller Richtungen auf. Eine Beeinflussung der Ionen bei Annäherung der Faser kann bereits bei einem Faser-Ion-Abstand von $d \ge 10 \text{ mm}$ beobachtet werden. Aufgrund der Geometrie des Abbildungssystems (siehe Teilabschnitt 3.1.1.6) sind Ablenkungen entlang der *x*-Achse (parallel zur Fallenoberfläche) und *z*-Achse (Fallenachse) am besten sichtbar. Eine Ablenkung entlang der *y*-Achse (senkrecht zur Fallenoberfläche) wird sichtbar, weil sich die Ionen aus dem Fokus bewegen. Begleitet wird dieser Effekt davon, dass die Ionen aus dem RF-Minimum gedrückt werden und die Mikrobewegung entlang der *y*-Achse zunimmt, was durch ein Zittern der Ionen am Bildschirm sichtbar wird.

Die ersten einfachen Versuche, die Faser an die Ionen anzunähern, haben gezeigt, dass diese abstoßend wirkt (die Ionen bewegen sich bei einer Annäherung der Faser weg von ihr). Zu diesem Zeitpunkt war unklar, was die Ursachen für eine Verschiebung der Elektronen in der Falle sind. Als mögliche Kandidaten dafür wurden angesehen:

- Das Dielektrikum der Faser: Aus Referenz [14] ist ein Einfluss von Glasfasern auf das Speicherminimum einer Oberflächenfalle bekannt. Durch die Polarisation des Dielektrikums erwartet man einen abstoßenden Effekt.
- Der metallische Halter: Der Halter bildet eine weitere Elektrode in der Fallenanordnung, die immer geerdet ist. Ab einem bestimmten Abstand zum Ion ist zu erwarten, dass sich das Minimum aufgrund des geänderten Potentialverlaufs verschiebt.
- Ladungen auf der Faser: Der Einfluss eines geladenen Dielektrikums auf gespeicherte Ionen ist in Referenz [32] beschrieben. Der Ursprung dieser Ladungen wird in Teilabschnitt 3.2.3.5 diskutiert.

Außerdem ist eine Überlagerung der damit verbundenen Effekte möglich. Im Folgenden wird der Annäherungsprozess beschrieben, der angewandt wurde, um die Ionen so nahe wie möglich an die Faser zu bringen. Anschließend werden die oben beschriebenen Kandidaten für die Verschiebung der Ionen näher untersucht.

3.2.2. Annäherung

Die Annäherung der Faser an die Ionen erfolgt schrittweise. Die Faser wird so lange angenähert bis sich die Speicherbedingungen der Ionen stark verschlechtert haben (stark verschlechterte Lokalisierung am Bildschirm) oder sie entlang der *z*-Achse bis an den Rand des Darstellungsfensters verschoben wurden

(entspricht einer Verschiebung von etwa 700 µm). Hier wird die Annäherung gestoppt und die Speicherbedingungen verbessert. Die Ionen werden mit Hilfe der Elektrodenspannungen entlang der *z*-Achse wieder auf die Ursprungsposition zurückgeschoben und die Höhe über der Falle angepasst. Die beiden Schritte Annäherung und Anpassung der Speicherbedingungen werden abwechselnd durchgeführt. Zur Anpassung der Position der Ionen werden die Regler M1, M2, M3, Lateral Balance (Spannung an den Elektrodenpaaren DC9-DC4 und DC7-DC2), sowie die Spannungsregler für einzelne Elektroden verwendet.

Nachdem die Speicherbedingungen der Ionen für eine bestimmte Position der Faser optimiert wurden, können die entsprechenden Elektrodenspannungen (beziehungsweise die entsprechenden Einstellungen im TrICS-Interface) gemeinsam mit den Positionen der Manipulatorachsen gespeichert werden. Idealerweise sollte ein Prozedere nach Neustart (Faser am Nullpunkt, keine Ionen in der Falle) wie folgt aussehen: Man bringt die Faser an eine gewünschte Position, für deren Elektrodenspannungen bekannt sind. Es werden die gespeicherten Spannungen angelegt und Ionen geladen. Dieses Prozedere konnte allerdings nur in sehr wenigen Fällen dazu verwendet werden, die Annäherung zu reproduzieren (siehe Diskussion weiter unten).

Bei den ersten Versuchen stellte sich heraus, dass es nicht möglich ist, die Ionen für eine Annäherung auf weniger als 1,5 mm in kristalliner Form zu behalten. Es wurde deshalb beschlossen, den Prozess mit einer Ionenwolke aus Dutzenden Ionen fortzusetzen. Bei der Annäherung gehen laufend Ionen verloren. Damit das Experiment fortsetzt werden kann, werden fortwährend Ionen nachgeladen²³. Hierbei ist der Kalziumofen aktiviert und die PI-Laser sind eingeblendet.

Die Faser ließ sich bis auf circa 1 mm an die Ionen bringen: $\Delta x = 5 \,\mu\text{m}$, $\Delta y = 1040 \,\mu\text{m}$ und $\Delta z = 5 \,\mu\text{m}$, $d = 1005 \,\mu\text{m}$. Die Faserspitze befand sich also direkt über den Ionen. An dieser Stelle ließen sich die Ionen gerade noch stabilisieren.

Für geringe Abstände am Ende des Annäherungsprozesses kommt erschwerend zum beschriebenen Einfluss das Schwingen des Faserhalters hinzu, das beim Verstellen auftritt (siehe Teilabschnitt 3.1.2.1). Diese Schwingungen können sich durch die damit verbundene Änderung des Speicherpotentials auf die Ionen übertragen, was dazu führen kann, dass sie aus dem Einschluss der Falle gedrückt werden.

Als weiterer hindernder Faktor kommt hinzu, dass die Bewegung mit Hilfe der Dipole M1, M2 und M3, wie in Teilabschnitt 3.1.1.2 beschrieben, nicht komplett entkoppelt sind. Es kann vorkommen, dass für eine bestimmte Anpassung eine Bewegung zum Beispiel ausschließlich entlang der *x*-Achse erfolgen soll. Bei Verwendung des entsprechenden Dipols M1 treten dann auch Bewegungen in Richtung der *y*-Achse auf, was zur Verschlechterung der Bedingungen oder zum Verlust der Ionen führen kann.

Befindet sich die Faser über Elektrode DC9 (entspricht links oben in Abbildung 3.1), ergibt die Analyse der entsprechenden Elektrodenspannungen für stabile Speicherung der Ionen, dass an DC9 eine Spannung von bis zu 18 V unter den Ladebedingungen anliegt: $V_{DC9_0} \approx -1$ V beim Laden, $V_{DC9_1} \approx -19$ V bei angenäherter Faser. Es scheint, dass die Faser ein positiv wirkendes Potential erzeugt, das durch ein Anlegen niedrigerer Spannungen Potentiale ausgeglichen wird.

Bei der Annäherung auf einen Abstand von $d \approx 1,1 \,\mathrm{mm}$, wobei sich die Faser etwa über den Ionen

²³Was unter Umständen zu vermehrter Kalzium-Beschichtung der Faser und Falle führen kann.



Abbildung 3.7.: Durch den Einfluss der Faser erzeugtes Doppeltopfpotential (schematische Darstellung): (a)-(c) zeigen Ionenpositionen für verschiedene Werte der DC-Spannungen an den Elektroden (Veränderung der Einstellung Lateral Balance). Das Potential in (a) weist zwei Minima in einem z-Abstand von circa 1400 µm auf, in (b) beträgt der Abstand circa 570 µm. Die Positionen der beiden Minima weisen nicht die selbe y-Koordinate auf. Für die Potentialkonfiguration in (c) wurden diese beiden Minima zu einem Minimum vereint. Der Abstand Faser-Ionen betrug $d \approx 1,1$ mm.

befand, entstand ein Speicherpotential mit zwei Minima (Doppeltopfpotential) für die gespeicherten Ionen. Teilweise wechselten Ionen ihre Position zwischen den Minima. Die beiden Minima ließen sich mit Hilfe der Lateral Balance (Spannung an den Elektrodenpaaren DC9-DC4 und DC7-DC2) zu einem Minimum verbinden und es ließ sich eine Ionenkette bilden; Abbildung 3.7 zeigt diesen Prozess in einzelnen Schritten.

Zusammenfassung und Diskussion

Die geringsten Faser-Ionen-Abstände, die erreicht wurden, betrugen $d \approx 1 \text{ mm}$. Das Ziel, die Faser auf Abstände von $d \leq 200 \,\mu\text{m}$ an die Ionen heranzubringen, konnte somit nicht erreicht werden. Die von der Faser verursachte Veränderung des Speicherpotentials wirkt abstoßend auf die Ionen. Für bestimmte Elektrodenspannungen entstand unter Einfluss der Faser ein Doppeltopfpotential.

An dieser Stelle wird auf Ergebnisse des kommenden Teilabschnitts 3.2.3 vorgegriffen. Dort werden Computersimulationen vorgestellt, die sich mit den beschriebenen Effekten auseinandersetzen. Ziel dieser Simulationen war es, diese Phänomene zu erklären und Möglichkeiten aufzuzeigen, ihnen entgegenzuwirken, damit die Faser nah an die Ionen gebracht werden kann. Vorausschickend wird hier angeführt, dass die durchgeführten Simulationen mit einer dielektrischen Faser und einer geerdeten Elektrode, die den Einfluss des Faserhalters simuliert, das angeführte Verhalten nicht wiedergeben konnten. Somit boten diese keine Möglichkeiten, den Annäherungsprozess erfolgreicher zu gestalten.

Im Folgenden werden die wichtigsten Ergebnisse und Erkenntnisse aus den Experimenten zur Annäherung der Faser diskutiert:

- Aufgrund der verschieden starken Einschlüsse der Ionen entlang der x-, y- und z-Achse wirken sich Feldkomponenten von Störeinflüssen nicht in alle drei Richtungen gleich stark aus. Dies lässt sich anhand von Gleichung 2.8 aus Teilabschnitt 2.2.4 beschreiben: Für die Verschiebung des Ions entlang einer bestimmten Achse δ gilt δ ∝ ω⁻² (ω: Fallenfrequenz). Der Einschluss entlang der Fallenachse ist am schwächsten (kleinste Fallenfrequenz), somit fällt eine Auslenkung entlang der z-Achse bei gleicher Änderung der Feldstärke am stärksten aus.
- Mögliche Gründe für die großteils fehlende Reproduzierbarkeit bei der Verwendung der Elek-

trodenspannungen für bestimmte Faserpositionen sind zeitabhängige Änderungen des Speicherpotentials durch Auf- beziehungsweise Entladung der Faser oder der Fallenoberfläche sowie die Unsicherheiten der Einstellungen am Manipulator (unter anderem Spiel in den Verstellspindeln).

 Der verwendete Aufbau weist keine Symmetrie bezogen auf die Faserposition relativ zu den Achsen der Ionenfalle auf. Dies bedeutet, dass keine Bewegungsschritte möglich sind, die die Faser nur entlang einer Fallenbewegungsachse (radial oder axial) bewegen. Zum Vergleich: Der Aufbau des Faserresonator-Experiments aus Referenz [14] beinhaltet eine lineare Falle und weist dementsprechende Symmetrien auf.

Die Charakterisierung des Annäherungsprozesses erfolgte auf qualitativer Basis. Für eine quantitative Charakterisierung des Prozesses wäre das Aufnehmen weiterer Daten nötig. Diese Daten sollten die Ablenkungen der Ionen für bestimmte Annäherungsschritte, sowie Messungen der Fallenfrequenzen beinhalten. Die Analyse dieser Daten sollte darauf angelegt sein, das Störpotential der Faser genauer zu beschreiben, um Möglichkeiten aufzuzeigen, wie dessen Einflüsse auf die Speicherbedingungen der Ionen verringert werden können.

Nachdem die Erkenntnisse aus den Annäherungsexperimenten und den Computersimulationen bekannt waren, wurde beschlossen, auf die Aufnahme dieser Daten zu verzichten und am Nanofaser-Experiment weiterzuarbeiten (siehe Einleitung). In Abschnitt 4.2 werden quantitative Ergebnisse und Analysen aus dem Nanofaser-Experiment zur Annäherung einer geladenen Faser an gespeicherte Ionen vorgestellt. Die dort vorgestellten Methoden entsprechen jenen, die auch beim Bastille-Experiment zum Einsatz kommen hätten sollen.

3.2.3. Computersimulationen

3.2.3.1. Allgemeines

Nachdem die Faser nur auf einen Abstand von $d \approx 1 \,\mathrm{mm}$ an die Ionen herangebracht werden konnte (siehe Abschnitt 3.2), wurde beschlossen, Computersimulationen für dieses System durchzuführen. Die Simulationen sollen das beschriebene Verhalten erklären und Möglichkeiten aufzeigen, um die Faser nah an die Ionen zu bringen.

Die Fallenpotentiale von Bastille wurden für die Gegenwart einer dielektrischen Faser und einer auf Erde liegenden Elektrode, die den Einfluss des metallischen Halters wiedergeben sollte, simuliert. Zur Simulation wurde CPO verwendet²⁴. Es wurde keine Ladungsverteilung auf der Faser simuliert, weil dies mit dem verwendeten CPO-Modul nicht möglich ist²⁵. Die durchgeführten Simulationen sollen die im vorhergehenden Teilabschnitt 3.2.2 beschriebenen Verhältnisse mit einer an die Ionen angenäherten Faser wiedergeben. Die theoretischen Grundlagen zur Simulation von Ionenfallensystemen finden sich in Abschnitt 2.3. Das im Simulationsmodell verwendete Koordinatensystem hat seinen Ursprung

²⁴Nachdem CPO in der Diplomarbeit von Adam Pauli [28] erfolgreich zur Simulation der Bastille-Falle eingesetzt wurde, war es eine naheliegende Wahl. Das in der vorliegenden Arbeit verwendete geometrische Modell der Bastille-Falle wurde komplett neu erstellt.

²⁵Ein möglicher Umstieg auf ein System, in dem dies möglich ist, wird weiter unten noch diskutiert.

3.2.	Annäherung	der	Faser	an	Ionen
------	------------	-----	-------	----	-------

RF-Spannung		DC-Spannungen			
RF-Frequenz (MHz)	10,2	Elektrode	Spannung V_i (V)		
RF-Amplitude (V) 410		DC1	45,0		
-		DC2	-3,0		
		DC3	20,0		
		DC4	-3,0		
		DC5	45,0		
		DC6	45,0		
		DC7	-3,0		
		DC8	20,0		
		DC9	-3,0		
		DC10	45,0		
		DC11	9,0		

Tabelle 3.4.: Elektrodenspannungen für die CPO-Simulationen

im geometrischen Fallenzentrum. Diese liegt auf der Fallenoberfläche im Mittelpunkt der x-z-Ebene. Koordinaten werden im Folgenden in mm in der Form (x|y|z) angegeben.

Der Simulationsprozess wird von einer Matlab-Routine gesteuert. Dabei wird die Eingabe für CPO (Geometrie der Fallenelektroden, Geometrie der Faser, Geometrie der geerdeten Elektrode) erzeugt, CPO wird gestartet und die Eingabe übergeben. Die Ausgabe der Simulation wird gespeichert und anschließend analysiert. Der für die Erstellung der CPO-Simulationen und deren Auswertung verwendete Matlab-Code basiert auf einem modifizierten Code von Nikos Daniilidis (ehemaliger Postdoktorand in der AG Blatt). Modifikationen wurden von Adam Pauli, Birgit Brandstätter und mir vorgenommen. Die Funktionsweise ist in Kapitel 3 von Referenz [28] näher beschrieben.

Ziel ist es, die Ergebnisse der Simulation der Falle (ohne zusätzliche Komponenten) mit jenen der Simulationen mit den Komponenten (Faser und geerdete Elektrode) zu vergleichen. Es werden **drei Modelle** unterschieden:

Modell A: Falle ohne zusätzliche Komponenten

Modell B: Falle mit dielektrischer Faser

Modell C: Falle mit geerdeter Elektrode zur Untersuchung des Einflusses des Faserhalters

Für alle drei Modelle wird die komplette Lösung bestehend aus RF-Pseudopotential und DC-Komponente (siehe Abschnitt 2.3) simuliert. Die komplette Lösung für die Modell A und B besteht aus den Basisfunktionen der 11 DC-Elektroden und der RF-Elektrode. Für Modell C wird eine zusätzliche Basisfunktion für die geerdete Elektrode berechnet. Diese Basisfunktionen werden für eine Region mit 1 mm Ausdehnung in *x*-,*y*- und *z*-Richtung und einer Auflösung von je 101 Punkten berechnet. Der Mittelpunkt dieser Region liegt bei den Koordinaten (0,000|0,850|-0,050); um diesen Punkt liegt das Minimum für typische Elektrodenspannungen. Der geometrische Mittelpunkt der DC-Elektroden-Anordnung befindet sich bei (0,000|0,000|-0,345). In Summe bestand das Simulationsmodell aus rund 2000 Randelementen²⁶.

²⁶Ein Simulationsdurchgang benötigt auf einem Standard-Desktop-Computer (Intel i7-3820 mit 3,60 GHz) etwa 8 h.



Abbildung 3.8.: Speicherpotential für Modell A (Falle ohne zusätzliche Komponenten), komplette Lösung für typische Parameterwerte (siehe Tabelle 3.4): (a-c) x,y,z-Querschnitte durch das Minimum. Die Position des Minimums entlang der jeweiligen Achse ist markiert.

3.2.3.2. Modell A: Falle ohne zusätzliche Komponenten

Führt man die Simulation wie oben angeführt durch, erhält man die komplette Lösung und kann das Speicherpotential Φ_{Sim} durch Wählen von RF-Frequenz, RF-Amplitude sowie DC-Elektrodenspannungen erzeugen (nach Gleichungen 2.9,2.10, und 2.11). Im hier vorliegenden Fall wurden typische Werte für diese Parameter gewählt (siehe Tabelle 3.4, für gegenüberliegende DC-Elektroden wurden symmetrische Werte gewählt). Das so entstehende Speicherpotential wird in Querschnitte zerlegt und das Minimum durch quadratische Fits in *x*-, *y*-, und *z*-Richtung bestimmt. Dazu wird folgende Modellfunktion verwendet [14]:

$$\Phi(i) = \frac{1}{2}k_i(i-i_0)^2 + \Phi_{\min_i} \left(i \in \{x, y, z\} \right).$$
(3.1)

 i_0 gibt die Position des Minimums, Φ_{\min} das minimale Potential und m die Masse des Ions an. Mit Hilfe von k_i kann die Fallenfrequenz berechnet werden: $\omega_i = \sqrt{k_i/m}$ [14]. Abbildung 3.8 zeigt die Potentialquerschnitte durch das Minimum mit den quadratischen Fits. Das Minimum liegt bei $M_A = (0,000|0,853|-0,071)$ mit Fehlern $\Delta x = 0,001$, $\Delta y = 0,002$, $\Delta z = 0,001$. Für die Fallenfrequenzen ergibt sich: $\omega_x = (377 \pm 2) \text{ kHz}$, $\omega_y = (706 \pm 14) \text{ kHz}$, $\omega_z = (112 \pm 1) \text{ kHz}$. Diese Werte entsprechen typischen Frequenzwerten im Experiment.


Abbildung 3.9.: Modell der CPO-Simulation für Bastille mit einer dielektrischen Faser (Draufsicht): Das rote Kreuz markiert die Position des Speicherminimums für typische Elektrodenspannungen: (0,000|0,856|-0,071). Die Faser (cyanfarben) ist als dielektrischer Zylinder mit $r_F = 0,0625 \text{ mm}$ und $l_F = 7 \text{ mm}$ angelegt. Der Mittelpunkt der Stirnfläche der Faser liegt bei (0,000|0,856|-1,000). Die Orientierung der Faser entspricht näherungsweise jener im experimentellen Aufbau (siehe dazu auch Abbildung 3.1). Die Faser position wird für verschiedene Simulationen verändert. Die Unterteilung der Elektroden und der Faser für die REM-Berechnung ist schematisch dargestellt (für die Berechnung der Potentiale wurde eine feinere Einteilung gewählt). Zur Position der Faser über der Falle siehe auch Abbildung 3.4.

3.2.3.3. Modell B: Falle mit dielektrischer Faser

Die Faser wird als dielektrischer Zylinder mit einem Radius $r_F = 0,0625 \text{ mm}$ und einer relativen Permittivität $\epsilon_0 = 3,6 [36]^{27}$ angelegt. Die Länge beträgt $l_F = 7 \text{ mm}$. Abbildung 3.9 zeigt das Modell in der Draufsicht: Die Elektroden sind in Teilflächen zur Veranschaulichung der REM eingeteilt. Die Faser ist als Zylinder über den Elektroden liegend eingezeichnet. Die in der Simulation verwendete Orientierung der Faser entspricht näherungsweise²⁸ jener im experimentellen Aufbau. Die Orientierung der Faser ergibt sich durch das Festlegen des Mittelpunkts der unteren Deckfläche (Stirnfläche) und jenes der oberen Deckfläche. Als Bezugspunkt für die Faserposition wird hier immer der Mittelpunkt der Stirnfläche verwendet.

Es wurden Simulationen für verschiedene Faserpositionen durchgeführt, die eine Faser-Ion-Annäherung wiedergeben sollen. Hierbei wurde untersucht, ob sich das Speicherminimum unter Einfluss der dielektrischen Faser verschiebt. Es wurden die selben Parameterwerte wie für Modell A verwendet. Im Folgenden

²⁷Die Abhängigkeit ϵ_0 (Ω_{RF}) kann vernachlässigt werden.

²⁸Die Genauigkeit der Ausrichtungswinkel beträgt etwa 2°.

3. Bastille-Experiment

					Verschiebung des Minimums		
Faserposition	x (mm)	y (mm)	z (mm)	d (mm)	δx (µm)	δy (µm)	δz (µm)
B_1	1,000	0,856	-0,071	1,00	0 ± 2	0 ± 3	0 ± 2
B_2	0,500	1,856	-0,071	0,50	0 ± 2	0 ± 3	1 ± 2
B_3	0,000	1,856	-0,071	1,00	0 ± 2	0 ± 3	0 ± 2
B_4	0,000	1,356	-0,071	0,50	0 ± 2	0 ± 3	0 ± 2
B_5	0,000	0,856	-1,071	1,00	0 ± 2	0 ± 3	2 ± 2
B_6	0,000	0,856	-0,571	0,50	0 ± 2	0 ± 3	5 ± 2

Tabelle 3.5.: Untersuchte Faserpositionen für die Verschiebung des Minimums durch den Einfluss der dielektrischen Faser und zugehörige Verschiebungen δ_x , δ_y und δ_z des ursprünglichen Minimums M_A .

bezeichnet d den Abstand zwischen M_A und der Faser. Die Untersuchung erfolgte für sechs Faserpostionen (siehe Tabelle 3.5). Diese Postionen wurden in Anlehnung an die Ergebnisse der Annäherung gewählt: Für jede Koordinatenrichtung eine Position mit einem Abstand von 1 mm zum Minimum. Außerdem wurde jeweils eine weitere Position mit einem Abstand 0,5 mm zur deutlicheren Darstellung eines möglichen Effekts gewählt.

An den Ergebnissen aus den Simulationen für die genannten Faserpositionen wird die gleiche Analyse wie für Modell A durchgeführt. Hieraus ergibt sich für jede Faserposition die Position des Speicherminimums und daraus abgeleitet die Verschiebungen δ_x , δ_y und δ_z des ursprünglichen Minimums M_A . Diese Verschiebungen sind in Tabelle 3.5 aufgeführt. Auf die Darstellung der zugehörigen Potentiale wird verzichtet. Aus den Verschiebungen geht hervor, dass sich die Position des Speicherminimums für die im Experiment auftretenden Faser-Ion-Abstände nicht verschiebt. Für Abstände von $d \approx 0.5$ mm zeigt sich ein leicht abstoßender Effekt. Es ist zu erwarten, dass dieser abstoßende Effekt für kleinere Abstände zunimmt.

3.2.3.4. Modell C: Falle mit geerdeter Elektrode

Der Halter stellt eine zusätzliche Elektrode dar, die immer auf Erde liegt. Ausschlaggebend für einen möglichen Einfluss auf das Speicherpotential ist vor allem der unterste Teil des Halters (siehe Abbildung 3.4). Für die in Abschnitt 3.2 beschriebenen Situationen beträgt im Experiment der minimale Abstand zwischen Halter und Ion etwa 16,5 mm, dies entspricht einem vertikalen Abstand zwischen Halter und Fallenoberfläche $d_y \approx 17$ mm. Im Folgenden wird der Fokus auf die Verschiebung entlang der z-Achse gelegt, weil diese bei den Versuchen am Experiment am deutlichsten ausgeprägt ist.

Als Modell für die Stirnfläche der Faserhalterung wird parallel zur Fallenoberfläche eine zusätzliche rechteckige Elektrode (DC12) mit den Abmessungen 2,26 mm mal 7 mm angebracht. Damit eine mögliche Verschiebung des Potentialminimums entlang der z-Achse auftritt, sollte die Elektrode nicht zentriert über dem Minimum liegen. Aus diesem Grund wurde eine Position links vom Minimum $M_{\rm C}$ gewählt: Der Elektrodenmittelpunkt liegt bei (0,00|17,00| - 5,50) mit $d_{y_1} = 17$ mm. Für die geerdete Elektrode wird eine zusätzliche Basisfunktion berechnet und für die weiteren Auswertungen $V_{12} = 0$ festgelegt.

Zur Bestimmung des Einflusses dieser geerdeten Elektrode auf das Speicherpotential wurde die glei-

che Vorgehensweise wie für Modell B gewählt. Als Position für das Speicherminimum ergibt sich $M_{C_1} = (0,000 \pm 0,001|0,856 \pm 0,001|-0,071 \pm 0,001)$. Somit ergibt sich keine Verschiebung des Minimus, die Fallenfrequenzen bleiben ebenfalls unverändert. Dies bedeutet, dass sich für die im Experiment erreichten Abstände $d_y \gtrsim 17 \text{ mm}$ auch durch den Faserhalter kein relevanter Einfluss auf das Speicherpotential ergibt.

Zur Darstellung, welchen Effekt der Halter für geringere Abstände hat, wurde eine weitere Simulation mit $d_{y_2} = 8 \text{ mm}$ (Elektrodenmittelpunkt: (0,00|8,00| - 5,50)) durchgeführt. Hierfür ergibt sich $M_{C_2} = (0,000 \pm 0,001|0,905 \pm 0,001|-0,156 \pm 0,001)$. Für diesen Abstand zeigt sich also, dass sich das Speicherminimum in Richtung der Elektrode DC12 verschoben hat.

3.2.3.5. Zusammenfassung und Erläuterung

Es wurden im Teilabschnitt 3.2.3 Ergebnisse von Simulationen präsentiert, die sich mit den Einflüssen einer dielektrischen Faser und einer geerdeten Elektrode auf das Speicherpotential von Bastille beschäftigen. Die geerdete Elektrode soll einen Einfluss des geerdeten Faserhalters wiedergeben. Für die im Experiment auftretenden Faser-Ion-Abstände lassen sich keine maßgebenden Effekte der dielektrischen Faser oder des Halters auf das Speicherpotential feststellen.

Daraus lässt sich schließen, dass die in Teilabschnitt 3.2.2 beschriebene abstoßende Wirkung durch positive Ladungen auf der Faser verursacht wird.

Für eine weitergehende Untersuchung des Einflusses der Faser sollten zusätzlich zur dielektrischen Faser Ladungen auf der Faser in die Simulation eingebaut werden. Damit sollten die im Abschnitt 3.2.2 beschriebenen Effekte wie zum Beispiel das Doppeltopfpotential wiedergegeben werden können. Im hier verwendeten CPO-Modul können keine Ladungsverteilungen angelegt werden. Dies bedeutet, dass das bestehende Modell nicht verwendet werden kann, um die Effekte einer Ladungsverteilung auf der Faser zu untersuchen. Wie in 3.2.2 beschrieben, wurden die Arbeiten auf das Nanofaser-Experiment verlagert. Deshalb wurde für Bastille kein neues Simulationsmodell mit Ladungsverteilungen erstellt. Hierzu würde sich COMSOL Multiphysics empfehlen, welches für die Simulationen der Nanofaseranordnung eingesetzt wurde. Die Kombination aus dieser Modellierung mit den oben angeführten experimentellen Daten sollte eine quantitative Charakterisierung der Ladungsverteilung auf der Faser erlauben.

Vom Faserresonator-Experiment wurde ein ähnliches Verhalten wie jenes in Teilabschnitt 3.2.2 beschriebene berichtet²⁹. Es zeigt sich ebenfalls eine abstoßende Wirkung einer Glasfaser auf ein positiv geladenes Ion. Für bestimmte Konfigurationen ergibt sich für die Ionen ein Doppeltopfpotential. Diese Berichte bestätigen somit das Ergebnis, dass die Faser im Bastille-Experiment eine positive Ladungsverteilung trägt.

Aktuell wird davon ausgegangen, dass die Faser bereits beim Einbau in den experimentellen Aufbau mit positiven Ladungen versehen war, nachdem bereits von Anfang an eine abstoßende Wirkung festgestellt wurde. Die Faser war bei der Annäherung an die Ionen Streulicht der kurzwelligen Laser (vorwiegend 397 nm) ausgesetzt. Es ist davon auszugehen, dass dieses zur Veränderung der Ladung beigetragen hat. Für Experimente bei denen dielektrische Komponenten eine wesentliche Rolle spielen, ist

²⁹Eine entsprechende Publikation ist in Vorbereitung.

3. Bastille-Experiment

es demnach von Bedeutung, deren Ladung innerhalb des Versuchsaufbaus zu verändern, um störende Effekte zu vermeiden. Es ist davon auszugehen, dass es ohne eine Möglichkeit zur Neutralisierung auch mit einer anderen Glasfaser herausfordernd ist, diese nahe an die Ionen zu bringen.

Im folgenden Kapitel 4, das sich mit dem Nanofaser-Experiment beschäftigt, wird ein weiteres System vorgestellt, bei dem der Einfluss einer positiv oder negativ geladenen Faser auf Ionen in einer Falle untersucht wird. Dort wird auch eine Methode zur kontrollierten Veränderung des Ladungszustandes einer Glasfaser vorgestellt, welche unter anderem eine Neutralisierung ermöglicht.

In diesem Kapitel werden die Arbeiten im Zusammenhang mit dem Nanofaser-Experiment beschrieben. Dieses Experiment wurde von Benjamin Ames im Rahmen seiner Dissertation aufgebaut¹. Ziel dieses Aufbaus ist es, ein Ion an das quergedämpfte Feld einer Nanofaser² zu koppeln und die Anwendbarkeit dieses Systems als Quanteninterface zu demonstrieren. Obwohl es hier ebenfalls um das Zusammenspiel einer Glasfaser und Ionen in einer Falle geht, unterscheidet sich der Aufbau deutlich von jenem des Bastille-Experiments (siehe Beschreibung des experimentellen Aufbaus im ersten Abschnitt dieses Kapitels). Das Hauptaugenmerk richtet sich dabei auf den Aufbau zur Veränderung der Faserladung durch die Bombardierung mit Photoelektronen und die Untersuchung des Ladungszustands mit Hilfe eines gespeicherten Ions. In Abschnitt 4.2 werden Ladungszustände der Nanofaser analysiert. Im Abschnitt 4.3 werden der Fluss der Photoelektronen und die daraus resultierenden Ladevorgänge näher analysiert. Außerdem werden dort die gewonnen Erkenntnisse zur Analyse experimenteller Daten zur Aufladung der Faser eingesetzt.

4.1. Experimenteller Aufbau

4.1.1. Überblick

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden von mir keine Experimente am Nanofaser-Aufbau durchgeführt. Alle verwendeten experimentellen Daten stammen von Benjamin Ames. Die Beschreibung des experimentellen Aufbaus wird hier auf die für diese Arbeit wesentlichen Komponenten beschränkt. Wie der Aufbau des Bastille-Systems (siehe Abschnitt 3.1) lässt sich der Nanofaseraufbau in zwei wesentliche Bereiche einteilen: Ionenfallensystem und Nanofasersystem. Das Ionenfallensystem, bestehend aus einer linearen Paul-Falle und den benötigten Lasersystemen, dient zur stabilen Speicherung der Ionen. Das Nanofasersystem besteht aus der Nanofaser und dem dazugehörigen Positionierungssystem. Die Paul-Falle und das Nanofasersystem befinden sich in einer Vakuumkammer mit zahlreichen optischen Zugängen, Abbildung 4.1 zeigt den Aufbau. Die lineare Falle ist so konstruiert, dass eine Endkappe (EK) abgenommen und die Nanofaser zwischen den Klingen positioniert werden kann. Die verwendete Glasfaser hat eine 5 mm lange Nanofaserregion mit einem Durchmesser von $d_F = 500$ nm. Die Faser ist auf einer Halterung festgeklebt, wobei die Nanofaserregion mittig entlang der *x*-Achse positioniert ist. Diese Halterung steht auf zwei Slip-Stick-Piezotischen und bildet gemeinsam mit diesen das Positionierungs-

¹Veröffentlichung der Dissertation ist für 2020 geplant.

²Nanofasern, wie die in diesem Aufbau verwendete, werden in der Arbeitsgruppe von Professor Arno Rauschenbeutel (Technische Universität Wien) aus Standard-Lichtwellenleitern in einem Wärme-Zieh-Verfahren hergestellt woraus sich durch Verjüngung Taillen mit Durchmessern von einigen 100 nm ergeben [37].



Abbildung 4.1.: Experimenteller Aufbau des Nanofaser-Experiments (technische Zeichnung): Die lineare Paul-Falle besteht im Wesentlichen aus den Klingenelektroden und den beiden hohlen Endkappen. Die Endkappe 1 kann einzeln demontiert werden, damit die Nanofaser zwischen den Klingen platziert werden kann. Die Nanofaser ist auf einer Halterung angebracht, die auf Piezotischen befestigt ist. Dieses Positionierungssystem erlaubt eine Bewegung der Faser entlang der *y*- und der *z*-Achse. Die Kompensationselektroden sind hier nicht eingezeichnet. (Mit freundlicher Genehmigung von Benjamin Ames erhalten und bearbeitet.)

system. Die Piezotische erlauben eine Bewegung entlang der y-Achse (senkrecht) und z-Achse (entlang der Fallenachse). Die möglichen Verstellwege erlauben es, die Faser über die gesamte Länge und etwa die halbe Höhe des Falleninnenraums zu verschieben (Positionsgenauigkeit: 0,01 µm).

Das Laden und die Speicherung von Ionen erfolgt im Prinzip gleich wie in Abschnitt 3.1 beschrieben. Auf die hierfür verwendeten Lasersysteme und deren Implementierung wird nicht näher eingegangen, weil diese nicht relevant für die weiteren Betrachtungen sind. Das Abbildungssystem des Experiments erlaubt es, die Faserposition und die Position des Ions von oben (mit Blick entlang der y-Achse) mit Hilfe einer CCD-Kamera auf 1 µm genau zu bestimmen. Sämtliche Koordinaten werden, falls nicht anders angegeben, relativ zum geometrischen Fallenmittelpunkt angegeben. Es wird davon ausgegangen, dass sich die Faser immer in der x-z-Ebene bei y = 0 befindet. Durch Angabe der z-Koordinate ist die Position der Faser somit eindeutig bestimmt.

Für die hier beschriebenen Experimente gilt es folgende Unterscheidung im Betrieb des Experiments zu treffen: Der erste Betriebsmodus wird verwendet, um den elektrischen Ladungszustand der Faser durch Bombardierung mit Photoelektronen zu verändern. Diese Bombardierung kann sowohl zur negativen als auch zur positiven Aufladung verwendet werden. Im zweiten Betriebsmodus wird ein gespeichertes Ion als Feldsonde zur Untersuchung eines Ladungszustands verwendet.

Im Weiteren wird nun der Betriebsmodus zur Veränderung des Ladungszustands näher beschrieben. An dieser Stelle sei erwähnt, dass eine Bestrahlung mittels UV-Strahlung³ zur photoelektrischen Aufla-

³UV-Quelle: PX-2 Pulsed Xenon Source von Ocean Optics.

dung der Faser (positiv) in Betracht gezogen wurde, diese aber nicht erfolgreich implementiert werden konnte. Außerdem ermöglicht Elektronenbombardierung sowohl eine negative Aufladung als auch eine positive Aufladung aus einer Hand und somit wird diese Methode der UV-Bestrahlung vorgezogen.

4.1.2. Aufbau für das Laden der Nanofaser durch Photoelektronen

Im Folgenden wird eine bestimmte Konfiguration zur Veränderung der Faserladung durch Photoelektronen überblicksmäßig beschrieben (weitere Details dazu folgen in Teilabschnitt 4.3.1.1). Abbildung 4.2 zeigt schematisch den Aufbau für diesen Betriebsmodus. Am Experiment wurde auch mit anderen Elektrodenkonfigurationen gearbeitet, die hier beschriebene scheint aber vorerst am effizientesten.

Für die hier betrachtete Konfiguration zur Elektronenbombardierung liegt an Endkappe 2 eine negative Spannung V_{EK2} an, alle anderen Elektroden sind geerdet. Am Experiment kamen beim Laden der Faser Potentiale im Bereich von $-5 \text{ V} \le V_{\text{EK2}} \le -4000 \text{ V}$ zum Einsatz. Die EK2 wird von einem Laser bestrahlt und dabei werden aus dieser Photoelektronen emittiert. Als Quelle für dieses Laserlicht dient eine Laserdiode (Wellenlänge $\lambda = 405 \text{ nm}$, Strahltaille auf der Endkappe: 100 µm, Nominalleistung: 30 mW) deren Strahl durch ein Sichtfenster in die Kammer geleitet wird. Der Strahl liegt dabei annähernd in der *y-z*-Ebene (x = 0) und weist einen Winkel von etwa 45° zur Waagrechten auf.

Der von der Endkappe emittierte Photostrom wird mit Hilfe eines Pikoamperemeters⁴ bestimmt. Die Einstrahlrichtung des Lasers wird verändert, bis sich ein Maximum des Photostroms ergibt. In den durchgeführten Experimenten zur Aufladung der Faser wurden Stromstärken von $0.5\,\mathrm{pA} \leq I_{\mathrm{Ph}} \leq 13.5\,\mathrm{pA}$ gemessen, für typische Parameterwerte am Experiment gilt $I_{\rm Ph} \approx 4 \, {\rm pA}$. Auf Basis der getätigten Beobachtungen wurde die Schlussfolgerung getroffen, dass das Maximum beim Einstrahlen des Lasers in die Öffnung der Endkappe 2 erreicht wird. Es wurde angenommen, dass der Strahl hierbei an der zylinderförmigen Oberfläche ihrer Innenseite mehrfach reflektiert wird und so das Innere der Elektrode beleuchtet. Beim Auftreffen des Laser auf die Endkappe 2 entstehen Photoelektronen, die durch das Feld der Endkappe unter anderem in Richtung der Endkappe 1 (negative z-Richtung) beschleunigt werden. Die Faser wird so positioniert, dass sie von diesem Elektronenstrahl getroffen und aufgeladen wird. Bei der Aufladung werden folgende, von der Energie der auftreffenden Elektronen abhängige, Prozesse unterschieden: negative Aufladung durch überwiegende Implantation von Elektronen und positive Aufladung durch überwiegende Sekundäremission von Elektronen aus der Faser. Das beschriebene Modell mit Elektronenemission aus dem Inneren der EK2 bildete die Grundlage für die Analysen mittels Computersimulationen des Elektronenstrahls (siehe Teilabschnitt 4.3.2). In Teilabschnitt 4.3.1.1 wird näher auf die Elektronenquelle und die Aufladungsprozesse eingegangen.

4.1.3. Bestimmung der Faserladung anhand der Auslenkung der Faser

Die im Folgenden beschriebene Methode erlaubt eine Bestimmung der Faserladung. Auf die geladene Faser wirken von elektrischen Feldern verursachte Kräfte. Die Hauptquelle dieser Felder ist im vorliegenden Fall nur die Endkappe 2. Die Nanofaserregion der Faser ist flexibel und biegsam. Dies bedeutet,

⁴Strommessgerät für kleine Stromstärken, Modell: KEITHLEY 6485.



Abbildung 4.2.: Experimenteller Aufbau zum Laden der Nanofaser mit Photoelektronen (schematische Darstellung): Die Endkappe 2 liegt hier auf negativer Spannung $V_{\text{EK2}} < 0$, die restlichen Elektroden sind geerdet. Der Strahl einer Laserdiode ($\lambda = 405 \text{ nm}$, 100 µm Strahltaille auf der Endkappe) trifft auf die EK2. Bei diesem Prozess entstehen Photoelektronen, die durch das Feld der EK2 in Richtung der EK1 (negative z-Richtung) beschleunigt werden. Scheinbar tritt das Maximum des Photostroms beim Einstrahlen des Lasers in die Öffnung der EK2 auf. (Mit freundlicher Genehmigung von Benjamin Ames erhalten und bearbeitet.)

dass sich für ausreichend große Kräfte eine Biegung der Faser beobachten lässt. Durch die Richtung der Biegung kann das Vorzeichen der Ladung bestimmt werden. Die Auslenkung a der Biegung ist bei konstanter Endkappenspannung ein Maß für die Ladung der Faser. Die Stärke der Auslenkung ist durch die Kombination aus Faserladung und Endkappenspannung bestimmt. Für typische Ladungsstärken können bei einem Abstand der Faser zur EK2 von 500 μ m und $V_{EK2} = -2000$ V Auslenkungen von $a \approx -4 \,\mu$ m (negativ geladene Faser) bis $a \approx 10 \,\mu\text{m}$ (positiv geladene Faser) beobachtet werden. Somit lässt sich durch Messung der Auslenkung eine quantitative aber nur relative Aussage über die Gesamtladung der Faser treffen. Die Änderung der Auslenkung bei Aufladung der Faser lässt sich somit für ausreichend kleine Abstände zur EK2 in situ beobachten. Dies stellt einen Vorteil gegenüber der Bestimmung der Faserladung durch Faser-Ion-Annäherung dar, hier muss der Ladeprozess getrennt vom Messprozess stattfinden. Die Kalibrierung der Faserbiegung als Maß für die Ladung der Faser ist nicht Inhalt der vorliegenden Arbeit und war zum Zeitpunkt der Fertigstellung dieser Arbeit noch nicht durchgeführt. Hierzu wird ein absolutes Maß für die Größe der Ladung auf der Faser benötigt. Die im kommenden Abschnitt 4.2 vorgestellte Methode soll dieses durch Verwendung von Ion-Faser-Annäherungskurven liefern. Die Kombination aus der so bestimmten Ladungsgröße und der entsprechenden Faserauslenkung erlaubt eine Kalibrierung der Skala.

Mit der beschriebenen Anordnung wurde die Faser in verschiedene Ladungszustände versetzt. Der nächste Abschnitt 4.2 behandelt die Analyse zweier dieser Ladungszustände.

4.2. Analyse von Ladungszuständen der Faser



Abbildung 4.3.: Methode zur Bestimmung des Felds einer geladenen Faser (schematische Darstellung): Die geladene Nanofaser wird an ein gespeichertes Ion angenähert. Deren elektrisches Feld führt zu einer Verschiebung des Ions. Die Faser wird schrittweise angenähert und diese Verschiebung aufgenommen. Aus diesen Daten lässt sich die Stärke des von der geladenen Faser verursachten elektrischen Felds (*z*-Komponente) an der betreffenden *z*-Position des Ions bestimmen. (Mit freundlicher Genehmigung von Benjamin Ames erhalten und bearbeitet.)

4.2. Analyse von Ladungszuständen der Faser

Ziel ist es, eine Methode zu entwerfen, die es erlaubt, Ladungszustände der Nanofaser anhand von Feldkurven, die aus Faser-Ion-Annäherung gewonnen werden, zu charakterisieren. Beispielhaft wird diese Charakterisierung an zwei Ladungszuständen durchgeführt; die entsprechenden Feldkurven sind in Abbildung 4.4 zu sehen. Benjamin Ames hat bereits Untersuchungen zu diesem Thema durchgeführt, die hier präsentierten Methoden und Ergebnisse bauen darauf auf. Für die kommenden Analysen wird fast ausschließlich das Verhalten entlang der z-Achse betrachtet, dementsprechend beziehen sich Begriffe wie Fallenfrequenz, Verschiebung und Feldstärke auf die entsprechenden Komponenten in z-Richtung.

4.2.1. Experimentelle Messmethode und bisherige Messergebnisse

4.2.1.1. Feldmessung durch Faser-Ion-Annäherung

Gespeicherte Ionen können als sensitive Sonden zur Untersuchung elektrischer Felder eingesetzt werden [32]⁵. Im vorliegenden Fall wird ein gespeichertes Ion zur Untersuchung des elektrischen Felds einer geladenen Nanofaser verwendet. Nachdem die Faser wie in 4.1.2 beschrieben, geladen wurde, wird in den Betriebsmodus zum Speichern von Ionen gewechselt. Beim Wechsel wird die Faser aus der Laderegion gebracht und es wird ein Ion geladen und die Speicherbedingungen optimiert.

Das Ion befindet sich in einem Potentialminimum, das sich, aufgrund symmetrisch angelegter Endkappenspannungen, ungefähr in der Fallenmitte befindet. Nun wird mit der Annäherung der Faser an

⁵In Referenz [38] wird der Einsatz von Mikropartikeln in einer Paul-Falle zur Charakterisierung des Ladungszustands einer verjüngten optischen Faser beschrieben. Hierbei wird die Ladungsdichte pro Einheitslänge unter Annahme einer unendlich langen homogenen Linienladung bestimmt.



Abbildung 4.4.: z-Komponente des elektrischen Felds E_z für zwei Ladungszustände der Faser in Abhängigkeit des Faser-Ion-Abstandes (experimentelle Daten): Die elektrische Feldstärke wurde aus den Verschiebungen des Ions bei Annäherung der Faser berechnet. Hierzu wird Formel 2.8 angewandt. (Die Daten wurden mit freundlicher Genehmigung von Benjamin Ames zur Verfügung gestellt.)

das Ion entlang der z-Achse begonnen. Abbildung 4.3 zeigt den Prozess in einer schematischen Darstellung. Für positive Ladungszustände typischer Ladungsstärke lässt sich erst ab einem Abstand Faser-Ion $\Delta z \approx 1,6$ mm eine Verschiebung des Ions feststellen. Für eine Entfernung die größer als dieser Wert ist, wird die Fallenfrequenz ω_0 durch Anregung des Ions mit einer RF-Spannung gemessen (siehe Referenz [28]). Die Faser wird schrittweise angenähert. Für jeden Schritt wird sowohl die Faserposition relativ zum ursprünglichen Minimum, als auch die Verschiebung des Ions von der Position des ursprünglichen Minimums δz aufgenommen. Aus diesen Daten lässt sich für jeden Annäherungsschritt der Abstand Faser-Ion bestimmten. Für den positiven Ladungszustand aus Abbildung 4.4 ergibt sich zum Beispiel folgendes: Für einen Faser-Ion-Abstand von $\Delta z \approx 398 \,\mu\text{m}$ wurde eine Verschiebung des Ions und somit des Speicherminimums von $\delta z \approx 58 \,\mu\text{m}$ gemessen. Aus diesen Daten lässt sich unter Annahme eines harmonischen Potentials die z-Komponente des elektrischen Felds mit Hilfe von Gleichung 2.8 aus Teilabschnitt 2.2.4 berechnen. Für die Feldstärke bei $\delta z \approx 58 \,\mu\text{m}$ ergibt sich für eine nominelle Fallenfrequenz von $\omega_0 = 2\pi \cdot 797 \,\text{kHz}$ somit $E_z = 603 \,\text{V/m}$.

4.2.1.2. Bisherige Messergebnisse

Diese Daten wurden von Benjamin Ames für verschiedene am Experiment erzeugte Ladungszustände aufgenommen. Im Rahmen dieser Arbeit werden exemplarisch zwei dieser Ladungszustände zur Analyse herangezogen: Ein Zustand mit positiver Ladung und einer Auslenkung von ungefähr $a \approx 1 \,\mu\text{m}$ (geringe Ladungsstärke gemessen an den typischerweise auftretenden Faserauslenkungen) und ein Zustand mit negativer Ladung geringerer Stärke ($a \approx -0.5 \,\mu\text{m}$). Es wird angenommen, dass sich diese Ladungszustände bei der Feldmessung unter Einfluss des Ions nicht verändern. Abbildung 4.4 zeigt die Felder für die beiden Ladungszustände. Diese Felder werden nun genauer beschrieben, Tabelle 4.1 fasst

Ladungszustände	$\omega_0(\mathrm{kHz})$	$\Delta z_{\min}(\mu m)$	$\delta z_{\rm max}(\mu{ m m})$	$E_{\rm max}({\rm V/m})$
positiv	$2\pi \cdot 797$	230	140	1463
negativ	$2\pi \cdot 814$	311	-25	-273

Tabelle 4.1.: Details zu den Feldern aus Abbildung 4.4: nominelle Fallenfrequenz ω_0 , minimaler Abstand Faser-Ion Δz_{\min} , dazugehörige maximale Auslenkung vom ursprünglichen Minimum δz_{\max} , sowie dazugehörige betragsmäßig maximale Feldstärke E_{\max} .

die wesentlichen Parameterwerte zusammen. Die präsentierten Daten stammen aus ersten Experimenten und sind vorläufig. Eine erste Abschätzung der Fehler hat folgende Werte ergeben: $\Delta(\Delta z) = 3 \,\mu\text{m}$, $\Delta(\delta z) = 2 \,\mu\text{m}$, $\Delta\omega_0/\omega_0 \approx 1 \,\%$, daraus ergibt sich für typische Parameterwerte der Fehler des elektrischen Feldes⁶ $\Delta E \approx 2 \,\text{V/m}$.

Feld des positiven Ladungszustands (rote Kurve in 4.4): Die Faser wurde bis auf $\Delta z_{\min} = 230 \,\mu\text{m}$ an das Ion herangebracht, dies entspricht $\delta z_{\max} = 140 \,\mu\text{m}$. Für diesen Abstand ergibt sich mit einer Fallenfrequenz ohne Einfluss der Faser von $\omega_0 = 2\pi \cdot 797 \,\text{kHz}$ eine Feldstärke von $E_{\max} = 1463 \,\text{V/m}$. Unter der Annahme, dass sich das ursprüngliche Minimum in der Fallenmitte bei z = 0 befand, entspricht der maximale Abstand einer Faserposition $z = 1641 \,\mu\text{m}$ und der minimale Abstand einer Faserposition von $z = 90 \,\mu\text{m}$. Der Ladungszustand wurde mit $V_{\text{EK2}} = -2000 \,\text{V}$ in einem Abstand zur EK2 von etwa 1 mm ($z \approx 1.7 \,\text{mm}$) erzeugt. Weitere Details zum Ladevorgang sind nicht dokumentiert. Benjamin Ames hat bereits Auswertungen dieser Daten durchgeführt. Das Feld der geladenen Faser wurde dabei mit dem Feld einer unendlich langen Linienladung ohne Abschirmung verglichen. Hierzu wurde eine der im Teilabschnitt 4.2.3.4 vorgestellten ähnliche Methode verwendet. Seine Analyse hat für den positiven Ladungszustand ergeben, dass die Feldstärke jener einer Linienladung mit einer Ladungsdichte $\lambda \approx 130 \, e/\mu$ m (Elementarladungen pro Mikrometer) entspricht.

Feld des negativen Ladungszustands (schwarze Kurve in 4.4): Die maximale Auslenkung des Ions betrug $\delta z_{\text{max}} = -25 \,\mu\text{m}$ bei einem Abstand von $\Delta z_{\text{min}} = 311 \,\mu\text{m}$. Für die dazugehörige (betragsmäßig höchste) Feldstärke ergibt sich mit $\omega_0 = 2\pi \cdot 814 \,\text{kHz}$: $E_{\text{max}} = -273 \,\text{V/m}$. Der maximale Abstand entspricht einer Faserposition von $z = 1636 \,\mu\text{m}$ und der minimale Abstand einer Faserposition von $z = 336 \,\mu\text{m}$. Die Faserpostion bei Erzeugung betrug wieder $z \approx 1,7 \,\text{mm}$. Weitere Details, wie dieser Ladungszustand erzeugt wurde, sind nicht dokumentiert.

4.2.2. Modellbildung

4.2.2.1. Allgemeines

Im Folgenden wird Schritt für Schritt das Modell zur Charakterisierung der Ladungszustände aufgebaut. Im ersten Schritt werden Modelle für die Ladungsverteilungen der Ladungszustände diskutiert (Vertei-

⁶Es ergibt sich: $\Delta E = \sqrt{(\frac{m}{e}\omega_0^2 \Delta(\delta z))^2 + (\frac{m}{e}\delta z 2\omega_0 \Delta \omega_z)^2}$. Die Genauigkeit für die Positionierung entlang der *y*-Achse beträgt etwa $\Delta y = 10 \,\mu\text{m}$. Für sämtliche Messwerte gilt $\Delta z/\Delta y \gtrsim 23$, deshalb ist der Einfluss dieser Ungenauigkeit vernachlässigbar.

lungsmodelle). Im nächsten Schritt werden die Felder für diese Verteilungsmodelle ohne Abschirmung hergeleitet. Anschließend wird ein Simulationsmodell präsentiert, das die Felder mit Abschirmung durch geerdete Elektroden beschreibt.

Am Beginn der Diskussion zu möglichen Verteilungsmodellen stehen folgende Überlegungen: Der minimale Abstand Faser-Ion beträgt für die unter 4.2.1 angeführten Daten $\Delta z \approx 230 \,\mu\text{m}$. Die Faser hat einen Durchmesser von $d_{\rm F} = 500 \,\text{nm}$; dies entspricht einem Verhältnis von 1 : 460. Somit hat die radiale Ausdehnung einer Ladungsverteilung auf oder in der Faser keinen signifikanten Effekt auf das Feld. Es ist demnach naheliegend, eine um die *x*-Achse rotationssymmetrische Oberflächenladungsdichte anzunehmen⁷. Die im Weiteren vorgestellten Modelle für Oberflächenladungsdichten weisen immer Rotationssymmetrie um die *x*-Achse auf.

Es bleibt die Verteilung entlang der x-Achse als entscheidendes Charakteristikum eines Verteilungsmodells. Für diese Verteilung wird vereinfachend für alle Modelle angenommen, dass die jeweilige Verteilung um x = 0 zentriert ist. Als einfachstes Modell mit den eben beschriebenen Eigenschaften ergibt sich eine homogene Oberflächenladungsdichte der Länge l und Gesamtladung Q. Dieses Modell eignet sich aufgrund seiner Einfachheit als Referenzmodell. Betrachtetet man allerdings die Elektronenquelle, die für die Aufladung der Faser verantwortlich ist (siehe Teilabschnitt 4.1.2), kann davon ausgegangen werden, dass ihr Elektronenstrahl eine inhomogene Dichteverteilung entlang der Faser aufweist. Als erstes mögliches Modell für diese radiale Verteilung und somit auch für die Verteilung entlang der x-Achse wird an dieser Stelle eine Gauß-Verteilung angenommen. Es ist naheliegend, dass sich diese Profilform des Elektronenstrahls auf die erzeugte Ladungsverteilung überträgt (in Abschnitt 4.3.2 erfolgt die Charakterisierung des Strahls einer Elektronenquelle⁸). Somit ergibt sich als zweites Modell eine Oberflächenladungsdichte mit gaußförmiger Verteilung entlang der x-Achse, Länge l, Breite σ und Gesamtladung Q.

In Anknüpfung an die im letzten Teilabschnitt 4.2.1 vorgestellte Verwendung einer unendlich langen Linienladung zur Charakterisierung des positiven Ladungszustands und der oben dargestellten Größenverhältnisse kann für die beiden Modelle in sehr guter Näherung folgende Vereinfachung angewendet werden: Für die in diesem Teilabschnitt betrachteten Faser-Ion-Abstände ist das Feld einer Linienladung mit Gesamtladung Q und Länge l bei gleicher Verteilung entlang der x-Achse gleich jenem einer Oberflächenladung, bei der Q homogen auf der Mantelfläche eines Quarzglaszylinders mit Länge l und Durchmesser der Nanofaser verteilt ist⁹. Als Basis für die folgenden Analysen finden demnach Linienladungen als Verteilungsmodelle Anwendung.

4.2.2.2. Modelle für Ladungsverteilungen und zugehörige elektrische Felder ohne Abschirmung

Anhand der beschriebenen Vereinfachung lassen sich die beiden Modelle für Oberflächenladungsdichten durch Modelle für Linienladungen ersetzen. Die homogene Oberflächenladungsdichte wird durch ei-

⁷Hinzu kommt die Tatsache, dass die Prozesse, die zur Aufladung der Nanofaser führen, zu diesem Zeitpunkt nur in groben Zügen bekannt sind. Somit kann auch keine Aussage über die Verteilung der Ladung innerhalb der Faser getroffen werden.

⁸Die dort gewonnen Ergebnisse können hier aber nicht zur Modellbildung herangezogen werden (siehe Diskussion in Teilabschnitt 4.3.2.3).

⁹Für unendlich lange Ladungsverteilungen gilt dieser Zusammenhang exakt, siehe dazu Teilabschnitt 4.3.3.1.1.



Abbildung 4.5.: Ladungsdichten für die homogene Linienladung (HLL) und für die Linienladung mit gaußförmiger Linienladung (GLL)

ne homogene Linienladung (HLL) ersetzt. Die gaußförmige Oberflächenladungsdichte wird durch eine Linienladung mit gaußförmiger Verteilung (GLL) ersetzt. Als Maßeinheit zur Beschreibung der Linienladungsdichten wird wieder *e*/µm (Elementarladungen pro Mikrometer) verwendet. Abbildung 4.5 zeigt die beiden Verteilungen, diese werden im Folgenden näher charakterisiert.

4.2.2.2.1. Ladungsverteilungen

Für die Parametrisierung der HLL (schwarze Kurve in Abbildung 4.5) werden die Länge l und die Gesamtladung Q verwendet. Für die HLL ergibt sich demnach folgende Ladungsdichte:

$$\lambda_{\text{HLL}}(x) \equiv \lambda_{\text{HLL}} = \frac{Q}{l}.$$
(4.1)

Die GLL (rote Kurve in Abbildung 4.5) wird anhand von Länge l (diese ist unabhängig von der Länge l zur Charakterisierung der HLL), Breite σ (Standardabweichung der Gauß-Kurve) und Gesamtladung Q parametrisiert. Die Gauß-Verteilung wird hier normiert, sodass sich bei gegebener Länge l und Breite σ die Gesamtladung Q ergibt (für |x| > l/2 gilt $\lambda_{GLL}(x) = 0$):

$$\lambda_{\rm GLL}(x) = \frac{Q}{\sqrt{2\pi\sigma} \operatorname{erf}\left(\frac{l}{\sqrt{8\sigma}}\right)} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right).$$
(4.2)

Weitere Größen zur Charakterisierung der GLL sind die maximale Ladungsdichte λ_{\max}^{10} , die minimale Ladungsdichte λ_{\min}^{11} und die durchschnittliche Ladungsdichte $\bar{\lambda} = Q/l^{12}$. Die durchschnittliche Ladungsdichte $\bar{\lambda}$ wird im Folgenden abgekürzt mit λ bezeichnet. Zur Charakterisierung des Ausprä-

¹⁰Es gilt $\lambda_{\text{max}} = \lambda_{\text{GLL}}(0)$.

¹¹Es gilt $\lambda_{\min} = \lambda_{GLL}(\pm l/2)$.

¹²Gemittelt über $|x| \leq l/2$, für die HLL gilt $\lambda_{\text{HLL}} = \bar{\lambda}_{\text{HLL}}$.



Abbildung 4.6.: Zur Herleitung der Felder von Linienladungen: Ein Ladungselement $\lambda(x) \cdot dx$ verursacht am Ort Δz das Feld $d\mathbf{E}(\Delta z)$ mit der z-Komponente $d\mathbf{E}_z(\Delta z) = ||d\mathbf{E}(\Delta z)|| \cdot \cos \theta$. Das Feld der gesamten Linienladung ergibt sich durch Integration über die x-Koordinate.

gungsgrades der Gauß-Form und zur besseren Vergleichbarkeit zwischen GLL und HLL wird der Faktor $\gamma = \sigma/l$ eingeführt und folgende Einteilung getroffen:

- Spitze Verteilungen: $\gamma \leq 0.165 \; (\lambda_{\min}/\lambda_{\max} \leq 1 \; \%)$
- Flache Verteilungen: $\gamma \ge 1,56 \; (\lambda_{\min}/\lambda_{\max} \ge 95 \; \%)$
- Ausgeprägte Verteilungen: $0.165 < \gamma < 1.56 \ (1 \% < \lambda_{\min}/\lambda_{\max} < 95 \%)^{13}$.

4.2.2.2.2. Felder für Ladungsverteilungen

Nachdem nun die beiden relevanten Verteilungsmodelle eingeführt wurden, gilt es im Folgenden die Felder für die HLL und die GLL herzuleiten. Von besonderem Interesse ist das Feld entlang der z-Achse (Fallenachse). Bei den Herleitungen werden die Linienladungen aus punktförmigen Ladungselementen zusammengesetzt. Für die weiteren Schritte wird das allgemein bekannte Feld einer Punktladung im radialen Abstand r benötigt:

$$E_{\rm PL}(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}.\tag{4.3}$$

Abbildung 4.6 zeigt eine Skizze zur Herleitung der Felder (in Anlehnung an Referenz [39]). Man geht von einem Linienelement mit punktförmiger Ladung $\lambda(x) \cdot dx$ aus und betrachtet das Feld am Ort Δz auf der z-Achse im radialen Abstand $r = \sqrt{x^2 + (\Delta z)^2}$. Für dieses Feld ergibt sich ein Betrag $\|d\boldsymbol{E}(\Delta z)\| = \frac{\lambda(x) \cdot dx}{4\pi\epsilon_0(x^2 + (\Delta z)^2)}$. Die z-Komponente dieses Felds lautet mit $\cos \theta = \Delta z / \sqrt{x^2 + (\Delta z)^2}$:

 $^{^{13}}$ Zur Veranschaulichung: Bei der GLL-Verteilung in Abbildung 4.5 handelt es sich um einen ausgeprägte Verteilung mit $\gamma = 0,220.$

4.2. Analyse von Ladungszuständen der Faser

$$d\boldsymbol{E}_{z}\left(\Delta z\right) = \left\|d\boldsymbol{E}\left(\Delta z\right)\right\| \cdot \cos\theta = \frac{\Delta z\lambda(x)}{4\pi\epsilon_{0}\left(x^{2} + (\Delta z)^{2}\right)^{3/2}} \cdot dx.$$
(4.4)

Das Feld der gesamten Linienladung ergibt sich durch Integration des Felds aus Gleichung 4.4 entlang der *x*-Achse:

$$E_z(\Delta z) = \frac{\Delta z}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\lambda(x)}{\left(x^2 + (\Delta z)^2\right)^{3/2}} \mathrm{d}x.$$
(4.5)

Somit ergibt sich für die HLL aus Gleichung 4.5 folgendes Integral:

$$E_{z}(\Delta z) = \frac{\Delta z}{4\pi\epsilon_{0}} \frac{Q}{l} \int_{-l/2}^{+l/2} \frac{1}{\left(x^{2} + (\Delta z)^{2}\right)^{3/2}} \mathrm{d}x.$$

Durch Lösen dieses Integrals ergibt sich folgendes Feld für die HLL¹⁴:

$$E_{\text{HLL}_z}(\Delta z) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\Delta z \sqrt{(\Delta z)^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}}.$$
(4.6)

Für das Integral in 4.5 konnte nach Einsetzen von $\lambda_{GLL}(x)$ keine analytische Lösung gefunden werden, das Feld kann aber durch numerische Integration des folgenden Integrals berechnet werden:

$$E_{\text{GLL}_z}(\Delta z) = \frac{\Delta z}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{\exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)}{\left(x^2 + (\Delta z)^2\right)^{3/2}} \mathrm{d}x.$$
(4.7)

Die Felder für eine HLL und eine GLL laut den Gleichungen 4.6 und 4.7 sind in Abbildung 4.7 beispielhaft dargestellt. Für beide Ladungsverteilungen wurde $l = 1000 \,\mu\text{m}$ und $Q = 10^5 e$ gewählt. Die schwarze Kurve zeigt demnach das Feld für eine HLL mit $\bar{\lambda}_{\text{HLL}} = \lambda_{\text{HLL}} = 100 e/\mu\text{m}$. Das Feld für die GLL ist rot eingezeichnet. Die GLL weist folgende Parameterwerte auf: $\lambda_{\text{GLL}} = 100 e/\mu\text{m}$, $\sigma = 200 \,\mu\text{m}$ und $\lambda_0 \approx 202 e/\mu\text{m}$. Betrachtet man nun die Felder, erkennt man, dass sich diese für Abstände $\Delta z < 1000 \,\mu\text{m}$ deutlich voneinander unterscheiden (die Differenz ist größer als 5 %). Für größere Abstände nähern die Kurven einander an. Grob gesagt gilt also: Das Fernfeld wird durch den Wert von λ bestimmt, für Abstände kleiner als l wird das Feld durch die Struktur der Ladungsverteilung bestimmt.

4.2.2.3. Elektrische Felder für Ladungsverteilungen mit Abschirmung

Die bisher beschriebenen Felder sind für Ladungsverteilungen ohne Abschirmung gültig. Die geladene Faser befindet sich allerdings in einer Falle mit metallischen Elektroden, die das Feld abschirmen. Die Abschirmung der Ladungsverteilung durch die Klingen lässt sich ohne weitere Untersuchungen nicht mittels einer analytischen Ergänzung in die oben beschriebenen Modelle implementieren. Diese Untersuchungen und weitergehende Modellierungen gehen über den Rahmen dieser Arbeit hinaus. Das Feld für eine geladene Faser in einer Paul-Falle wird deshalb mit Computersimulationen in COMSOL bestimmt.

¹⁴Für eine unendlich lange Linienladung mit homogener Ladungsdichte (ULL) ergibt sich $E_{\text{ULL}_z}(\Delta z) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0\Delta z}$. Allgemein gilt für eine ULL mit radialem Abstand r: $E_{\text{ULL}}(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$.



Abbildung 4.7.: Elektrische Felder (z-Komponenten) einer homogenen Linienladung (HLL) und einer gaußförmigen Linienladung (GLL) nach Gleichungen 4.6 und 4.7.

Wie sich die Abschirmung auf das Feld auswirkt, wird im Anschluss an die folgende Beschreibung des Modells gezeigt.

Das COMSOL-Modell der Nanofaser-Falle wurde von Benjamin Ames erstellt und von mir bearbeitet. Die übliche Vorgangsweise beim Erstellen solcher Modelle ist, dass die Geometrie der Falle in Form eines CAD-Modells importiert wird. Es wird ein Block mit den Eigenschaften von Vakuum erstellt und das Volumen der Elektroden aus diesem Modell ausgeschnitten. Das Modell beinhaltet den inneren, für das Feld ausschlaggebenden, Teil der Falle.

Wie oben beschrieben, wird bei der Modellierung der Faserladungsverteilung von Oberflächenladungsmodellen ausgegangen, die anschließend durch Linienladungsmodelle ersetzt werden. Dieser Methodik folgend, könnte das COMSOL-Modell eine Linienladung enthalten anstatt einer makroskopischen Faser. Der Anspruch an das Modell war allerdings, dass eine makroskopische Faser vorhanden sein soll, damit es für weitere Fragestellungen, wie zum Beispiel die Untersuchung des Elektronenflusses um die Faser, verwendbar ist. Aus diesem Grund wurde das Modell durch mich um eine makroskopische Faser als runder Zylinder aus Quarzglas ergänzt.

Abbildung 4.8 zeigt in Bild (a) das COMSOL-Modell mit der Nanofaser. Bild (b) zeigt eine Schnittdarstellung für das elektrische Potential einer homogenen Ladungsverteilung mit $l = 800 \,\mu\text{m}$. Für die Simulation der Ladungsverteilungen liegen alle Elektroden auf Erde. Ein Teil der Faseroberfläche ist auf einer Länge l, zentriert um x = 0, mit einer Oberflächenladungsdichte versehen. Diese wird durch die Gesamtladung Q und, im Falle einer GLL, durch die Breite σ bestimmt. Q ist auf der Faseroberfläche rotationssymmetrisch um die x-Achse verteilt. Zur Erhöhung der numerischen Auflösung entlang der z-Achse wurde ein Rechteck um die Faser erstellt¹⁵, in dem das Berechnungsgitter verfeinert wurde (Mittelpunkt: (0,00|0,00| - 0.75)mm, x-Ausdehnung: 5 mm, y-Ausdehnung: 0,5 mm, z-Ausdehnung:

¹⁵Dieses ist in Abbildung 4.8 nicht dargestellt.



Abbildung 4.8.: COMSOL-Modell der linearen Paul-Falle mit Nanofaser: (a) Das Modell besteht aus dem inneren Teil der linearen Paul-Falle. Die Nanofaser ist als Quarzzylinder über die gesamte Breite des Modells angelegt. Auf einer Länge l zentriert um x = 0 ist eine Ladungsverteilung auf der Oberfläche der Faser implementiert. Die Klingen liegen auf Erde, die Endkappen auf V_{EK1} beziehungsweise V_{EK2} (das strichlierte Rechteck gibt die Position für Bild (b) an). (b) Potential einer homogenen Ladungsverteilung mit $l = 800 \,\mu\text{m}$ und $\lambda = 100 \, e/\mu\text{m}$, hier gilt $V_{\text{EK1}} = V_{\text{EK2}} = 0$.



Abbildung 4.9.: Zur Veranschaulichung des Abschirmeffekts der Klingenelektroden der Falle: Felder für homogene Ladungsverteilungen ($\lambda = 100 \, e/\mu m$, $l = 800 \, \mu m$), ohne Abschirmung im Vakuum (rote Kurve) und mit Abschirmung in der Nanofaser-Falle (schwarze Kurve). Die dritte Kurve (grün) zeigt die Differenz der beiden Felder.

2,5 mm). In Summe bestand das Berechnungsgitter aus rund 2,6 \cdot 10⁶ Elementen¹⁶.

Das elektrische Feld einer Ladungsverteilung lässt sich aus dem zugehörigen Potential mittels Ortsableitung bestimmen. Das Potential für die geladene Faser in der Falle wird in COMSOL durch numerisches Lösen des elektrostatischen Problems berechnet. Hierbei zeigen sich abweichend zur Modellierung im freien Raum in Teilabschnitt 4.2.2.2 folgende Charakteristika: Oben wurde implizit angenommen, dass die Ladungsverteilung ein homogenes Oberflächenpotential entlang der *x*-Achse aufweist, wobei der absolute Betrag dieses Potentials dabei keine Rolle spielt. In der Falle ergibt sich durch die Randbedingungen in Form der geerdeten Elektroden ein Verlauf des Potentials auf der Faser. Zusätzlich hierzu weicht der Potentialverlauf pro Faserteilstück in der Falle von jenem im freien Raum ab. Diese beiden Effekte werden im vorliegenden Modell gemeinsam als "Abschirmung" bezeichnet.

Abbildung 4.9 zeigt den Einfluss dieser Abschirmung auf das Feld. Die beiden dargestellten Kurven entsprechen den Feldern homogener Ladungsverteilungen mit gleichen Parameterwerten $\lambda = 100 e/\mu m$ und $l = 800 \mu m$. Die rote Kurve zeigt das Feld im Vakuum, die schwarze jenen in der Falle des Nanofaser-Experiments. Die Differenz der beiden Kurven ist in Grün eingezeichnet. Die Faser befindet sich bei $z_{\rm F} = -1,7$ mm. Die Differenzkurve steigt bis zu ihrem Maximum bei $\Delta z = 671 \,\mu m$ an. Bei diesem Maximum beträgt die Stärke des abgeschirmten Feldes 59 % jener des nicht abgeschirmten Feldes. Für größere Entfernungen fällt die Differenzkurve leicht ab. Aus dem Verlauf dieser Kurve erkennt man, dass das Feld einer Ladungsverteilung für Entfernungen $\Delta z < 310 \,\mu m$ verhältnismäßig wenig (weniger als 10 %) abgeschirmt wird.

Die relevanten z-Positionen für die Faser innerhalb der Falle befinden sich für eine Analyse der Ergebnisse aus 4.2.1 im Bereich $-0.1 \text{ mm} \le z_F \le 1.7 \text{ mm}$. Für diesen Bereich haben Simulatio-

¹⁶Ein Standard-Desktop-Computer (Spezifikationen wie oben) benötigt zur Berechnung des Potentials etwa 8 min.

nen für verschiedene Faserpositionen gezeigt, dass zu vernachlässigende Unterschiede der Felder in positiver z-Richtung bei sonst identischen Parameterwerten bestehen (Differenz kleiner als 0,5 % für $\Delta z > 0,2$ mm). Dies bedeutet, dass das Feld nicht für jede Faserposition neu berechnet werden muss, sondern die Lösung für eine bestimmte Faserposition verwendet werden kann. Für die Simulationen, deren Ergebnisse in 4.2.3 präsentiert werden, wurde $z_{\rm F} = 1,7$ mm gewählt.

Das eben vorgestellte Modell bildet die Grundlage für die Charakterisierung der Ladungsverteilungen in den kommenden Teilabschnitten.

4.2.3. Ergebnisse: Charakterisierung zweier Ladungszustände anhand von Anpassungskurven

4.2.3.1. Allgemeines

In diesem Teilabschnitt werden die in Teilabschnitt 4.2.1 dargestellten Ladungszustände charakterisiert. Dies inkludiert Aussagen zur geometrischen Form, Schätzwerte für geometrische Größen sowie der Ladung. Dazu werden die oben beschrieben Modelle für HLL und GLL mit Abschirmung verwendet. Die Methode kann auf jeden Datensatz solcher Art angewandt werden. Die Analyse erfolgt unter der Annahme, dass das Feld, das aus den experimentellen Daten (Verschiebung des Speicherminimums) berechnet wurde, mit dem Feld der gleichen Ladungsverteilung in der Falle identisch ist. Das heißt, dass bei der Messung kein systematischer Fehler vorliegt¹⁷. Diese Annahme wird später im Punkt 4.2.3.4 nochmals aufgegriffen und diskutiert. Die Analyse des positiven Ladungszustands wird ausführlich beschrieben, für den negativen Ladungszustand werden die wesentlichen Ergebnisse präsentiert.

4.2.3.2. Positiver Ladungszustand

4.2.3.2.1. Anpassung mittels HLL-Modell

Wie in Teilabschnitt 4.2.2 beschrieben, werden zur Charakterisierung der Ladungsverteilungen Modelle mit Abschirmung benötigt. Als erstes wird hier das HLL-Modell mit Abschirmung angewandt. Ziel ist es, durch Vergleich von Feldern, die aus Simulationen mit bekannten Parameterwerten stammen, mit den experimentellen Daten die Länge l und die Ladung Q zu bestimmen.

Methode der kleinsten Fehlerquadrate

Betrachtet man die experimentellen Daten bestehend aus N Datenpunkten, so lässt sich das zugehörige elektrische Feld E_z (schwarze Kurve in Abbildung 4.4) darstellen als:

$$\hat{E}_{\text{Exp}} = \{ (z_1, E_{\text{Exp}_1}), (z_2, E_{\text{Exp}_2}), (z_3, E_{\text{Exp}_3}) \cdots (z_N, E_{\text{Exp}_N}) \}.$$
(4.8)

Die Anwendung dieser Methode wird nun anhand eines Beispiels diskutiert: Es wird eine Simulation mit $l = 400 \,\mu\text{m}$ und $Q = 1 \, e$ durchgeführt. Die zugehörige Feldlösung wird als HLL⁽⁴⁰⁰⁾-Basisfunktion

¹⁷Angenommen auf der Faser befindet sich eine HLL mit $l = 800 \,\mu\text{m}$ und $Q = 0.8 \cdot 10^5 \,\text{e}$ (bzw. die entsprechende Oberflächenladungsdichte). Nun nimmt man mit dieser Ladungsverteilung eine experimentelle Faser-Ion-Annäherungskurve auf und berechnet daraus die entsprechenden Feldstärken. Dieses Feld entspricht laut obiger Annahme dem Feld der selben HLL mit Abschirmung in der Falle (schwarze Kurve in Abbildung 4.9).

bezeichnet, allgemein gilt für die Basisfunktion die Bezeichnung $HLL^{(l)18}$. Betrachtet man nun nur die *z*-Koordinaten eines experimentellen Datensatzes, lässt sich dieser Teil der $HLL^{(l)}$ wie folgt darstellen:

$$\hat{E}_{\text{Sim}}^{(l)} = \{ (z_1, E_{\text{Sim}_1}), (z_2, E_{\text{Sim}_2}), (z_3, E_{\text{Sim}_3}) \cdots (z_N, E_{\text{Sim}_N}) \}.$$
(4.9)

Die Komponenten der $\hat{E}_{Sim}^{(l)}$ lassen sich mit einem Ladungsfaktor q = Q/e multiplizieren und somit lässt sich das Feld einer HLL mit Länge l und beliebiger Ladung Q erzeugen. Ziel ist es nun, die Komponenten der $\hat{E}_{Sim}^{(l)}$ mit q so zu skalieren, dass die höchste Übereinstimmung mit den experimentellen Daten erzielt wird. Als Maß für diese Übereinstimmung wird die totale Residuenquadratsumme (RSS^{19}) verwendet:

$$RSS(q) = \sum_{i=1}^{N} \left(q \cdot E_{\text{Sim}_{i}} - E_{\text{Exp}_{i}} \right)^{2}.$$
 (4.10)

Der Ladungsfaktor q wird nun variiert²⁰, bis sich ein Minimum für RSS ergibt; die sich daraus ergebende Ladungsfaktor wird mit q_{fit} bezeichnet:

$$\min_{q} RSS(q) \Rightarrow q_{\text{fit}}.$$
(4.11)

Diese allgemein bekannte Methode wird als Methode der kleinsten Fehlerquadrate bezeichnet. Zur Darstellung der RSS unabhängig von der Anzahl der verwendeten Datenpunkte N wird hier zusätzlich die normierte RSS definiert: $RSSN(q) = \sqrt{RSS(q)}/N$. $RSSN(q_{\rm fit})$ wird mit $RSSN_{\rm fit}$ bezeichnet und es gilt $Q_{\rm fit} = eq_{\rm fit}$. Die HLL^(l) wird mit $q_{\rm fit}$ skaliert, das Ergebnis wird als HLL^(l)-Anpassungskurve bezeichnet. Für $l = 400 \,\mu{\rm m}$ ergibt sich: $Q_{\rm fit} = 0.766 \cdot 10^5 \,e$ und $RSSN_{\rm fit} = 632 \,{\rm V}^2/{\rm m}^2$. Für diese Beziehung wird folgende Darstellung gewählt: $RSSN_{\rm fit}(l = 400 \,\mu{\rm m}) = RSSN_{\rm fit}(400) = 632 \,{\rm V}^2/{\rm m}^2$. Wählt man nun eine andere Länge, zum Beispiel $l = 800 \,\mu{\rm m}$ so ergibt sich: $Q_{\rm fit} = 1.11 \cdot 10^5 \,e$ und $RSSN_{\rm fit}(800) = 313 \,{\rm V}^2/{\rm m}^2$. Es zeigt sich also, dass die HLL⁽⁸⁰⁰⁾-Anpassungskurve die Daten besser abbildet und die dazugehörigen Werte für Q und l einen besseren Schätzwert für die Ladung der Faser und die Länge der Ladungsverteilung auf der Faser darstellen.

Ergebnisse des Anpassungsprozesses

Zur Ermittlung fundierter Schätzwerte für Q und l wurde eine Sammlung von Basisfunktionen²¹ angelegt: 58 Funktionen mit Längenbereich 50 µm $\leq l \leq 1200$ µm. Der Obergrenze von l = 1200 µm liegt die folgende Überlegung zu Grunde: Der *x*-Abstand der Klingenspitze (Punkt des geringsten radialen Abstands zum Fallenmittelpunkt in der *x-y*-Ebene) beträgt $d_{\text{Klingen}} = 760$ µm. Als Schätzung wird davon ausgegangen, dass keine Elektronen außerhalb des Bereichs $l_{\text{max}} = 1,5 \cdot d_{\text{Klingen}} \approx 1200$ µm symmetrisch um x = 0 auf die Faser treffen (diese Annahme wird in Teilabschnitt 4.3.2.3 nochmals aufgegriffen). Die Schrittweite in l variiert zwischen 1 µm und 100 µm. Sowohl für den positiven als auch

¹⁸l wird hier als Länge/µm angegeben. Zur Unterdrückung numerischer Fluktuationen wurden diese Kurve und alle weiteren Basisfunktionen mittels eines Tiefpassfilters geglättet.

¹⁹Nach der englischen Bezeichnung residual sum of squares.

²⁰Hier mittels eines selbst geschriebenen Mathematica-Skripts.

²¹Diese wurden mit $q = 10^5$ erzeugt und das Feld anschließend auf ein q = 1 entsprechendes Feld normiert (mittels Division durch 10^5).



Abbildung 4.10.: Zur Charakterisierung des positiven Ladungszustands durch das HLL-Modell: *RSSN* in Abhängigkeit von der Länge der Ladungsverteilung *l*. Auf die Datenpunkte wurde eine allgemeine Interpolation angewandt, das Minimum der Interpolationskurve ist rot eingezeichnet.

für den negativen Ladungszustand wurde die Schrittweite um das RSSN-Minimum auf 1 µm reduziert.

Mit jeder Basisfunktion aus dieser Sammlung wurde der oben beschriebene Prozess durchgeführt. Abbildung 4.10 zeigt die Abhängigkeit $RSSN_{\rm fit}(l)$. Es zeigt sich ein klar ausgeprägtes Minimum bei $l \approx 614 \,\mu{\rm m}$. Aus einer allgemeinen Interpolation durch sämtliche Datenpunkte²² ergibt sich ein Minimum bei $l = 613,8 \,\mu{\rm m}$. Als nächstliegender Wert mit verfügbarer Basisfunktion wird $l = 614 \,\mu{\rm m}$ als RSSN-Minimum verwendet. Hier gilt $RSSN_{\rm fit} = 90,3 \,{\rm V}^2/{\rm m}^2$ und $Q_{\rm fit} = 0,936 \cdot 10^5 \,e$. Daraus ergibt sich eine Ladungsdichte $\lambda_{\rm fit} = 152 \,e/\mu{\rm m}$.

Abbildung 4.11 zeigt die experimentellen Daten und die $\text{HLL}^{(614)}$ -Anpassungskurve. Zu erwähnen ist an dieser Stelle auch, dass $\lambda_{\text{fit}}(l)$ eine ausgeprägte Abhängigkeit von l zeigt (siehe Abbildung A.2 im Anhang). Dies zeigt, dass die verwendete Methode in Q und l unabhängig voneinander sensitiv ist.

Zur Analyse der Güte der HLL-Anpassungskurve wird die Residuenkurve herangezogen, diese ist in Abbildung 4.11 (b) zu sehen. Die wichtigsten charakteristischen Werte sind in Tabelle 4.2 zusammengefasst²³. Angegeben sind der Mittelwert der Residuen μ , die mittlere Abweichung MD^{24} (Mittelwert der Beträge der Residuen), Maximalwert (Betrag) der Residuen Max und die Standardabweichung der Residuen *s*. Vergleicht man MD = 8,24 V/m mit dem Messfehler von $\Delta E = 2$ V/m sieht man, dass die Ergebnisse der Simulation nicht innerhalb der experimentellen Fehlergrenze liegen. Die Residuenkurve

²²Hierzu wurde die Funktion "Interpolation" in Mathematica genutzt.

²³Die Fehlergrenzen für l und Q wurden wie folgt abgeschätzt: Zu allen E_z -Werten der experimentellen Daten wird die Fehlergrenze $\Delta E = 2 \text{ V/m}$ addiert (beziehungsweise von den Werten subtrahiert) und anschließend die RSS-Anpassung nochmals durchgeführt. Aus der Differenz dieser Anpassungen zur Anpassung mit dem ursprünglichen Datensatz ergibt sich die angegebene Fehlergrenze.

²⁴Abgeleitet von der englischen Bezeichnung "mean deviation".

4. Nanofaser-Experiment



Abbildung 4.11.: Zur Charakterisierung des positiven Ladungszustands: (a) experimentelle Daten und $HLL^{(614)}$ -Anpassungskurve, (b) Residuen für die $HLL^{(614)}$ -Anpassungskurve.

			Residuen			
l	Q	RSSN	μ	MD	Max	s
(µm)	$(10^4 e)$	(V^2/m^2)	(V/m)	(V/m)	(V/m)	(V/m)
614 ± 10	$9{,}40\pm0{,}10$	90,3	5,29	8,24	12,4	7,39

Tabelle 4.2.: Ergebnisse des HLL-Anpassungsprozesses für den positiven Ladungszustand: Länge l, Ladung Q, normierte Residuenquadratsumme RSSN; Daten zu den Residuen: Mittelwert μ , Mittlere Abweichung MD, Maximalwert Max, und Standardabweichung s.

zeigt eine ausgeprägte Struktur:

- Rechts des Nulldurchgangs bei $\Delta z \approx 440 \,\mu\text{m}$ sind alle Residuen positiv, das Maximum liegt bei $\Delta z \approx 820 \,\mu\text{m}$.
- Für $\Delta z \lesssim 440 \,\mu\text{m}$ zeigen sich ein weiterer Durchgang durch die waagrechte Achse bei $\Delta z \approx 260 \,\mu\text{m}$ und das Minimum bei $\Delta z = 330 \,\mu\text{m}$.

Die ausgeprägte Struktur weist darauf hin, dass Abhängigkeiten vorhanden sind, die durch das Modell nicht abgebildet werden²⁵. Nachdem es sich bei der HLL um ein einfaches Modell handelt, ist davon auszugehen, dass ein Teil dieser Struktur darauf zurückgeht, dass das HLL-Modell die Ladungsverteilung der Faser nicht ausreichend gut abbildet. Eine weitere Ursache können systematische Abweichungen bei der Verwendung dieser Methode sein; diese Fragestellung wird in Teilabschnitt 4.2.3.4 wieder aufgriffen.

Von Interesse ist nun auch, wie sich das hier verwendete Modell mit Abschirmung im Vergleich zum Modell ohne Abschirmung verhält. Wendet man einen Fit mit Gleichung 4.6 als Modellfunktion auf den kompletten Datensatz an, so ergibt sich: $Q_{\text{fit}} = (0.68 \pm 0.04) \cdot 10^5 e$ und $l_{\text{fit}} = (331 \pm 74) \,\mu\text{m}$, dies entspricht einer Ladungsdichte $\lambda_{\text{fit}} = (206 \pm 59) e/\mu\text{m}$. Für diese Werte ergibt sich ein $RSSN_{\text{fit}} = 1731,86 \,\text{V}^2/\text{m}^2$. Abbildung A.1 im Anhang zeigt die experimentellen Daten, den Fit und die Residuen. Es zeigt sich also, dass die Ergebnisse beider Modelle wie erwartet deutlich voneinander abweichen und das Modell mit Abschirmung ein deutlich besseres Ergebnis liefert (relative Differenz in RSSN etwa Faktor 19).

4.2.3.2.2. Anpassung mittels GLL-Modell

Zur realitätsgetreueren und damit besseren Abbildung der Ladungsverteilung wird als weiteres Modell die GLL (nach Gleichung 4.2) eingeführt. Die Gesamtladung Q wird wieder als Skalierungsparameter verwendet und somit ist eine GLL durch zwei Parameter definiert: Die Länge l und die Breite σ . Auch für die GLL wurde eine Sammlung an Basisfunktionen angelegt. Wie oben wird eine maximale Länge von $l_{\text{max}} = 1200 \,\mu\text{m}$ angenommen; der untersuchte Längenbereich erstreckt sich auf $450 \,\mu\text{m} \le l \le 1200 \,\mu\text{m}$, wobei die Schrittweite in l variiert (zwischen 50 μm und 200 μm). Pro Länge l wurde die Breite der Verteilung σ jeweils über einen bestimmten Bereich $\sigma_1 \le \sigma \le \sigma_2$ variiert (Schrittweite: 50 μm -100 μm). Diese Grenzwerte wurden so gewählt, dass gilt: $\sigma_1 \le l \cdot 0,165$ und $\sigma_2 \ge l \cdot 1,56$ (gemäß der Einteilung

²⁵Für ein ideales Modell erwartet man normalverteilte Residuen mit Mittelwert E = 0.



Abbildung 4.12.: Zur Charakterisierung des positiven Ladungszustands durch das GLL-Modell: $RSSN_{fit}$ in Abhängigkeit von der Länge l und der Breite σ . Aus den Datenpunkten wurde durch Interpolation in Mathematica eine Fläche erzeugt. Das RSSN-Minimum ist mittels eines roten Pfeils gekennzeichnet.

in flache und spitze Verteilungen in Teilabschnitt 4.2.2.2.1). Wie für die HLL wurde die Dichte der untersuchten Parameterwerte im Bereich eines möglichen Minimums erhöht. In Summe wurden 93 GLL-Basisfunktionen erstellt.

Auch mit dieser Sammlung wurde derselbe Prozess wie für die HLL-Sammlung in Teilabschnitt 4.2.3.2.1 durchgeführt (*RSS*-Minimierung durch Skalierung mit *q*). Abbildung 4.12 zeigt die Abhängigkeit $RSSN_{\rm fit}(l,\sigma)$. Es zeigen sich zwei Täler in der RSSN: ein Tal entlang $\sigma \approx 300 \,\mu{\rm m}$ und ein zweites Tal entlang $l \approx 600 \,\mu{\rm m}$. Von den untersuchten Basisfunktionen ergibt sich für $l = 700 \,\mu{\rm m}$ und $\sigma = 350 \,\mu{\rm m}$ die geringste Abweichung zu den Daten: $RSSN_{\rm fit}(600,900)^{26} = 92,0 \,{\rm V}^2/{\rm m}^2$. Für diese GLL gilt: $Q_{\rm fit} = 9,24 \cdot 10^4 \,e$, $\lambda_{\rm fit_{max}} = 157 \,e/\mu{\rm m}$ und $\bar{\lambda}_{\rm fit} = 154 \,e/\mu{\rm m}$. Die Daten bestätigen grundlegende Erwartungen, die sich aus den Ergebnissen für die HLL ergeben:

• Für flache GLL-Verteilungen erwartet man:

$$RSSN_{\mathrm{fit}}^{\mathrm{(GLL)}}\left(\sigma\geq1,56\cdot l\right)\approx RSSN_{\mathrm{fit}}^{\mathrm{(HLL)}}\left(l\right).$$

Zum Beispiel gilt: $RSSN_{\rm fit}^{\rm (HLL)}(1000) = 762 \, {\rm V}^2/{\rm m}^2$ und $RSSN_{\rm fit}^{\rm (GLL)}(1000, 1560) = 762 \, {\rm V}^2/{\rm m}^2$. Außerdem gilt im Grenzfall $\sigma \to \infty$:

 $^{^{26}}l$ und σ werden hier als Länge/µm und Breite/µm angegeben.

$$RSSN_{\mathrm{fit}}^{\mathrm{(GLL)}}\left(l,\sigma
ightarrow \infty
ight) = RSSN_{\mathrm{fit}}^{\mathrm{(HLL)}}\left(l
ight)$$
 .

Dies bedeutet, dass die Abhängigkeit $RSSN_{\text{fit}}^{(\text{GLL})}(l,\sigma)$ für große σ -Werte nahezu waagrecht verläuft, dieser Effekt ist in Abbildung 4.12 andeutungsweise zu erkennen.

• Für spitze Ladungsverteilungen mit Breite σ ist es naheliegend, dass deren Feld näherungsweise (relative Abweichung < 1,5 % für Abstände $\Delta z > 200 \,\mu\text{m}$) jenem einer HLL mit einer bestimmten Länge entspricht; diese Länge wird als "effektive Länge" l_{eff} bezeichnet. Dementsprechend erwartet man, dass sich für eine spitze Verteilung eine HLL gibt, die näherungsweise die gleiche $RSSN_{\text{fit}}$ aufweist. Die Daten geben diesen Zusammenhang wieder, zum Beispiel gilt: $RSSN_{\text{fit}}^{(\text{HLL})} (1000, 100) = RSSN_{\text{fit}}^{(\text{HLL})} (307) = 1290 \,\text{V}^2/\text{m}^2$. Für die effektive Länge ergibt sich näherungsweise

$$l_{\rm eff} \approx 3.1 \cdot \sigma$$

Innerhalb von $\pm l_{\text{eff}}/2$ um x = 0 befinden sich etwa 90 % der Gesamtladung.

Aus den verwendeten Basisfunktionen lässt sich demnach keine GLL finden, die ein besseres Ergebnis, wie die HLL⁽⁶¹⁴⁾ liefert. Deshalb wird von der Darstellung eines Felds und der dazugehörigen Residuen abgesehen. Die Residuen für $l = 600 \,\mu\text{m}$ und $\sigma = 900 \,\mu\text{m}$ zeigen die gleiche Struktur wie jene in Abbildung 4.11 (b). In einer weiteren Analyse wurde $RSSN_{\text{fit}}(\gamma)$ aufgetragen (auf die Darstellung dieses Diagramms wird verzichtet): Hierbei zeigt sich, dass der minimale $RSSN_{\text{fit}}$ -Wert pro γ -Wert mit steigendem γ abnimmt und der minimale Wert $RSSN_{\text{fit}} = 91,8 \,\text{V}^2/\text{m}^2$ bei $\gamma = 10/6$ erreicht wird. Dieses Ergebnis deutet darauf hin, dass keine ausgeprägte oder spitze GLL bestimmt werden kann, die ein besseres Ergebnis als eine HLL liefert²⁷.

Wie für die HLL wird auch hier zum Vergleich das Modell ohne Abschirmung herangezogen. Das Feld der GLL ergibt sich aus numerischer Integration des Integrals in Gleichung 4.7, da keine analytische Form verfügbar ist. Aus diesem Grund erfolgt der Datenfit durch ein selbst geschriebenes Mathematica-Skript, das die *RSS* minimiert. Wendet man den entsprechenden Algorithmus auf die Daten an, zeigt sich folgendes Ergebnis: $l_{\rm fit} = 331 \,\mu{\rm m}$, $\sigma_{\rm fit} = 6.3 \cdot 10^8 \,\mu{\rm m}$, $Q_{\rm fit} = 0.683 \cdot 10^5 \,e$ und $RSSN_{\rm fit} = 1730 \,{\rm V}^2/{\rm m}^2$. Es handelt sich demnach um eine sehr flache HLL mit $\lambda_{\rm max}/\lambda_{\rm min} \approx 1$ und quasi um die gleiche, die sich aus der Anpassung für das HLL-Modell ohne Abschirmung ergibt. Dies bedeutet, dass sich auch für ein Modell ohne Abschirmung keine spitze oder ausgeprägte GLL finden lässt, deren Feld besser mit den Daten übereinstimmt als jenes der HLL⁽⁶¹⁴⁾.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass unter Annahme, dass es sich bei der im Experimente erzeugten Ladungsverteilung um eine HLL^{28} handelt, Schätzwerte für die Länge l und Ladung Q bestimmt werden konnten. Das GLL-Modell brachte keine bessere Übereinstimmung mit den experimentellen Daten. Weitere Diskussionen zu den Ergebnissen folgen weiter unten.

 $^{^{27}}$ Für $l=614\,\mu{\rm m}$ und $\sigma\ll l$ ist wie für die HLL-Anpassung $RSSN_{\rm fit}=90,4\,{\rm V}^2/{\rm m}^2$ zu erwarten.

²⁸Gemeint ist hier und im Folgenden die entsprechende Oberflächenladungsdichte.

4.2.3.3. Negativer Ladungszustand

4.2.3.3.1. Anpassung mittels HLL-Modell

Als nächstes wird der negative Ladungszustand charakterisiert. Wendet man nun wieder dieselbe Methode wie für den positiven Ladungszustand an, ergibt sich folgendes Minimum: $RSSN_{fit}$ (844) = $4.9 V^2/m^2$ und $Q_{fit} = -3.34 \cdot 10^4 e$ ($\lambda_{fit} = -39.6 e/\mu m$). Geht man vom Ergebnis für den positiven Ladungszustand aus, liegt die Annahme nahe, dass die Ladungsverteilung des negativen Zustands eine sehr ähnliche geometrische Struktur aufweist. Anhand der erzielten Ergebnisse zeigt sich allerdings, dass dies nicht der Fall ist. Abbildung 4.13 zeigt in Teil (a) die experimentellen Daten mit der HLL⁽⁸⁴⁴⁾-Anpassungskurve und in Teil (b) die dazugehörigen Residuen. Tabelle 4.3 fasst die Ergebnisse des Anpassungsprozesses zusammen.

Aus den Residuen ergibt sich eine mittlere Abweichung MD = 1.8 V/m. Die mittlere Abweichung liegt also innerhalb des Messfehlers von $\Delta E = 2 \text{ V/m}$. Allerdings weist auch hier die Residuenkurve eine ausgeprägte Struktur auf:

- Es zeigen sich zwei Nulldurchgänge ($\Delta z \approx 510 \,\mu\text{m}$ und $\Delta z \approx 1040 \,\mu\text{m}$). Rechts vom zweiten Nulldurchgang sind die Residuen negativ, zwischen erstem und zweitem Nulldurchgang positiv.
- Das Maximum liegt bei Δz ≈ 790 μm, das globale Minimum bei Δz ≈ 1560 μm. Des weiteren liegt bei Δz ≈ 390 μm ein lokales Minimum vor.

Die Struktur in Residuen zeigt, dass Abhängigkeiten vorhanden sind, die durch das Modell nicht abgebildet werden. Vergleicht man die *RSSN*-Ergebnisse für den negativen Ladungszustand mit jenen für den positiven, ergibt sich eine deutlich bessere Übereinstimmung mit den experimentellen Daten. Dabei gilt es allerdings zu beachten, dass nur Datenpunkte mit Faser-Ion-Abständen $\Delta z > 311 \,\mu\text{m}$ vorhanden sind. Dies bedeutet, dass mögliche Charakteristika, wie zum Beispiel ein im Vergleich zu einer HLL stärker ansteigendes Feld, nicht in den Daten abgebildet sind. Anhand des positiven Ladungszustands lässt sich dieser mögliche Effekt deutlich darstellen: Betrachtet man hierfür nur die Datenpunkte mit $\Delta z > 300 \,\mu\text{m}$ (es fallen drei Datenpunkte weg), so ergibt sich als Minimum *RSSN*^(HLL) ($l = 477 \,\mu\text{m}$) = $43,6 \,\text{V}^2/\text{m}^2$ (zum Vergleich liegt das Minimum unter Verwendung des gesamten Datensatzes bei $l = 614 \,\mu\text{m}$). Dies unterstreicht nochmals deutlich, dass sich die Geometrien der Ladungsverteilungen der beiden Ladungszustände stark voneinander unterscheiden.

Wendet man zum Vergleich wieder das Modell ohne Abschirmung (Fit mit Gleichung 4.6 als Modellfunktion) an, ergibt sich: $Q_{\text{HLL}} = (-1.86 \pm 0.16) \cdot 10^4 e$ und $l_{\text{HLL}} = 2.26 \cdot 10^{-5} \,\mu\text{m}$ (RSSN_{fit} = $93.0 \,\text{V}^2/\text{m}^2$, relative Differenz in RSSN zu $l = 844 \,\mu\text{m}$ etwa Faktor 19). Diese Ladungsverteilung ist nahezu punktförmig, die Gesamtladung ist um 44 % geringer im Vergleich zum HLL-Ergebnis. Das Modell ohne Abschirmung liefert in diesem Fall also ein unbrauchbares Ergebnis.

4.2.3.3.2. Anpassung mittels GLL-Modell

Nun wird die GLL-Anpassung auf die Daten des negativen Ladungszustands angewendet. Es ergibt sich folgendes Minimum: $RSSN (1000,400) = 4,91 \text{ V}^2/\text{m}^2$. Auf die Darstellung der Abhängigkeit



Abbildung 4.13.: Zur Charakterisierung des negativen Ladungszustands: (a) experimentelle Daten und $HLL^{(844)}$ -Anpassungskurve, (b) Residuen für die $HLL^{(844)}$ -Anpassungskurve

 $RSSN(l, \sigma)$ wird verzichtet. Die Minimalwerte für die RSSN sind demnach für das GLL-Modell und das HLL-Modell quasi gleich groß (relativer Unterschied: 0,2%). Deshalb wird auch auf die Darstellung der Residuen für die GLL-Anpassung verzichtet. Außerdem zeigt sich, dass sich für den negativen Ladungszustand anhand der vorhandenen Daten also deutlich bessere Anpassungskurven ergeben als für

			Residuen			
l	Q	RSSN	μ	MD	Max	s
(µm)	$(10^4 e)$	(V^2/m^2)	(V/m)	(V/m)	(V/m)	(V/m)
840 ± 110	3,34 ± 0,32	4,90	-0,84	1,80	3,51	2,04

Tabelle 4.3.: Ergebnisse des HLL-Anpassungsprozesses für den negativen Ladungszustand

den positiven.

In diesem Zusammenhang gilt es wieder die Tatsache zu diskutieren, dass nur Messwerte mit Abständen $\Delta z > 311 \,\mu\text{m}$ vorhanden sind:

- Es ist nicht bekannt, wie die experimentellen Daten für kleinere Faser-Ion-Abstände aussehen. Hier könnte sich eine Struktur zeigen, die die Ergebnisse für HLL und GLL beeinflusst. Es ist also anzunehmen, dass sich das ähnliche Ergebnis für HLL und GLL daraus erklären lässt, dass die Verteilungen der beiden Fernfelder einander ähnlich und anhand der vorhandenen Daten schwer zu unterscheiden sind.
- Zum im Vergleich zum positiven Ladungszustand niedrigeren RSSN-Wert ist zu beachten: Betrachtet man für den Datensatz der positiven Ladungsverteilung wieder nur die Datenpunkte mit $\Delta z > 300 \,\mu\text{m}$ und wendet darauf die GLL-Anpassung an, ergibt sich: $RSSN^{(\text{HLL})}(600,200) =$ $53,8 \,\text{V}^2/\text{m}^2$. Dieser Wert unterscheidet sich deutlich vom Ergebnis für den gesamten Datensatz (Minimum: $RSSN_{\text{HLL}}(700,350) = 100 \,\text{V}^2/\text{m}^2$). Nimmt man an, dass sich das Feld des negativen Ladungszustands ähnlich verhält, ergäbe sich auch hier ein höherer Wert für RSSN, wenn Daten für kleinere Abstände vorhanden wären.

Zusammenfassend zeigt sich, dass sich auch hier unter Annahme einer HLL Schätzwerte für die Länge l und Ladung Q auf Basis der vorhandenen experimentellen Daten bestimmt werden konnten. Auch hier brachte das GLL-Modell keine Verbesserung in der Anpassung an die Daten. Aufgrund des eingeschränkten Umfangs der experimentellen Daten ist die Aussagekraft dieser Ergebnisse allerdings beschränkt. Weitere Diskussionen zu den Ergebnissen folgen weiter unten.

4.2.3.4. Simulation der Faser-Ion-Annäherung

4.2.3.4.1. Modellbildung

Bisher wurden nur Felder von Ladungsverteilungen in der Falle mit geerdeten Elektroden untersucht und mit den Daten aus 4.2.1 verglichen. Die experimentellen Daten für das Feld dagegen wurden aus der Verschiebung des Speicherminimums bei Annäherung der Faser gewonnen (Bestimmung des elektrischen Feldes unter Anwendung von Gleichung 2.8). Nun soll untersucht werden, ob das Feld einer abgeschirmten Ladungsverteilung, wie es sich aus dem Modell in Teilabschnitt 4.2.2.3 ergibt, mit jenem übereinstimmt, das sich im Experiment für die selbe Ladungsverteilung aus einer Faser-Ion-Annäherung ergibt. Folgende Effekte können dafür verantwortlich sein, dass die aus den beiden Methoden gewonnen Felder unterschiedlich sind:

- 1. Die Felder der Ladungsverteilung unterscheiden sich für verschiedene Faserpositionen innerhalb der Falle.
- 2. Das Fallenpotential weist für größere Auslenkungen vom Fallenmittelpunkt Abweichungen von der harmonischen Form auf (siehe Abbildung A.3). Dies führt dazu, dass der Zusammenhang zwischen Verschiebung des Minimums und elektrischem Feld nicht mehr durch Gleichung 2.8 beschrieben werden kann. Dieser Effekt schlägt sich möglicherweise für kleine Faser-Ion-Abstände im Feld, das aus der Faser-Ion-Annäherung berechnet wurde, nieder.
- 3. Effekte, die sich aus der Asymmetrie des experimentellen Aufbaus ergeben und mögliche weitere Effekte am Experiment wie zum Beispiel Streufelder [40, 41] durch Kalzium-Beschichtungen auf Fallenelektroden oder Ablagerungen auf der Faser. Es ist zu erwarten, dass diese Effekte deutlich kleiner als die gemessenen Feldstärken sind.

Der Effekt aus Punkt 1 wurde bereits in Teilabschnitt 4.2.2.3 behandelt und als vernachlässigbar eingestuft. Die Behandlung von Effekten laut Punkt 3 geht über den Rahmen dieser Arbeit hinaus.

Im Folgenden wird nun Punkt 2 behandelt. Das Verhalten des Experiments wird hier anhand einer COMSOL-Simulation untersucht: Die Falle mit einer geladenen Faser wird für verschiedene Faserpositionen simuliert. In den experimentellen Daten für den positiven Ladungszustand wurde eine maximale Verschiebung des Minimums von $\delta z_{\text{max}} \approx 140 \,\mu\text{m}$ erreicht (siehe Tabelle 4.1). Dieser Wert wird als Grenzwert angenommen, bis zu dem der Einfluss der Anharmonizität untersucht wird.

Die Überprüfung erfolgt hier beispielhaft mit der $HLL^{(614)}$, weil diese die beste Übereinstimmung mit den experimentellen Daten des positiven Ladungszustands bot. Von Interesse ist hier nur das Potential entlang der z-Achse, weil nur Verschiebungen entlang dieser Achse betrachtet werden. Für den Einschluss entlang der Fallenachse ist nur das Potential der Endkappen von Bedeutung; das RF-Pseudopotential muss hier nicht berücksichtigt werden (siehe auch Teilabschnitt 2.2.1). Die komplette Potentiallösung ergibt sich aus Superposition von drei skalierten numerischen Potentialbasisfunktionen (im Folgenden kurz Basisfunktionen): Je zwei für die beiden Endkappen (skaliert mit den Faktoren für die Endkappenspannungen) und eine für die Faser (skaliert mit dem Ladungsfaktor q). Dabei wird die gleiche Methode wie in Teilabschnitt 3.2.3 angewandt. Die Basisfunktion für die Faser muss für jede untersuchte Faserposition $z_{\rm F}$ berechnet werden und wird mit $\hat{V}_{\rm F}^{(z_{\rm F})}(z)$ bezeichnet. Die Basisfunktionen der Endkappen unterscheiden sich nicht für verschiedene Faserpositionen (innerhalb des numerischen Ungenauigkeit der Simulationen). Deshalb werden diese für eine bestimmte Faserposition ($z_{\rm F} = 1.7 \,\mathrm{mm}$) erstellt und in der Auswertung für alle Faserpositionen verwendet (Bezeichnungen: $\hat{V}_{\text{EK1}}(z)$, $\hat{V}_{\text{EK2}}(z)$). Im Experiment werden die Spannungen an den Endkappen symmetrisch angelegt, deshalb wird in der Simulation $V_{\text{EK1}_{\text{Sim}}} = V_{\text{EK2}_{\text{Sim}}} = V_{\text{EK}_{\text{Sim}}}$ angenommen. Als Spannungsfaktor wird $v_{\text{EK}_{\text{Sim}}} = V_{\text{EK}_{\text{Sim}}}/\text{Volt}$ definiert. Das Speicherpotential pro Faserposition lässt sich darstellen als (analog zu Gleichung 2.9):

$$\Phi_{\rm Sim}^{(z_{\rm F})}(z) = ev_{\rm EK_{\rm Sim}} \cdot \hat{V}_{\rm EK1}(z) + ev_{\rm EK_{\rm Sim}} \cdot \hat{V}_{\rm EK2}(z) + eq \cdot \hat{V}_{\rm F}^{(z_{\rm F})}(z) \,. \tag{4.12}$$

In COMSOL wird die Ladungsverteilung mit $l = 614 \,\mu\text{m}$ und $Q = 1 \, e$ angelegt. Anschließend werden die Basisfunktionen der Faser für die Faserpositionen aus dem experimentellen Datensatz berechnet und



Abbildung 4.14.: DC-Speicherpotential $\Phi_{\text{Sim}}^{(z_{\text{F}}=-0,0905 \text{ mm})}$ entlang der z-Achse für eine geladene Faser: HLL mit $l = 614 \,\mu\text{m}$ und $Q = 9,4 \cdot 10^4 \,e$. Die Endkappen liegen auf $V_{\text{EK}} = 1319 \,\text{V}$. Die quadratische Fit-Funktion zur Bestimmung der Position und der Fallenfrequenz ist rot eingezeichnet. Das kleine Bild zeigt den Bereich um die Faserposition (zu erkennen an der Potentialspitze) im Detail.

exportiert. Die Daten werden in ein Mathematica-Skript importiert und dort im Folgenden ausgewertet. Zur Bestimmung des elektrischen Feldes aus den simulierten Daten mittels Gleichung 2.8 werden wie bei der Auswertung der experimentellen Daten die nominelle Fallenfrequenz $\omega_{0_{\text{Sim}}}$ und die Verschiebung des Potentialminimums vom ursprünglichen Minimum benötigt.

Bei der Auswertung der simulierten Daten soll ein mit der Situation im Experiment vergleichbar starker Einschluss entlang der z-Achse angewendet werden. Im Allgemeinen lässt sich aufgrund geometrischer Abweichungen zwischen Versuchsaufbau und Computermodell sowie Streufeldern in der Falle nicht davon ausgehen, dass in Simulation und Experiment bei gleichem $V_{\rm EK}$ die gleichen nominellen Fallenfrequenzen vorliegen. Durch die richtige Wahl von $V_{\rm EK_{Sim}}$ lässt sich in der Simulation die gleiche nominelle Fallenfrequenz $\omega_{0_{\rm Exp}} = 2\pi \cdot 797$ kHz erreichen (siehe Gleichung 2.7). Zur Anpassung von $\omega_{0_{\rm Sim}}$ wird wie folgt vorgegangen: Die Potentiallösung nach Gleichung 4.12 wird mit q = 0 erstellt (für eine beliebige Faserposition²⁹). Für ein bestimmtes $V_{\rm EK_{Sim}}$ wird am Potentialverlauf ein quadratischer Fit mit der Modellfunktion laut Gleichung 3.1 angewandt (wie in Teilabschnitt 3.2.3). Mit Hilfe von kwird die Fallenfrequenz berechnet: $\omega_{0_{\rm Sim}} (V_{\rm EK_{\rm Sim}}) = \sqrt{k/m}$. $V_{\rm EK_{\rm Sim}}$ wird nun so angepasst, dass sich für die Fallenfrequenz in der Simulation ergibt $\omega_{0_{\rm Sim}} (V_{\rm EK_{\rm Sim}}) = \omega_{0_{\rm Exp}} (V_{\rm EK_{\rm Exp}}) = 2\pi \cdot 797$ kHz. Aus dieser Voraussetzung ergibt sich: $V_{\rm EK_{\rm Sim}} = 1319$ V. Zum Vergleich ergibt sich unter Anwendung von $V_{\rm EK_{\rm Exp}}$ in der Simulation $\omega_{0_{\rm Sim}} (V_{\rm EK_{\rm Exp}} = 1260$ V) $= 2\pi \cdot 779$ kHz.

Im nächsten Schritt wird nun die Position des Minimums für die untersuchten Faserpositionen bestimmt. Dazu wird die Potentiallösung pro Faserposition nach Gleichung 4.12 erzeugt, hier wird $q = 9.4 \cdot 10^4$ verwendet (Ergebnis aus Teilabschnitt 4.2.3.2.1). Abbildung 4.14 zeigt den Potentialverlauf für

²⁹Für die untersuchten Faserpositionen konnte kein Einfluss der dielektrischen Faser (ohne Ladungen) auf die Postion des Minimums oder die Fallenfrequenz im Vergleich zum Modell ohne Faser festgestellt werden.



Abbildung 4.15.: Feld für die HLL⁽⁶¹⁴⁾ aus der Verschiebung des Potentialminimums (HLL⁽⁶¹⁴⁾_{MS}-Kurve, Daten aus Simulation) und HLL⁽⁶¹⁴⁾-Anpassungskurve. Als Fehler ergeben sich $\Delta E = 1 \text{ V/m}$ und $\Delta(\Delta z) = 0.5 \,\mu\text{m}$, diese sind kleiner als die Ausdehnung der Datenpunkte im Diagramm und somit wurde auf deren Darstellung im Diagramm verzichtet.

eine Faserpostion $z_{\rm F} = -0,0905$ mm. Es zeigt sich in den Simulationen, dass die positiv geladene Faser ein Potential mit zwei Minima erzeugt. Im Rahmen dieser Auswertung ist nur das rechts von der Potentialspitze liegende Minimum von Interesse; in diesem befindet sich im Experiment das Ion. Anschließend wird die Position des Minimums z_0 durch den oben angeführten quadratischen Fit bestimmt (siehe Abbildung 4.14). Nun wird mit $\Delta z = z_0$ das elektrische Feld mittels Gleichung 2.8 berechnet. Diese Schritte werden für jede untersuchte Faserposition wiederholt und so ergibt sich ein Feld, das als HLL⁽⁶¹⁴⁾_{MS}-Kurve bezeichnet wird.

4.2.3.4.2. Ergebnisse

Wie eingangs angeführt, soll untersucht werden, ob sich eine Abweichung vom harmonischen Potential im Feld aus der Faser-Ion-Annäherung niederschlägt (Punkt 2 von oben). Abbildung 4.15 zeigt die $HLL_{MS}^{(614)}$ -Kurve und die $HLL^{(614)}$ -Anpassungskurve (aus der *RSS*-Anpassung). Es zeigt sich, dass die beiden Kurven innerhalb der Fehlerbereiche übereinstimmen. Auf die Angabe von Details zu den Residuen sowie auf die Darstellung der Residuenkurve wird verzichtet. Somit gilt, dass die Anharmonizität des Fallenpotentials (ohne Einfluss der Faser) keinen maßgebenden Einfluss auf die Feldbestimmung durch die Faser-Ion-Annäherung im simulierten Faser-Ion-System hat. Nimmt man an, dass das Potential der Falle im Experiment und jenes der Simulation einen vergleichbaren Verlauf haben, ist davon auszugehen, dass die Anharmonizität auch für die Feldmessung im Experiment keine Rolle spielt. In der obigen Analyse wurde dies für maximale Auslenkungen von $\delta z \approx 140 \,\mu\text{m}$ untersucht. Bei gegebener Ladung der Faser und gewünschtem Minimalabstand zur Faser kann die Fallenfrequenz im Experiment so gewählt werden (durch Anpassung der Endkappenspannung), dass eine Auslenkung von $\delta z \approx 140 \,\mu\text{m}$ nicht überschritten wird um einen störenden Einfluss der Anharmonizität auszuschließen. Aus den obi-

gen Ausführungen lässt sich ableiten, dass das im Experiment gemessene Feld der Faser unter der Annahme, dass keine weiteren störenden Einflüsse vorhanden sind, mit dem abgeschirmten Feld aus dem Simulationsmodell (wie zum Beispiel die oben bestimmten HLL-Anpassungskurven) übereinstimmt.

4.2.3.5. Zusammenfassung und Diskussion

Es wurde eine Methode zur experimentellen Bestimmung von elektrischen Feldern, die von Ladungsverteilungen auf der Nanofaser verursacht werden, erläutert (4.2.1). Anschließend wurde eine Methode zur Charakterisierung von Ladungsverteilungen der Nanofaser vorgestellt (siehe Teilabschnitt 4.2.2). Mit dieser Methode wurden zwei Ladungsverteilungen charakterisiert. Für beide Ladungsverteilungen zeigt sich, dass die experimentellen Daten weder durch das HLL- noch durch das GLL-Modell gut beschrieben werden konnten: Die Anpassungskurven liegen nicht innerhalb des Fehlerbereichs der experimentellen Daten. Dementsprechend ist anzunehmen, dass sich bei den Ladungsverteilungen auf der Faser nicht um Verteilungen dieser Art handelt.

Aufgrund des Potentialverlaufs in der Falle ist anzunehmen, dass die Energien der auftreffenden Elektronen entlang der Faser unterschiedlich sind. Dies kann zu unterschiedlichen Ladungsprozessen (positiv oder negativ) auf der Faser führen. Außerdem ist nicht ausgeschlossen, dass weitere Elektronenquellen zusätzlich zur Endkappe an der Aufladung der Faser beteiligt sind (siehe Teilabschnitt 4.3.1.2). Aus diesen beiden Gründen ist es naheliegend, dass die Faser bei Elektronenbeschuss unterschiedlich stark und auch mit unterschiedlichem Vorzeichen entlang der Faser geladen wird. Somit können auf der Faser sowohl positiv als auch negativ geladene Teilstücke vorliegen. Betrachtet man unter diesem Gesichtspunkt die oben beschriebenen Anpassungen können die Ergebnisse für die HLL wie folgt interpretiert werden: Die Länge l_{fit} als Ergebnis des Anpassungsprozesses kann als Nettolänge l_{net} interpretiert werden, und die Ladung Q_{fit} als Nettoladung Q_{net}^{30} . In Tabelle 4.4 sind Q_{net} , l_{net} und die sich daraus ergebende Nettoladungsdichte λ_{net} nochmals zusammengefasst³¹.

Eingeschränkt wurde die Aussagekraft der Auswertung auch durch die Tatsache, dass nur experimentelle Messwerte mit einem Abstand $\delta z \ge 230 \,\mu\text{m}$ vorhanden sind. In weiterführenden Experimenten sollten auch Messwerte für geringere Abstände aufgenommen werden.

Generell weist die hier angewandte Methode folgende systematische Einschränkung für die Charakterisierung der Ladungsverteilung auf: Das Feld wird nur entlang der z-Achse gemessen, dies bedeutet, dass für eine gegebene z-Position das Feld jedes x-Teilstücks der Faser überlagert wird. Durch eine Verschiebung von Ion und Faser relativ zueinander entlang der x-Achse ließe sich diese Überlagerung ausgleichen und so die Struktur der Ladungsverteilung besser charakterisieren. Der experimentelle Aufbau bietet allerdings nicht die Möglichkeit für eine relative Verschiebung entlang der x-Achse.

An dieser Stelle ist es von Interesse, die Verbindung zu den Ergebnissen aus dem Bastille-Experiment herzustellen. Dort hatte sich bei Annäherung der Faser an die Ionen ebenfalls ein Speicherpotential mit

³⁰Somit liefert die hier verwendete Methode deutlich mehr Informationen über den Ladungszustand einer verjüngten Glasfaser als jene in Referenz [38].

³¹Die Fehlergrenzen für l_{net} und Q_{net} wurden hier für beide Ladungsverteilungen wie folgt abgeschätzt: Zu allen Feldwerten der experimentellen Daten wird die mittlere Abweichung der Residuen MD laut Tabellen 4.2 und 4.3 addiert (beziehungsweise von den Werten subtrahiert) und anschließend die RSS-Anpassung nochmals durchgeführt. Aus der Differenz dieser Anpassungen zur Anpassung mit dem ursprünglichen Datensatz ergibt sich die angegebene Fehlergrenze.

4.3.	Analyse des	Ladungsvorgangs	durch Elektrone	nbombardierung

Ladungszustand	lnet (µm)	$Q_{\text{net}}(e)$	$\lambda_{\rm net} \left(e / \mu m \right)$
positiv negativ	$\begin{array}{c} 614\pm 39\\ 840\pm 110\end{array}$	$\begin{array}{c} (9,\!40\pm0,\!45)\cdot10^4 \\ (-3,\!34\pm0,\!32)\cdot10^4 \end{array}$	$\begin{array}{c} 153\pm17\\ 40\pm9 \end{array}$

Tabelle 4.4.: Charakterisierung des positiven und negativen Ladungszustands, Ergebnisse des Anpassungsprozesses: Schätzungen für die Nettolänge l_{net} , die Nettoladung Q_{net} und die daraus resultierende Nettoladungsdichte λ_{net} .

zwei Minima gebildet (siehe Abbildung 3.7 in Teilabschnitt 3.2.2). Auch dort ist die Ursache eine positiv geladene Faser.

4.3. Analyse des Ladungsvorgangs durch Elektronenbombardierung

In diesem Abschnitt wird der Elektronenfluss der Photoelektronen entlang der Falle sowie um eine geladene Faser charakterisiert. Hierbei werden Computersimulationen und analytische Modelle eingesetzt. Zu Beginn des Abschnitts wird vertiefend auf den Ladeprozess im Experiment eingegangen. Bei den folgenden Analysen geht es einerseits darum, ein grundlegendes Verständnis der Prozesse zu gewinnen und andererseits experimentelle Daten zu analysieren.

4.3.1. Weitere Betrachtungen zum Aufladungsprozess im Experiment

4.3.1.1. Elektronenquelle

Im Folgenden wird nochmals kurz auf den Entstehungsprozess der Elektronen auf der Oberfläche der Endkappe eingegangen. Dieser Entstehungsprozess kann aktuell noch nicht vollständig beschrieben werden, tiefergehende Analysen hierzu werden von Benjamin Ames durchgeführt.

Die Elektronen, die zur Aufladung der Faser verwendet werden, entstehen durch Photoemission aus der Oberfläche der EK2: Der Strahl einer Laserdiode ($\lambda = 405 \text{ nm}$, 100 µm Strahltaille auf der Falle, Leistung 10 mW $\leq P_L \leq 30 \text{ mW}$) trifft auf die EK2. Wie in Teilabschnitt 4.1.2 beschrieben, wurde angenommen, dass das Maximum des Photostroms bei Einstrahlung in die Öffnung der EK2 auftritt. Der Strahl wird dabei an der Oberfläche des Stahlzylinders mehrfach reflektiert. Die Fallenelektroden bestehen aus einer 316-Edelstahl-Legierung, welche eine Austrittsarbeit $\Phi_S \approx 5 \text{ eV}$ aufweist [42]. Diese Energie entspricht einer Wellenlänge $\lambda_S \approx 248 \text{ nm}$ und demnach erwartet man bei Bestrahlung mit 405-nm-Licht unter vorläufiger Betrachtung keine Emission von Elektronen.

Die Intensität der verwendeten Laserstrahlung auf der Elektrode beträgt maximal etwa $2 \cdot 10^2$ W/cm². Signifikantes Auftreten von Zweiphotonenprozessen erwartet man typischerweise erst ab einer deutlich höheren Intensität³². Erste Analysen haben gezeigt, dass die Abhängigkeit $I_{Ph}(P_L)$ nicht quadratisch ist. Dies untermauert, dass nicht von einem Zweiphotonenprozess ausgegangen werden kann [43]. Als plausible Erklärung gilt momentan, dass das Material, aus dem die Elektronen austreten, eine Austrittsarbeit aufweist, die deutlich unter Φ_S liegt. Die Austrittsarbeit kann durch Oberflächenbeschaffenheit, lokale

 $^{^{32}}$ Referenz [43] zeigt dies für Bestrahlung von rostfreiem Strahl mit 347-nm-Licht bei einer Intensität von etwa 2 \cdot 10³ W/cm².

Verunreinigungen oder lokale Feldeffekte reduziert werden [44]. Außerdem zeigt sich eine Abhängigkeit $I_{Ph}(V_{EK2})$. Eine ausführliche Diskussion und Modellierung³³ des Emissionsprozesses der Photoelektronen geht über den Rahmen dieser Arbeit hinaus.

Für die Modellierung ist es von Bedeutung, die kinetische Energie der Elektronen beim Austritt aus der Oberfläche zu kennen. Deren Abschätzung wird im Folgenden beschrieben. Wenn alle Elektroden auf Erde liegen, wird beim Bestrahlen der EK2 an ihr ein Photostrom von $I_{Ph} \approx 2.5 \text{ pA}$ gemessen. Die kinetische Energie dieser Elektronen verändert sich bei ihrer Bewegung durch die Falle nicht. Ein Teil dieser Elektronen trifft auf die Klingen. Ihre kinetische Energie lässt sich bestimmen indem an eine Klinge, auf die Elektronen treffen, eine Spannung $V_{\text{Klinge}} < 0$ angelegt und schrittweise betragsmäßig erhöht wird, bis keine Elektronen mehr auf die Klinge treffen. In der vorliegenden experimentellen Anordnung kann aber nicht gleichzeitig eine Spannung an eine Elektrode angelegt und der Strom an dieser Elektrode gemessen werden. Deshalb wurde eine positive Spannung an EK2 angelegt, die die Elektronen zurückhält. Diese wurde erhöht, bis keine Elektronen mehr auf die entsprechende Klinge treffen. Der Schwellenwert dafür lag bei $V_{\text{EK2}} \approx 0.2 \text{ V}$. Somit ergibt sich als Abschätzung $E_{\text{PE}} \approx 0.2 \text{ eV}$ für die Elektronen beim Herauslösen aus der EK2 durch Photoemission.

4.3.1.2. Einfluss der Faserposition auf die Aufladung

Bei den folgenden Überlegungen geht es darum, die experimentellen Daten aus Teilabschnitt 4.2.1.2 in Hinblick auf die Faserposition (*z*-Koordinate) zu diskutieren und Verbesserungsmöglichkeiten für zukünftige Experimente aufzuzeigen.

Es muss an dieser Stelle unterschieden werden, ob die Faser bei der Aufladung ausschließlich von Elektronen getroffen wird, die direkt von der EK2 emittiert wurden, oder ob weitere Quellen durch auf die Klingen treffende Elektronen auftreten können. Für kinetische Energien der Primärelektronen beim Auftreffen $E_{\rm K} \gtrsim 45 \, {\rm eV}$ (Wert für rostfreien Stahl) werden im Mittel durch Herausschlagen (Sekundärelektronenemission, kurz SEE) mehr Elektronen aus der Oberfläche emittiert, als implantiert [46]. Befindet sich die Faser in der Nähe einer solchen Emissionsfläche, kann nicht ausgeschlossen werden, dass von den Klingen stammende Sekundärelektronen bei der Aufladung der Faser eine Rolle spielen. Die Energie und der Fluss dieser Elektronen lässt sich nur schwer bestimmen und kontrollieren. Dies erschwert eine gezielte Aufladung der Faser und soll deshalb unterbunden werden. Aus diesem Grund wurde der Fokus der Betrachtungen im Teilabschnitt 4.3.2 auf eine Position direkt vor der Endkappe 2, in einer Entfernung von 0,5 mm (entspricht z = 2,2 mm), gelegt³⁴. Für diese Position wird vorerst angenommen, dass nur Elektronen, die direkt von der Elektronenquelle stammen, auf die Faser treffen (diese Annahme wird in Teilabschnitt 4.3.2.3 nochmals aufgegriffen). Unter dieser Annahme ist diese Konfiguration für zukünftige Aufladungsexperimente besser geeignet als jene in Teilabschnitt 4.2.1.2. Für die in diesem Teilabschnitt folgenden Ausführungen wird davon ausgegangen, dass nur direkt von der EK2 emittierte Elektronen für den Aufladungsprozess verantwortlich sind.

³³Als eine Variante zur Modellierung gilt das Fowler-Dubridge-Modell [45].

³⁴Die Entfernung zur EK sollte nicht zu klein gewählt werden, um eine mögliche Beschädigung der Faser zu vermeiden.

4.3.1.3. Details zum Aufladungsprozess durch Elektronenbombardierung

Nun gilt es, den Ladungsvorgang selbst zu betrachten. Bei fixer Faserposition wird die kinetische Energie EF der auftreffenden Elektronen durch VEK2 und den Ladungszustand der Faser bestimmt. Zum Beispiel gilt für Elektronen, die bei x = 0 und einer Faserposition von $z = 2,2 \,\mathrm{mm}$ auf eine neutrale Faser treffen mit $V_{\rm EK2} = -150$ V: $E_{\rm F} \approx 100$ eV. Prinzipiell können folgende Prozesse unterschieden werden: Negative Aufladung durch überwiegende Implantation von Elektronen und positive Aufladung durch überwiegende Sekundäremission von Elektronen aus der Faser. Bei diesen Prozessen spielen zwei Energieschwellen eine wesentliche Rolle: $E_{SE}^{(I)} \approx 30 \text{ eV}$ und $E_{SE}^{(II)} \approx 2 \text{ keV}$. Für kinetische Energien der Primärelektronen im Bereich $E_{SE}^{(I)} \leq E_F \leq E_{SE}^{(II)}$ werden im Mittel durch Herausschlagen (SEE) mehr Elektronen aus der Faser emittiert, als implantiert werden [47-49]. Dieser Energiebereich wird als Energiebereich II bezeichnet, jener mit $E_{\rm F} < E_{\rm SE}^{({\rm I})}$ als Energiebereich I und jener mit $E_{\rm F} > E_{\rm SE}^{({\rm II})}$ als Energiebereich III. Die Faser wird bei Bombardierung mit Elektronen mit Energien aus den Energiebereichen I und III negativ und mit Energien aus den Energiebereich II positiv aufgeladen. Das Verhältnis zwischen SEE-Rate und Implantationsrate wird als Elektronenausbeute δ bezeichnet. Im Allgemeinen ist die Ausbeute auch abhängig vom Oberflächenpotential der bombardierten Oberfläche. Die kinetische Energie beim Auftreffen $E_{\rm F}$ lässt sich in Abhängigkeit von der Gesamtenergie der Elektronen E und dem Oberflächenpotential VF darstellen. Für ein Stück Faser mit konstantem Oberflächenpotential VF lässt sich die Elektronenausbeute demnach schreiben als $\delta(E, V_{\rm F})^{35}$. Betrachtet man den Bereich $\delta \leq 1$ für eine neutrale Faser ($V_{\rm F} = 0$) und nimmt als einfaches Modell eine lineare Abhängigkeit $\delta = \beta \cdot E$ an, so ergibt sich $\beta = \Delta \delta / \Delta E = 1 / E_{\text{SE}}^{(\text{II})} \approx 0.033 \, \text{eV}^{-1}$. Diese Abhängigkeit wird im kommenden Teilabschnitt nochmals aufgegriffen. Im Experiment lässt sich durch Variieren von V_{EK2} festlegen, ob die Faser negativ oder positiv aufgeladen wird. Je nach Faserposition lässt sich die Aufladung durch Biegen der Faser beobachten und quantifizieren, siehe Teilabschnitt 4.1.3.

4.3.1.4. Berechnung von Laderaten

Im Experiment lässt sich die Aufladung der Faser durch Biegung quantifizieren (siehe Teilabschnitt 4.1.3). Die Laderate R als Änderung der Gesamtladung Q mit der Zeit ($R = \frac{dQ}{dt}$, Einheit: e/s) der Faser ergibt sich aus der zeitlichen Änderung der Auslenkung. Im nächsten Schritt soll nun die Laderate modelliert werden; dafür werden für ein kurzes Stück Faser der Länge dx folgende Abhängigkeiten zusammengestellt:

- **I.**) Offensichtlich ist die Laderate abhängig von der Anzahl der Elektronen, die auf dieses Stück Faser trifft, wenn es keine Ladung aufweist. Dieser Strom dI (Einheit: e/s) wird als nomineller Ladestrom bezeichnet.
- II.) Im Experiment wurde bei negativer Aufladung ein Sättigungseffekt beobachtet (siehe Teilabschnitt 4.3.4.2): Nach einer gewissen Aufladezeit ändert sich die Auslenkung der Faser nicht mehr. Es wird davon ausgegangen, dass alle Elektronen des Elektronenstrahls durch die negative Ladung der Faser abgelenkt werden. Allgemein ist als Annahme naheliegend, dass die Bahnen der Elektronen

 $^{^{35}}$ Der Zusammenhang zwischen $V_{\rm F}$ und λ wird in Teilabschnitt 4.3.3.1.1 diskutiert.

durch die Ladung der Faser abgelenkt werden und sich dadurch der auf die Faser treffende Strom um einen Faktor im Vergleich zum nominellen Ladestrom verändert. Dieser Faktor wird als Auffangfaktor α bezeichnet. Es ist anzunehmen, dass α vom Oberflächenpotential des Faserstücks $V_{\rm F}$ und der Gesamtenergie der Elektronen E abhängig ist (bei fixierter Position der Elektronenquelle). Im Allgemeinen ist $V_{\rm F}$ bei fixer Faserposition abhängig von der x-Position des betrachteten Faserstücks. Diese Abhängigkeit wird in Teilabschnitt 4.3.4.1 nochmals aufgegriffen.

III.) Wie im vorigen Teilabschnitt dargelegt, gilt es zu beachten, welchen Effekt die auftreffenden Elektronen im Zusammenhang mit der Aufladung verursachen. Dieser wird anhand der Elektronenausbeute δ beschrieben: Der Term $\delta(E, V_{\rm F}) - 1$ gibt den Einfluss auf die Laderate inklusive der Richtung der Aufladung (positiv oder negativ) an. Anzumerken ist hier, dass sich aus der in Punkt II angeführten *x*-Abhängigkeit von $V_{\rm F}$ bei gegebener Gesamtenergie *E* auch eine *x*-Abhängigkeit für $E_{\rm F}$ ergibt.

Aus den Abhängigkeiten I.-III. lässt sich die Laderate für ein kurzes Stück Faser wie folgt beschreiben:

$$dR(V_{\rm F}, E) = dI \cdot \alpha (E, V_{\rm F}) \cdot (\delta (E, V_{\rm F}) - 1).$$
(4.13)

Ein wesentlicher Punkt zur Beschreibung des Aufladeprozesses der Faser ist die Charakterisierung der Elektronenausbeute $\delta(E, V_{\rm F})$ für die Nanofaser³⁶. Diese kann durch die Untersuchung der Änderungsrate der Faserauslenkung erfolgen. Wie aus Gleichung 4.13 hervorgeht ist R von α und δ abhängig. Will man δ isoliert untersuchen, muss das Verhalten von α bekannt sein. Eine ausführliche Untersuchung von δ für die Nanofaser geht über den Rahmen dieser Arbeit hinaus. Es werden allerdings zur Schaffung einer Grundlage für diese Untersuchung Punkt I (im folgenden Teilabschnitt) und Punkt II (im Teilabschnitt 4.3.3) behandelt. Durch die Modellierung von α soll außerdem der in Punkt II beschriebene Sättigungseffekt beschrieben werden.

4.3.2. Elektronenfluss entlang der gesamten Falle

4.3.2.1. Modellbildung: Computersimulation

4.3.2.1.1. Allgemeines und technische Umsetzung

Zur kontrollierten Aufladung der Faser soll im Experiment ein von der EK2 2 emittierter Elektronenstrahl verwendet werden. Der entstehende Elektronenstrahl wird in diesem Teilabschnitt anhand von Computersimulationen untersucht. In den Modellen ist keine Faser eingebaut, es geht ausschließlich darum, sich mit bestimmten Eigenschaften der Elektronenquelle zu beschäftigen. Ziel ist es allgemein, den Strahlverlauf zu charakterisieren und seine Form sowie Flussdichte zu bestimmen. Aus der Elektronenflussdichte für eine bestimmte Position innerhalb der Falle σ (Einheit: Elektronen pro Zeiteinheit und Flächeneinheit, als homogen entlang der *y*-Ausdehnung der Faser angenommen) lässt sich der oben eingeführte nominelle Ladestrom dI für ein Stück Faser bestimmen:

 $^{^{36}}$ Eine vollständige Modellierung von δ beinhaltet auch eine energieabhängige Absorbtionsrate.
4.3. Analyse des Ladungsvorgangs durch Elektronenbombardierung

$$\mathrm{d}I = e\sigma \cdot d_{\mathrm{F}} \cdot \mathrm{d}x. \tag{4.14}$$

Zur Berechnung der Elektronenbahnen wurde das Particle-Tracing-Modul (PT-Modul) von COMSOL 4.4 verwendet (Beschreibung siehe Benutzerhandbuch [50]). Zur Abbildung des physischen Systems in den Computermodellen, werden dafür zahlreiche Annahmen getätigt. Das PT-Modul wird im Folgenden, mit Blick auf das Nanofasermodell, vorgestellt. Dies soll die Beschreibung der Modellbildung erleichtern und zeigen, wie die besagten Annahmen im Modell umgesetzt werden. Für den Großteil der Darstellungen in diesem Abschnitt wurde als Spannung der EK2 exemplarisch $V_{\text{EK2}} = -10 \text{ V}$ gewählt³⁷.

Das PT-Modul von COMSOL kann dazu verwendet werden, Bewegungsbahnen von Teilchen unter Einfluss verschiedenster Kräfte zu berechnen. Im vorliegenden Fall geht es um Elektronen, die elektrostatischen Kräften³⁸ unterliegen. Die Berechnung erfolgt in zwei Schritten:

- 1) Berechnung des Potentials (zeitunabhängig)
- 2) Berechnung der Elektronenbahnen (zeitabhängig)

Im ersten Schritt wird das zeitunabhängige elektrostatische Problem (ohne Elektronenfluss) gelöst. Hierbei wird das durch Anlegen von V_{EK2} entstehende ortsunabhängige Potential berechnet. Hierzu wird das Modell aus dem vorigen Teilabschnitt ohne Nanofaser verwendet³⁹. Der relevante Parameter in Schritt 1 ist somit das Potential V_{EK2} . Im zweiten Schritt werden die zeitabhängigen Bewegungsgleichungen $F = -e\nabla V = m\ddot{r}$ der einzelnen Elektronen gelöst und deren Trajektorien unter Einfluss des elektrischen Feldes (abgeleitet aus dem Potential aus Schritt 1) berechnet. Elektron-Elektron-Wechselwirkung spielt in diesem Modell keine maßgebende Rolle und wurde deshalb auch nicht implementiert, die Gründe dafür werden weiter unten aufgeführt.

Die Teilchen werden an einer wählbaren Oberfläche mit einer vorgegebenen Geschwindigkeit freigesetzt; diese Freisetzung kann zu verschiedenen Zeitpunkten erfolgen. Für den vorliegenden Fall werden alle Teilchen zum Zeitpunkt t = 0 freigesetzt. Anschließend erfolgt die Berechnung der Bahnen der einzelnen Teilchen bis zum Zeitpunkt T ("Simulationszeit"). Die ausschlaggebenden Parameter für den zweiten Schritt sind die Simulationszeit T, die Anzahl der freigesetzten Elektronen in der Simulation $N_{\rm e}$ und die Geschwindigkeit beim Start der Elektronen.

Treffen die Teilchen auf eine Oberfläche, kann gewählt werden, wie sich ihr Status ändert. Hierbei hat sich folgende Option als geeignetste erwiesen: Die Teilchen werden am Ort des Auftreffens auf die entsprechende Oberfläche eingefroren und ihre kinetische Energie beim Auftreffen angezeigt (Option "freeze" in COMSOL). Im Nanofasermodell tragen die Elektrodenoberflächen und die Begrenzungsflächen des Modells diese Eigenschaft.

In der Simulation wird die zeitliche Entwicklung der Elektronenposition (an welchem Ort befindet sich das Elektron zu einer bestimmten Zeit) berechnet. Da der Elektronenfluss als kontinuierlicher Prozess betrachtet wird, ist diese zeitliche Entwicklung der Elektronenposition zur Charakterisierung des Strahls

 $^{^{37}}V_{\rm EK2}$ hat keinen Einfluss auf die Form des Elektronenstrahls, dies wird weiter unten im Detail diskutiert.

³⁸Der Einfluss der Gravitation kann vernachlässigt werden.

 $^{^{39}\}text{Das}$ zugehörige Berechnungsgitter besteht aus rund $8,3\cdot10^5$ Elementen.



Abbildung 4.16.: Modell zur Berechnung der Elektronenbahnen in COMSOL: Es gilt $V_{\text{EK2}} = -10 \text{ V}$, die restlichen Elektroden liegen auf Erde. Bild (a) zeigt den Potentialverlauf entlang der Falle (*y*-*z*-Querschnitt) und Feldlinien mit Ursprung auf der Innenseite der EK2 (dreidimensionale Darstellung). Bild (b) zeigt Bahnen für Elektronen, die von der Innenseite der EK2 gestartet wurden.

nicht von wesentlicher Bedeutung. Nur das Endergebnis in Form der Elektronenbahnen wird dafür betrachtet. Diese Elektronenbahnen geben wieder, wie sich Elektronen, die von einem bestimmten Punkt auf der Oberfläche emittiert werden, entlang der Falle bewegen. Im zeitlichen Mittel betrachtet, werden bei homogener und konstanter Emission von jedem dieser Punkte gleich viele Elektronen emittiert.

4.3.2.1.2. Erste Ergebnisse

Nach Einführung der PT-Simulationen wird nun in Abbildung 4.16⁴⁰ deren erste Anwendung dargestellt. Diese Simulation wurde für $V_{\text{EK2}} = -10$ V durchgeführt. Bild (a) zeigt das elektrische Potential im *y*-*z*-Querschnitt und die dazugehörigen Feldlinien in 3D-Darstellung. Die Feldlinien haben ihren Ursprung auf der Innenseite des Einlasszylinders (vorderer Teil des inneren Zylinders der EK2, vor der Aufwei-

⁴⁰Zur Verbesserung des Lesbarkeit wird in Abbildungen ein Punkt als Dezimaltrennzeichen verwendet.

tung). Für Elektronen spielt ihre Masse eine wesentliche Rolle bei der Bewegung durch die Falle. Die Betrachtung der Feldlinien allein gibt also kein vollständiges Bild zum Verhalten der Elektronen. Allerdings lässt sich anhand der Feldlinien meist ein erster Eindruck gewinnen, wie sich die Elektronen verhalten. In Abbildung 4.16 (a) ist zu sehen, dass die Feldlinien zusammenlaufen. Es ergibt sich offenbar eine Art Fokus; dieser liegt bei $z \approx 2.5 \,\mathrm{mm}$. Bild (b) dieser Abbildung zeigt beispielhaft das Ergebnis einer PT-Simulation für Elektronen, die auf der Oberfläche des inneren Zylinders der EK2 starten. Dargestellt sind die Trajektorien nach Ablauf jener Zeit, die benötigt wird, bis jedes Elektron auf eine Oberfläche (Elektrodenoberfläche oder Randfläche des Modells) getroffen ist. Die Simulationszeit T wird so gewählt, dass sie etwa dieser Zeit entspricht. Für $V_{\text{EK2}} = -10$ V beträgt diese Zeit bei Verwendung der gesamten Zylinderfläche als Einlass: $T \approx 160 \text{ ns}^{41}$. Die Farbe der Elektronen in Abbildung 4.16 gibt die kinetische Energie der Teilchen am betreffenden Ort wieder. Zur Verbesserung der Anschaulichkeit wurden für diese Simulation nur $N_e = 500$ Elektronen verwendet (für die quantitativen Analysen wird $N_e = 10^5$ verwendet). Diese Gegenüberstellung aus Feldlinien und Elektronentrajektorien zeigt, dass PT-Simulationen geeignet sind, die Bahnen von Elektronen unter Einfluss statischer Felder zu beschreiben. Aus Bild (b) lässt sich bereits erkennen, dass die simulierte Elektronenquelle die Elektronen fast über die gesamte Falle verteilt. Ein Teil der Elektronen trifft durch den fokussierenden Effekt der Endkappe auf die Klingen (etwa 13%). Ein weiterer Teil bewegt sich entlang der Falle und trifft auf die gegenüberliegende EK1 (etwa 44 %) oder fliegt in deren Inneres (etwa 36 %). Die restlichen Elektronen treffen auf die Randflächen des Modells (etwa 7 %).

4.3.2.1.3. Modellierung der Elektronenquelle

Elektroneneinlass

Im Experiment wird die Elektronenquelle kontinuierlich betrieben; der Laserstrahl trifft im Dauerbetrieb auf die EK2. Dies bedeutet, dass sich nach einer kurzen Anlaufphase bei der Aktivierung des Lasers ein konstanter Photostrom ergibt. Zur Vereinfachung wird angenommen, dass der Laserstrahl den gesamten Zylinder oder Teilstücke davon jeweils homogen ausleuchtet und somit an jeder beleuchteten Stelle der Oberfläche gleich viele Elektronen pro Fläche und Zeit freigesetzt werden. Wie in Teilabschnitt 4.3.1.1 berichtet, gilt als typischer Wert $I_{\rm Ph} = 4 \,\mathrm{pA}$, dieser wird im Weiteren als Referenz für Aufladeexperimente verwendet: $I_{\rm Ph_0} \equiv 4 \,\mathrm{pA}$. Eine Stromstärke von $I_{\rm Ph_0} = 4 \,\mathrm{pA}$ entspricht einem Fluss $I_{\rm Ph}$ von etwa $2,5 \cdot 10^7$ Elektronen pro Sekunde: $\Phi_{\rm Ph_0} \equiv 2,5 \cdot 10^7 \,\mathrm{s}^{-1}$ (es gilt: $I_{\rm Ph_0} = e \Phi_{\rm Ph_0}$).

In COMSOL wird als Einlassfläche die Mantelfläche des inneren Zylinders der EK2 gewählt. Diese Fläche wird im Weiteren als gesamte Zylinderfläche, oder gesamter Einlasszylinder bezeichnet. Der gesamte Einlasszylinder hat eine Länge $l_{\text{Zylinder}} = 1,8 \text{ mm}$ und einen Durchmesser $d_{\text{Zylinder}} = 1 \text{ mm}$.

Aus dem Experiment ist nicht genau bekannt, welche Teile bzw. welche Stellen des Zylinders mit Laserlicht ausgeleuchtet werden. Die Betrachtung verschiedener Teilquellen bietet mehr Flexibilität bei der Analyse. Für die Untersuchung des Elektronenstrahls ist es demnach hilfreich, den Einlasszylinder entlang der z-Achse in drei gleich große Zylinderflächen zu teilen. Die Einteilung ergibt drei 0,6 mm lange Zylindermantelflächen. Die Flächen werden mit 1. Zylinderfläche (vorderer Teil in Richtung Fallenmit-

⁴¹Für den Durchlauf beider Schritte (Berechnung des Potentials und PT-Simulation) benötigt ein Standard-Desktop-Computer (Spezifikationen wie oben) etwa 12 min.

te), 2. Zylinderfläche (mittlerer Teil) und 3. Zylinderfläche (hinterer Teil) bezeichnet. Diese Einteilung ermöglicht, die Emission in einer Simulation auf eine dieser Zylinderflächen einzuschränken. Außerdem hat sich gezeigt, dass so die Aufarbeitung des Problems überschaubarer ist.

Im Teilabschnitt 4.3.1.1 wurde die kinetische Energie der Elektronen nach Herauslösen aus der Elektrodenoberfläche mit $E_{\text{PE}} \approx 0.2 \text{ eV}$ abgeschätzt. Pro Emissionspunkt am Zylinder kann angenommen werden, dass die Emissionsrichtung mit der Zeit variiert, außerdem ist eine Variation der kinetischen Energie um den Mittelwert E_{PE} denkbar. Zur Vereinfachung des Modells wurden diese Variationen außer Acht gelassen. Für die Geschwindigkeit aller Teilchen beim Start wurde demnach angenommen: $\dot{r}_{x_0} = 0$, $\dot{r}_{y_0} = 0$ und $\dot{r}_{z_0} = 0$ und somit $E_{\text{kin}_0} = 0$.

Zur Verdeutlichung wird hier nochmals darauf hingewiesen, dass die Simulationen, bei denen $N_e = 10^5$ Teilchen starten, nicht den zeitlichen Ablauf beim Herauslösen der Elektronen aus der Elektrodenoberfläche beschreiben. Vielmehr handelt sich um eine kumulative Beschreibung verschiedener Elektronenbahnen. Im Folgenden wird die Frage bearbeitet, wie die Anzahl der Elektronen in der Simulation mit dem Fluss $\Phi_{\rm Ph}$ der Photoelektronen zusammenhängt. In der Simulation werden zu Beginn des Simulationsdurchgangs $N_{\rm e}$ Elektronen gestartet, die Verteilung erfolgt homogen⁴² über die Einlassfläche. Dies bedeutet, dass pro Simulation ein Zeitabschnitt Δt des kontinuierlichen Emissionsprozesses betrachtet wird: $\Delta t = N_{\rm e}/\Phi_{\rm Ph}$. Details dazu werden im Teilabschnitt 4.3.2.2.2 behandelt.

Elektron-Elektron-Wechselwirkung

Wie zu Beginn dieses Abschnitts angemerkt, wird angenommen, dass Elektron-Elektron-Wechselwirkung für von der Quelle emittierte Elektronen keine Rolle spielt. Dies wird nun für Elektronen, die sich entlang der Falle bewegen, begründet. Hierzu wird der folgende Fall als Beispiel betrachtet: $V_{EK2} = -100$ V und $I_{Ph} = 4$ pA (gemessen am Experiment). Für diesen Wert von I_{Ph} liegt der mittlere zeitliche Abstand zwischen den von der EK2 emittierten Elektronen bei etwa 40 ns. Anhand des später vorgestellten Modells zeigt sich, dass die im hintersten Teil des Einlasszylinders emittierten Elektronen etwa 40 ns benötigen, um die Strecke vom Ende des Zylinders bis zur Stirnfläche der EK2 (Länge: 2,095 mm) zurückzulegen. Daraus lässt sich schließen, dass sich die Elektronen in deutlichem Abstand zueinander entlang der Falle bewegen⁴³. Somit wird angenommen, dass Elektron-Elektron-Wechselwirkung keine Rolle spielt. Effekte, die mit dem Auslösen der Elektronen aus der Oberfläche zusammenhängen, wie zum Beispiel die Möglichkeit der Entstehung einer Raumladung an der Oberfläche, werden hier nicht beachtet.

4.3.2.1.4. Abhängigkeit der Trajektorien von der Endkappenspannung

Die Elektronenquelle wird im Experiment mit verschiedenen Endkappenspannungen betrieben, deshalb ist es notwendig, sich mit der Frage auseinanderzusetzen, wie sich die Trajektorien und somit auch die Form des Strahls in Abhängigkeit von der Elektrodenspannung V_{EK2} (im Folgenden auch kurz V_{EK})

⁴²Das PT-Module von COMSOL 4.4 hat Probleme, Teilchen homogen über Flächen oder Linien zu verteilen. Auch durch Testen verschiedener Einstellungsmöglichkeiten ließ sich dies nicht beheben. Der relative Unterschied in der Elektronendichte beträgt maximal etwa 2 %.

 $^{^{43}}I_{Ph}$ (und damit der mittlere zeitliche Abstand zwischen den Elektronen) sowie die Zeit, die für das Durchlaufen der EK benötigt wird, sind von V_{EK2} abhängig. Für typische Werte I_{Ph} (V_{EK2}) gilt wie oben, dass Elektron-Elektron-Wechselwirkung keine Rolle spielt.

verändern. Zuerst wird dazu das ortsabhängige Potential, das durch Anlegen der Endkappenspannung entsteht, näher betrachtet. Dieses lässt sich aus dem Produkt des Potentials für $V_{\text{EK}} = 1 \text{ V}$, $V_0(\mathbf{r})$, und einem Faktor für die Endkappenspannung $v_{\text{EK}} = V_{\text{EK}}/\text{Volt darstellen}$:

$$V(\boldsymbol{r}) = v_{\rm EK} V_0(\boldsymbol{r}). \tag{4.15}$$

Im nächsten Schritt wird die Kraft auf ein Elektron aus Gleichung 4.15 bestimmt:

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) = q\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = q\nabla V(\boldsymbol{r}) = -ev_{\mathrm{EK}}\nabla V_0(\boldsymbol{r}). \tag{4.16}$$

Die Analyse der Abhängigkeit der Trajektorien erfolgt durch Betrachtung der jeweiligen Situation für zwei verschiedene Endkappenspannungen V_{EK_i} (i $\in \{1,2\}$). Dazu wird angenommen: $V_{\text{EK}_i} < 0$ (entspricht der Situation bei der Aufladung der Faser) und $V_{\text{EK}_1}/V_{\text{EK}_2} = k$. Die entsprechenden Potentiale und Kräfte ergeben sich aus den Gleichungen 4.15 und 4.16. Für die Kräfte gilt demnach folgender Zusammenhang:

$$F_2(r) = kF_1(r).$$

Als Anfangsbedingung für beide Fälle gilt $\dot{r}_i(0) = 0$, dies entspricht der Annahme, dass die Elektronen beim Start keine Geschwindigkeit aufweisen.

Für einen bestimmten Startpunkt auf der Elektrode wird die zugehörige Trajektorie unter Einfluss von $F_1(r)$ herausgegriffen (Startzeitpunkt: $t_0 = 0$, Endzeitpunkt: t_1):

$$r_1(t), t \in [0, t_1].$$
 (4.17)

Unter Einfluss der Kraft $F_2(r)$ ergibt sich ausgehend vom selben Startpunkt (Herleitung siehe Kapitel B im Anhang):

$$\boldsymbol{r_2}(t) = \boldsymbol{r_1}(\sqrt{k}t). \tag{4.18}$$

Es gilt also, dass für zwei verschiedene Endkappenspannungen die gleichen Punkte durchlaufen werden. Nimmt man für $r_2(t)$ den selben Endpunkt an, erfolgt dieser Durchlauf in der Zeit t_1/\sqrt{k} . Es zeigt sich demnach, dass die Form der durchlaufenen Trajektorie nicht von der Endkappenspannung abhängt, lediglich die Zeit mit der diese durchlaufen wird. Dies bedeutet, dass es ausreichend ist, den Strahl für nur eine Endkappenspannung zu analysieren.

4.3.2.1.5. Analyse des Potentials

Nach Erläuterung dieser technischen Punkte, die eine aussagekräftige Abbildung des Experiments im Modell sicherstellen sollen, geht es nun darum, sich mit dem Verlauf des elektrischen Potentials auseinanderzusetzen. Wie bereits erwähnt, bildet die Lösung für das elektrische Potential die Grundlage für die Berechnung der Kräfte, die auf die Elektronen wirken. Es werden einige markante Details zu den Potentialverläufen herausgegriffen, um die Interpretation der im nächsten Teilabschnitt präsentierten Ergebnisse



Abbildung 4.17.: Elektrische Potentiale für den Betriebsmodus zur Aufladung der Faser ($V_{\text{EK2}} = -10 \text{ V}$): Dargestellt ist das elektrische Potential in zwei Ebenen: Bild (a) zeigt das Potential in Ebene XZ₀ und Bild (b) in Ebene XZ₁. Die Feldlinien sind in Weiß eingezeichnet. Die Potentiale im Volumen des Einlasszylinders liegen im Bereich $-9.8 \text{ V} \leq V \leq -10 \text{ V}$, deshalb ist dort keine farbliche Abstufung zu erkennen.

zu erleichtern. An dieser Stelle wird folgende Notation für Ebenen eingeführt: x-y-Ebenen: XY₀ liegt bei z = 2,95 mm (Stirnfläche des Einlasszylinders), XY₁ liegt bei z = 2,20 mm (an der gewählten Faserposition) und XY₂ liegt bei z = 1,70 mm (etwa auf Höhe der Klingenkanten); x-z-Ebenen: XZ₀ liegt bei y = 0 mm und XZ₁ bezeichnet jene Ebene, die bei Rotation der Ebene XZ₀ um 45° in Richtung der positiven y-Achse entsteht.

Da die Elektronen in der Simulation beim Start keine Geschwindigkeit aufweisen, werden ihre Bahnen am Anfang der Trajektorien ausschließlich durch die Potentialgradienten innerhalb der Endkappe bestimmt. Beim Austreten aus der Endkappe spielt der dortige Verlauf die bestimmende Rolle. Die Endkappe weist Rotationssymmetrie um die *z*-Achse auf und im freien Raum würde sich diese Symmetrie auf das von ihr verursachte Potential auch außerhalb des Innenraums der EK2 übertragen. In der Falle wird die Rotationssymmetrie allerdings durch die Klingenelektroden gebrochen. Zur Darstellung dieses Effekts werden die Potentialverläufe in zwei Ebenen miteinander verglichen. In der Ebene XZ_0 , die genau zwischen den Klingen liegt, haben diese wenig Effekt. In der Ebene XZ_1 , die zentriert durch ein Klingenpaar geht, ist der Einfluss dieser beiden Klingen maximal. Abbildung 4.17 zeigt den Potentialver-



Abbildung 4.18.: Elektrische Potentiale im *x*-*y*-Querschnitt für den Betriebsmodus zur Aufladung der Faser ($V_{\text{EK2}} = -10 \text{ V}$): (a) zeigt das Potential in Ebene XY₁ (an der gewählten Faserposition) und (b) das Potential in Ebene XY₀ (in der Stirnfläche des Einlasszylinders). Zu beachten sind die unterschiedlichen Skalen für die Koordinatenachsen und das elektrische Potential in (a) und (b).

lauf in diesen Ebenen. Die Unterschiede zeigen sich am deutlichsten bei Vergleich der Feldlinienverläufe und der Verläufe der Äquipotentiallinien. Die Feldlinien in Bild (a) führen entlang der Falle und treffen erst in der Fallenmitte auf die Klingen. In Bild (b) erkennt man, dass ein Teil der Feldlinien von der Innenfläche zum Anfang der Klingen führen. Die Äquipotentiallinien werden durch die Klingen komprimiert. Anhand dieser Analyse lassen sich bereits jetzt unterschiedliche Formen der Elektronenbahnen in den beiden Ebenen erwarten. Der dreidimensionale Potentialverlauf ergibt sich durch die radiale Abhängigkeit entlang der z-Achse.

Abbildung 4.18 dient zur Veranschaulichung, wie sich die radiale Abhängigkeit des Potentials für verschiedene z-Positionen ändert. Das Potential in der Ebene XY_0 direkt am Anfang des Einlasszylinders in Bild (b) ist rotationssymmetrisch um die z-Achse, die Äquipotentiallinien haben Kreisform. Bild (a) zeigt den Potentialverlauf in der Ebene XY_1 , die an der Faserposition liegt. Das Potential ist durch den Einfluss der Klingenelektroden stark verformt.

Nun gilt es, das beschriebene Modell einzusetzen, um die Elektronenquelle zu analysieren. Aufbauend auf die in diesem Teilabschnitt gewonnenen Erkenntnisse werden im kommenden Teilabschnitt die Ergebnisse der PT-Simulation präsentiert.

4.3.2.2. Ergebnisse

An Ergebnissen werden im Folgenden eine Analyse der Elektronenbahnen und eine Charakterisierung des Elektronenstrahls der Quelle präsentiert. Zur Aufbereitung des gewonnen Datenmaterials wird zu Beginn mit Querschnitten gearbeitet, um anschließend die kompletten Ergebnisse zu beschreiben. Für alle Simulationen gilt $V_{\text{EK2}} = -10 \text{ V}$.

4.3.2.2.1. Trajektorien in der Ebene

Wie im vorigen Teilabschnitt gezeigt, weist das Potential entlang der Falle keine Rotationssymmetrie auf. Dementsprechend gilt dies auch für die Dichteverteilung des von der Endkappe emittierten Elektro-



Abbildung 4.19.: Elektronenbahnen in der Ebene XZ₁, Detailansicht für ausgewählte Fälle: Blau dargestellte Bahnen haben ihren Ursprung auf der 1. Zylinderfläche, grüne stammen von der 2. Zylinderfläche und rot gezeichnete Bahnen von der 3. Zylinderfläche. Die waagrechten orangen Linien stellen den Einlasszylinder und dessen gedachte Verlängerung entlang der z-Achse dar (in Richtung z = 0). Die senkrechten grauen Linien (strichliert) markieren den Anfang (z = 2,95 mm) und das Ende (z = 4,75 mm) des Zylinders. Die Geraden Z₀, Z₁ und Z₂ sind ebenfalls strichliert in Grau eingezeichnet. Die blauen Bahnen enden auf den Klingenelektroden, wo diese Elektronen auftreffen.

nenstrahls. Im ersten Schritt der Analyse des Elektronenstrahls sollen dessen wesentliche Charakteristika auf qualitativer Basis erarbeitet werden. Hierbei kann die fehlende Rotationssymmetrie außer Acht gelassen werden. In Anlehnung an die Vorgehensweise im vorigen Abschnitt werden die Elektronenbahnen im Querschnitt entlang der z-Achse analysiert. Diese Analyse erfolgt anhand der Bahnen einer kleinen Anzahl von Elektronen in der Ebene XZ₁ (siehe Abbildung 4.17).

Als Einlass wurden zwei gegenüberliegende Linien entlang der Zylinderoberfläche verwendet; diese sind in drei Abschnitte eingeteilt (entsprechend der Einteilung in die Zylinderflächen 1-3). Es wurden die Bahnen von 168 Elektronen⁴⁴ berechnet. Die Elektronenbahnen wurden zur weiteren Analyse aus COMSOL exportiert und in Mathematica importiert. Im Folgenden wird beschrieben, welche verschiedene Arten von Bahnen die Elektronen durchlaufen und welcher Verlauf sich entlang des Strahlquerschnitts (entlang senkrechter Linien betrachtet) ergibt. Von wesentlicher Bedeutung ist nur das Endergebnis in Form der Bahnen entlang der Falle, der zeitliche Verlauf selbst ist nicht von Bedeutung (siehe Teilabschnitt 4.3.2.1). Abbildung 4.19 zeigt Elektronenbahnen in der Ebene XZ₁. Für die Charakterisierung der Bahnen wurden 9 Trajektorienpaare exemplarisch herausgegriffen: Tr(ajektorie)1 bis Tr(ajektorie)9. Diese Paare sind gleichmäßig auf die drei Linienabschnitte verteilt. In der Abbildung sind die drei Schnittgeraden mit den Ebenen XY₀, XY₁ und XY₂ eingezeichnet, diese werden mit Z₀, Z₁ und Z₂ bezeichnet.

Von besonderem Interesse sind die Schnittpunkte der Bahnen mit Z_1 (z = 2,20 mm); deren Position entspricht jener der Bezugsfläche XY₁ (Faserposition). Bei Betrachtung der senkrechten Ortskoordinate der Bahnen lässt sich folgende Kategorisierung treffen:

⁴⁴Diese Anzahl wurde in COMSOL so gewählt, dass eine gleichmäßige Verteilung gegeben ist.

- In Kategorie I fallen Elektronen, deren Bahnen nur einmal die *z*-Achse schneiden. Sie wechseln also auf die gegenüberliegende Hälfte der Ebene. Dies trifft auf die Paare Tr1 bis Tr4 zu.
- Kategorie II bilden Bahnen, die zweimal die z-Achse schneiden (Paare Tr5-Tr9). Es zeigt sich, dass Bahnen mit deutlich auseinander liegenden Ursprungspunkten beim Schneiden mit der Senkrechten Z₁ zusammenfallen können oder dort sehr nahe beieinander liegen. Dies betrifft insbesondere Bahnen, deren Ursprünge weiter hinten im Zylinder liegen. So fallen die Einzelbahnen von Tr6, Tr8 und Tr9 auf Z₁ zusammen. Aber auch für Bahnen aus dem vorderen Bereich tritt dieses Phänomen auf: Die Bahnen Tr1 und Tr3 fallen ebenfalls auf Z₁ zusammen.

Betrachtet man die Schnittpunkte der Bahnen mit Z_2 (z = 1,70 mm) zeigt sich, dass sich der Strahl aufgeweitet hat.

4.3.2.2.2. Analyse des Strahlquerschnitts

Im Weiteren soll nun der x-y-Querschnitt des Strahls analysiert werden. Die Form des Elektronenstrahls wird durch den Potentialverlauf entlang aller Richtungen bestimmt. Die Veränderung des Potentials entlang der Fallenachse lässt sich anhand von Abbildung 4.18 erkennen. Für die Analyse des Strahlquerschnitts wird, wie oben, eine Unterteilung des Zylinders in drei Flächen vorgenommen. Für jede dieser Einlassflächen wird eine Simulation mit $N_e = 10^5$ Teilchen durchgeführt. Für die Analyse des Strahlquerschnitts werden die Schnittpunkte der Elektronenbahnen mit der jeweiligen x-y-Bezugsebene verwendet, also jene Punkte, an denen die Elektronen durch die Bezugsebene getreten sind⁴⁵. Für die Bezugsebene XY₁ erfolgt die Analyse im Detail (für alle drei Zylinder einzeln und die Kombination der drei Einzelergebnisse), für die Ebene XY₂ wird nur die Kombination der Strahlen der drei Zylinder präsentiert. Die Darstellung erfolgt anhand in Mathematica erstellter Flussdichtediagramme.

Die aus den Simulationen gewonnen Elektronendichten werden mit Σ (Einheit: Elektronen pro Flächeneinheit) bezeichnet. Aus diesen Elektronendichten werden die Elektronenflussdichten σ (im Folgenden nur "Flussdichten", Einheit: Elektronen pro Zeiteinheit und Flächeneinheit) für einen bestimmten Photostrom mit dazugehörigem Δt berechnet:

$$\sigma = \frac{\Sigma}{\Delta t}.\tag{4.19}$$

Für die weiteren Betrachtungen wird von einem Photostrom von $I_{Ph} = 4 \text{ pA}$ ausgegangen, daraus ergibt sich $\Delta t = 4 \cdot 10^{-3} \text{ s.}$

Abbildung 4.20 zeigt die Detailanalyse für XY₁ (bei z = 2,20 mm). Dargestellt sind in (a)-(c) die Flussdichtediagramme für alle drei Einlasszylinder sowie in (d) die Kombination dieser drei Querschnitte. Hier lässt sich das, anhand von Abbildung 4.19 charakterisierte, Verhalten für die Elektronenbahnen wiedererkennen. Vom ersten Zylinder ausgehende Elektronenbahnen schneiden einmal die z-Achse und treten nicht in der zentralen Region durch die Bezugsfläche. In Bild (a) ist der äußere Strahldurchmesser (kurz "Strahldurchmesser") eingezeichnet: $D_1 = 568 \,\mu\text{m}^{46}$. Die Bahnen für den zweiten und für den

⁴⁵Diese Art der Darstellung wird in COMSOL "Poincare-Plot" genannt.

⁴⁶Der Strahldurchmesser ergibt sich aus einem Kreis mit dem kleinstmöglichen Durchmesser, der alle Elektronen einschließt.



Abbildung 4.20.: Zur Charakterisierung des Querschnittsprofils des Elekronenstrahls, Diagramme für die Flussdichte σ im x-y-Querschnitt (Ebene XY₁ bei z = 2,20 mm) für verschiedene Einlassflächen: (a) Einlasszylinder 1, (b) Einlasszylinder 2, (c) Einlasszylinder 3 und (d) für alle drei Zylinder gemeinsam (Photostrom $I_{Ph} = 4 \text{ pA}$). Die Berechnung der Flussdichte erfolgte für quadratische Flächenstücke mit einer Fläche von $A = 100 \,\mu\text{m}^2$. In Schwarz sind der Strahldurchmesser ($D_1 = 568 \,\mu\text{m}$) und der Durchmesser der inneren Region ($d_1 = 106 \,\mu\text{m}$) eingezeichnet. Die leichten Unregelmäßigkeiten sind Artefakte der numerischen Simulation und gehen auf die Inhomogenität des Berechnungsgitters und der Verteilung auf den Einlassflächen zurück.



4.3. Analyse des Ladungsvorgangs durch Elektronenbombardierung

Abbildung 4.21.: Zur Charakterisierung des Querschnittsprofils des Elektronenstrahls: Dichtediagramm für die Elektronenflussdichte σ im x-y-Querschnitt (Ebene XY₂ bei z = 1,7 mm) für alle drei Einlassflächen: (Photostrom $I_{Ph} = 4$ pA). Die Berechnung der Dichte erfolgte für quadratische Flächenstücke mit einer Fläche von $A = 100 \,\mu\text{m}^2$. In Schwarz sind der Strahldurchmesser ($D_2 = 930 \,\mu\text{m}$) und der Durchmesser der inneren Region ($d_2 = 112 \,\mu\text{m}$) eingezeichnet. Die Pfeile deuten die Position der Klingen an.

dritten Zylinder überschneiden einander und dementsprechend überlagern sich die Dichteprofile von (b) und (c). In (d) ist eine um ein Vielfaches höhere Dichte in der zentralen Region des Strahls zu erkennen. Für den Durchmesser dieser Region gilt $d_1 = 106 \,\mu m^{47}$. Im nächsten Schritt werden nun die durchschnittlichen Flussdichten für die zentrale Region σ_{d_1} , für den Bereich außerhalb der zentralen Region σ_{dD_1} und den gesamten Strahlquerschnitt σ_{D_1} betrachtet: $\sigma_{d_1} = 1290 \,\mu m^{-2} \, s^{-1}$, $\sigma_{dD_1} = 81.0 \,\mu m^{-2} \, s^{-1}$ und $\sigma_{D_1} = 99.0 \,\mu m^{-2} \, s^{-1}$.

4.3.2.2.3. Strahlausbreitung entlang der Falle

Als Nächstes wird darauf eingegangen, wie sich der Strahlquerschnitt verändert, wenn man entlang der z-Achse Richtung Fallenmitte geht. Abbildung 4.21 zeigt das Strahlprofil in der Ebene XY₂ (bei z = 1,70 mm). Hier sind die Verteilung und das Flussdichtediagramm für alle Zylinder in der Ebene XY₂ dargestellt. In der Form des Strahls zeigt sich deutlich der Einfluss der Klingen: Der Strahlquerschnitt ist

⁴⁷Der Durchmesser wird anhand der radialen Dichteverteilung bestimmt. Bei diesem Durchmesser zeigt sich ein starker Abfall in der Dichte (um den Faktor 2,9). Von der Einteilung in eine weitere Region für den innersten Bereich wurde zur Vereinfachung abgesehen.

z-Koordinate	Durchmesser	Flussdichte σ
$z = 2,20\mathrm{mm}$	$d_1 = 106\mu\mathrm{m}$	$\sigma_{\rm d_1} = 1290\mu{\rm m}^{-2}{\rm s}^{-1}$
$z = 2,20\mathrm{mm}$	$D_1 = 568 \mu \mathrm{m}$	$\sigma_{\rm D_1} = 99.0 \mu {\rm m}^{-2} {\rm s}^{-1}$
$z = 2,20\mathrm{mm}$	Bereich zwischen d_1 und D_1	$\sigma_{\rm dD_1} = 81.0\mu {\rm m}^{-2}{\rm s}^{-1}$
$z=1,70\mathrm{mm}$	$d_2 = 112\mu\mathrm{m}$	$\sigma_{\rm d_2} = 1350\mu{\rm m}^{-2}{\rm s}^{-1}$
$z=1,70\mathrm{mm}$	$D_2 = 930\mu\mathrm{m}$	$\sigma_{\mathrm{D}_2} = 39.3 \mathrm{\mu m^{-2} s^{-1}}$
$z = 1,70\mathrm{mm}$	Bereich zwischen d_2 und D_2	$\sigma_{\rm dD_2} = 24.1\mu{\rm m}^{-2}{\rm s}^{-1}$

Tabelle 4.5.: Zur Charakterisierung des Elektronenstrahls: Durchmesser der inneren Region des Strahls $(d_1 \text{ und } d_2)$, äußere Strahldurchmesser $(D_1 \text{ und } D_2)$ für zwei verschiedene z-Positionen (z = 2,20 mm und z = 1,70 mm) sowie Flussdichten für einen Photostrom $I_{\text{Ph}} = 4 \text{ pA}$.

eckiger geworden. Der Strahldurchmesser beträgt hier $D_2 = 930 \,\mu\text{m}$. Der Strahl hat sich ist also deutlich aufgeweitet. Der Durchmesser der zentralen Region beträgt $d_2 = 112 \,\mu\text{m}^{48}$. Für die Dichten ergeben sich $\sigma_{d_2} = 1350 \,\mu\text{m}^{-2} \,\text{s}^{-1}$, $\sigma_{dD_2} = 24.1 \,\mu\text{m}^{-2} \,\text{s}^{-1}$ und $\sigma_{D_2} = 39.3 \,\mu\text{m}^{-2} \,\text{s}^{-1}$.

Die Flussdichten für die inneren Regionen des Strahls (Durchmesser: d_1 und d_2), den gesamten Strahlquerschnitt (Strahldurchmesser: D_1 und D_2) sowie die für die äußeren Regionen (Bereich zwischen d_1 und D_1 beziehungsweise d_2 und D_2) an den beiden betrachteten z-Positionen (z = 2,20 mm und z = 1,70 mm) sind in Tabelle 4.5 zusammengefasst (berechnet nach Gleichung 4.19). Abbildung 4.22 zeigt die Verläufe der Flussdichten entlang der x-Achse als Histogramme für beide Bezugsflächen, wobei die Flussdichte über den Bereich $\pm 10 \,\mu\text{m}$ um x = 0 gemittelt wurde. Die charakteristischen Durchmesser laut Tabelle 4.5 sind ebenfalls eingezeichnet. Zu beachten ist, dass diese Durchmesser durch Betrachtung der radialen Abhängigkeit der Dichte bestimmt wurden.

4.3.2.2.4. Abschätzung des nominellen Ladestroms

Im Folgenden wird nun der zu erwartende Ladestrom I abgeschätzt. Als Faserpositionen wird z = 2,2 mm gewählt. Als Photostrom wird $I_{Ph} = 4 \text{ pA}$ angenommen. Zur Berechnung nach Gleichung 4.14 werden die Ergebnisse aus Tabelle 4.5 herangezogen, die Strahlform entlang der *x*-Achse ist in Abbildung 4.22 zu sehen (die minimalen Abweichungen zwischen Mittelung über den gesamten Strahlquerschnitt und Dichte entlang der *x*-Achse werden vernachlässigt).

Im ersten Schritt werden die Elektronenflussdichten für verschieden Bereiche entlang der Faser abgeschätzt:

- Für den Bereich $|x| \le \frac{d_1}{2} = 53 \,\mu\text{m}$ wird $\sigma \approx \sigma_{d_1} = 1290 \,\mu\text{m}^{-2} \,\text{s}^{-1}$ und
- für $\frac{d_1}{2} < |x| \le \frac{D_1}{2} = 284 \,\mu\text{m}$ wird $\sigma \approx \sigma_{\text{dD}_1} = 81.0 \,\mu\text{m}^{-2} \,\text{s}^{-1}$ angenommen.

Somit ergibt sich mit Hilfe von Gleichung 4.14 der nominelle Ladestrom I für die gesamte Faser:

⁴⁸Dieser ist wieder durch starken Dichteabfall charakterisiert: Faktor 5,0.



4.3. Analyse des Ladungsvorgangs durch Elektronenbombardierung

Abbildung 4.22.: Zur Charakterisierung des Querschnittsprofils des Elekronenstrahls: Histogramm für die Flussdichte entlang der x-Achse: (a) Querschnitt zu Abbildung 4.20 und (b) Querschnitt zu Abbildung 4.21. Die Flussdichte wurde im Bereich $\pm 10 \,\mu\text{m}$ um x = 0 aufsummiert und gemittelt. Die Radien $D_1/2$ und $d_1/2$ sowie $D_2/2$ und $d_2/2$ sind eingezeichnet (in Rot, strichliert).

$$I \approx ed_{\rm F} \cdot (\sigma_{\rm d_1} \cdot d_1 + \sigma_{\rm dD_1} \cdot (D_1 - d_1)) = 6.9 \cdot 10^4 \, e \, {\rm s}^{-1}. \tag{4.20}$$

4.3.2.3. Zusammenfassung und Diskussion

Es wurde ein Modell zur Simulation und Analyse der in Teilabschnitt 4.1.2 beschriebenen Elektronenquelle erstellt. Dabei wurde das PT-Modul als geeignetes Werkzeug etabliert, eine durch Photoemission entstehende Elektronenquelle zu beschreiben.

Der emittierte Elektronenstrahl konnte anhand von Flussdichtediagrammen und Histogrammen charakterisiert werden (siehe Abbildungen 4.20, 4.21 und 4.22), die Ergebnisse sind in Tabelle 4.5 zusammengefasst. Die wesentlichen Charakteristika werden im Folgenden nochmals kurz dargestellt: Der Strahldurchmesser nimmt in Richtung Fallenzentrum zu (von $D_1 = 568 \,\mu\text{m}$ bei $z = 2,20 \,\text{mm}$ auf $D_2 = 930 \,\mu\text{m}$ bei $z = 1,70 \,\text{mm}$). Der Strahl weist eine zentrale Region mit einer wesentlich höheren Dichte ($\sigma_{d_1}/\sigma_{D_1} \approx 13 \,\text{und} \,\sigma_{d_2}/\sigma_{D_2} \approx 34$) auf.

Nimmt man zum Vergleich an, dass der gesamte Elektronenfluss homogen über die Stirnfläche des Einlasszylinders ($d_{\text{Zylinder}} = 1 \text{ mm}$) verteilt ist, so ergibt sich hierfür $\sigma_0 \approx 32 \,\mu\text{m}^{-2} \,\text{s}^{-1}$. Hieraus folgt, dass der gebündelte Strahl aus Abbildung 4.16 bei z = 2,20 mm eine deutlich höhere Dichte als bei homogener Emission aufweist⁴⁹: $\sigma_{d_1}/\sigma_0 \approx 3,1$.

Die vorgestellte Modellbildung und Analyse wurden für eine bestimmte Elektrodenkonfiguration durchgeführt. Die vorgestellten Methoden können problemlos auf weitere Konfigurationen umgelegt werden.

Folgende Punkte werden in Hinblick auf die Verbindung von Simulation und Experiment kritisch betrachtet:

- Wie bei Abbildung 4.17 bereits angedeutet, sind die Feldstärken im Inneren der Endkappe sehr klein. Für den dritten Einlasszylinder liegen sie betragsmäßig zwischen 1 V/m ≤ E ≤ 10 V/m. In der Realität treten Streufelder (mögliche Quellen: Verunreinigungen oder Oberflächenunebenheiten) auf, die den Verlauf der Bahnen verändern können. Weiter zu beachten ist, dass der experimentelle Aufbau geometrische Abweichungen zum hier verwendeten CAD-Modell aufweist, insbesondere dürften gewisse Symmetrien gebrochen sein. Dies wird dazu beitragen, dass der Elektronenstrahl eine andere Form als in der Simulation aufweist.
- Bei der Modellierung des Elektroneneinlasses muss beachtet werden: Die kinetische Energie sowie eine Variation der kinetischen Energie und der Emissionsrichtung sind im Modell nicht implementiert. Demnach bleibt deren Einfluss auf die Strahlform vorerst unbestimmt. Das bestehende Modell lässt sich allerdings erweitern, um diese Einflüsse genauer zu untersuchen.
- Ein technischer Mangel des PT-Modells hat sich bei der Auswertung der Ergebnisse gezeigt. Wie bereits erwähnt, ist die Verteilung der Teilchen auf der jeweiligen Einlassfläche nicht perfekt homogen. Es ist davon auszugehen, dass sich ein Teil dieser Inhomogenität auf die Form des Strahls überträgt.

⁴⁹Dieses Ergebnis lässt sich auch durch Vergleich der beiden Querschnittsflächen erzielen: $A_{\text{Zylinder}}^2/A_1 = d_{\text{Zylinder}}^2/d_1^2 \approx 3,1.$

4.3. Analyse des Ladungsvorgangs durch Elektronenbombardierung

Von besonderem Interesse in Hinblick auf die Untersuchungen in Abschnitt 4.2 ist die Fragestellung, ob sich die Struktur des Strahls auf die Ladungsverteilung überträgt, und ob sich diese Struktur durch Faser-Ion-Annäherung bestimmen lässt.

An dieser Stelle gilt es, auf experimentelle Erkenntnisse zur Elektronenquelle (siehe Teilabschnitt 4.1.2), die kurz vor Fertigstellung der vorliegenden Arbeit gewonnen wurden, einzugehen. Benjamin Ames hat bei Arbeiten zur Charakterisierung der Emissionseigenschaften der Elektronenquelle festgestellt, dass in der aktuellen Konfiguration das Maximum des Photostroms nicht, wie angenommen, beim Einstrahlen des Lasers in die Endkappe auftritt. Aktuell wird davon ausgegangen, dass ein Auftreffen des Strahls auf der oberen Hälfte der ringförmigen Stirnseite der Endkappe den höchsten Photostrom produziert. Im Weiteren wird die Variante mit Einstrahlung in die Endkappe als Elektronenquelle 1 und die soeben beschriebene als Elektronenquelle 2 bezeichnet. Es ist davon auszugehen, dass Elektronenquelle 2 verwendet wurde, um die in Teilabschnitt 4.2.1 beschriebenen Ladungsverteilungen zu erzeugen.

Aus diesem Grund kann die Fragestellung, ob sich die Struktur des Strahls auf die Ladungsverteilung überträgt anhand der Ergebnisse aus den Abschnitt 4.2 und diesem Teilabschnitt nicht bearbeitet werden.

Unabhängig davon gilt es in bei der Bearbeitung dieser Fragestellung noch folgende Punkte zu beachten: Ziel ist es, die Eigenschaften einer Ladungsverteilung, wie sie in Teilabschnitt 4.2.3 erarbeitet wurden, mit den Eigenschaften der Ladungsverteilung direkt nach dem Aufladen und somit mit der Form des Elektronenstrahls in Verbindung zu bringen. Aktuell ist nicht genau bekannt, ob sich der Ladungszustand nach Aufladung beim Wechsel in den Betriebsmodus zur Messung des elektrischen Feldes ändert. Zum Beispiel könnten sich Elektronen innerhalb der Faser verschieben und so die Form der Ladungsverteilung beeinflussen⁵⁰. Weitere Untersuchungen dazu sind nötig. Für jede Quelle ist auch zu untersuchen, ob Elektronen in der Nähe der Faserposition auf andere Elektroden treffen. Wie in Teilabschnitt 4.3.1.2 bereits erwähnt, können dabei Sekundärelektronen entstehen. Für Elektronenguelle 1 zum Beispiel zeigen die Simulationen, dass Elektronen im Bereich um $z \approx 1.7 \,\mathrm{mm}$ auf die Klingen treffen (siehe Abbildungen 4.16 und 4.19). Ein Teil der so entstehenden Sekundärelektronen könnte auf die Faser treffen und so zur Aufladung beitragen ("Sekundärstrahl"). Dementsprechend kann die Form der Ladungsverteilung auch durch diesen Sekundärstrahl beeinflusst werden. Die Trajektorien dieser Elektronen müssen untersucht werden, damit eine Verbindung zwischen Strahlform und Form der Ladungsverteilung hergestellt werden kann. Außerdem muss in Teilabschnitt 4.3.1.2 gewählte Faserposition z = 0.5 mm dahingehend untersucht werden.

Des Weiteren wurde in Teilabschnitt 4.2.3.2.1 die Annahme getroffen, dass keine Elektronen außerhalb des Bereichs $l_{\text{max}} = 1.5 \cdot d_{\text{Klingen}} \approx 1200 \,\mu\text{m}$ symmetrisch um x = 0 auf die Faser treffen. Diese Annahme kann aufgrund der eben beschriebenen Umstände anhand der vorliegenden PT-Simulationen nicht diskutiert werden. Die Ergebnisse der HLL-Anpassungsprozesse (insbesondere der Zusammenhang aus Abbildung 4.10) deuten allerdings darauf hin, dass es sich hierbei um eine plausible Annahme handelt.

Wie oben bereits erwähnt, wurden in diesem Teilabschnitt PT-Simulationen als Werkzeug erarbeitet, um den Strahl einer Elektronenquelle zu charakterisieren. Dieses Werkzeug kann auch angewandt wer-

⁵⁰Dieser Effekt bietet eine weitere Motivation, in Teilabschnitt 4.2.2 eine Verteilung mit Profil entlang der Faser als Modell zu verwenden.

den, um die Elektronenquelle 2 oder weitere Quellenkonfigurationen zu charakterisieren. Im Kapitel 5 wird dieses Thema nochmals aufgegriffen.

4.3.2.3.1. Verwendung des 3D-PT-Modells zur Beschreibung des Elektronenflusses um die Faser

Im nächsten Schritt werden die Elektronenbahnen unter Einfluss der Nanofaser analysiert. Ziel ist es, das Verhalten der Elektronen in Abhängigkeit von Ladungsdichte auf der Faser und Gesamtenergie der Elektronen (die durch die Endkappenspannung bestimmt wird) zu analysieren und den zugehörigen Auffangfaktor α zu bestimmen.

Zur Bearbeitung dieser Fragestellung wäre es naheliegend, das im vorigen Abschnitt beschriebene Modell mit einer Elektronenquelle ("3D-PT-Modell") heranzuziehen, und um eine Nanofaser mit Ladungsverteilungen wie jene in Teilabschnitt 4.2.3 zu erweitern. Dabei können auch weitere Faserpostionen untersucht werden (zusätzlich zu z = 2,2 mm). Das auf diese Weise aufgestellte Modell käme der Situation im Experiment wohl sehr nahe.

Es erwies sich allerdings als nicht möglich, das physische System, bestehend aus einer geladenen Nanofaser und einer Elektronenquelle mit ausreichender Genauigkeit in einem erweiterten 3D-PT-Modell abzubilden:

- Die Berechnung der Trajektorien in COMSOL erfolgt durch einen zeitabhängigen Löser. Die dafür verwendete Zeitschrittgröße muss bei Bedarf angepasst werden. Es hat sich gezeigt, dass zur Simulation des Auftreffens der Elektronen auf die Nanofaser, die Schrittweite des zeitabhängigen Lösers um mindestens vier Größenordnungen im Vergleich zum obigen Problem verkleinert werden müsste (von 10⁻¹ ns auf 10⁻⁵ ns).
- Zusätzlich sollte die Anzahl der Elektronen um mindestens zwei Größenordnung erhöht werden, um die nötige Auflösung zu erreichen.
- Hinzu kommt, dass durch die Implementierung der Faser die Anzahl der Gitterpunkte steigt.

Die Kombination aus diesen drei Punkten macht eine Simulation mit den vorhandenen Ressourcen nicht handhabbar. Aus diesem Grund wurde beschlossen, das Problem durch ein 2D-Modell abzubilden, dieses wird im folgenden Abschnitt beschrieben.

4.3.3. Elektronenfluss: Detailanalyse im Bereich der Faser

Im Folgenden wird nun ein 2D-Modell zur Bestimmung des Auffangfaktors α erstellt. Dieser ist Teil der Modellierung des Aufladungsprozesses nach Gleichung 4.13. In Bereichen, in denen der Einfluss von α viel größer ist als jener von δ , lässt sich der Aufladungsprozess allein anhand von α beschreiben. Das 2D-Modell beschreibt den Querschnitt eines entlang der *x*-Achse invarianten Systems, also einer unendlich ausgedehnten mit einer Ladungsverteilung versehenen Faser (die Abhängigkeit von der Länge der Ladungsverteilung ist somit nicht mehr vorhanden). Neben der in Teilabschnitt 4.3.2.1.1 beschriebenen Elektrodenkonfiguration und Elektronenquelle sind im Experiment noch weitere denkbar. Das 2D-Modell soll deshalb allgemein gehalten werden, um auch diese beschreiben zu können. Handelt es sich um Quellen, die nicht senkrecht auf die z-Achse stehen, entspricht die z-Achse des 2D-Modells allgemein jener Achse, die durch den Mittelpunkt der betreffenden Einlassfläche und durch den Punkt $(x = 0, y = 0, z = z_F)$ geht. Ziel ist es, den Auffangfaktor α aus Gleichung 4.13 zu bestimmen. Im ersten Schritt wird hierzu ein analytisches Modell erarbeitet, im zweiten Schritt wird ein Simulationsmodell vorgestellt. Anschließend wird die Anwendung der Modelle zur Analyse experimenteller Daten diskutiert.

4.3.3.1. Modellbildung: Analytisches Modell

Zu Beginn des Modellbildungsprozesses wird das Potential der Faser, in dem sich die Elektronen bewegen, behandelt. Anschließend wird das theoretische Modell für α mit Hilfe klassischer Streutheorie schrittweise aufgebaut.

4.3.3.1.1. Elektrisches Potential der geladenen Faser

Im vorigen Abschnitt wurde die Anwendung einer rotationssymmetrischen Ladungsverteilung auf der Faser als Modell motiviert. Allgemein gilt, dass das elektrische Feld unendlich langer und rotationssymmetrischer Ladungsverteilungen mit Querschnittsradius r_F für den Bereich $r \ge r_F$ nur durch die Ladungsdichte λ bestimmt ist (folgt aus dem Gaußschen Gesetz [39]). Das zugehörige elektrische Potential lässt sich unter Annahme einer elektrostatischen Randbedingung in Abhängigkeit von λ beschreiben. Somit lässt sich das Potential der Faser durch jenes einer unendlich langen homogenen Linienladung (ULL) beschreiben. Hierbei werden nur radiale Abstände $r \ge r_F$ betrachtet.

Als Randbedingung wird angenommen, dass eine unendlich lange zylindrische und auf die Faser zentrierte Randfläche mit Radius $r_{\rm R}$ auf Erde liegt: $V(r_{\rm R}) = 0$. Für das Potential einer ULL gilt⁵¹:

$$V(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{r_{\rm R}}{r}\right). \tag{4.21}$$

Wie oben bereits erwähnt, ist das Oberflächenpotential der Faser V_F eine bedeutsame Größe. Aus Gleichung 4.21 lässt sich $V_F(\lambda)$ bestimmen⁵²:

$$V_{\rm F}(\lambda) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{r_{\rm R}}{r_{\rm F}}\right). \tag{4.22}$$

In Tabelle 4.6 weiter unten sind $V_{\rm F}$ -Werte für ausgewählte λ -Werte mit Randbedingung $r_{\rm R} = 550 \,\mu{\rm m}$ angeführt. Somit ergibt sich für das Potential aus Gleichung 4.21:

$$V(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{r_{\rm F}}{r}\right) + V_{\rm F}.$$
(4.23)

⁵¹Dies lässt sich aus der Formel für $E_{\text{ULL}}(r)$ aus Teilabschnitt 4.2.2.2 herleiten. Allgemein gilt für das elektrische Potential an zwei Punkten A und B: $V_{\text{A}} - V_{\text{B}} = \int_{A}^{B} \vec{E} d\vec{l}$. Unter Ausnützung der radialen Symmetrie ergibt sich $V_{\text{A}} - V_{\text{B}} = V(r_{\text{A}}) - V(r_{\text{B}}) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_{0}} \ln\left(\frac{r_{\text{B}}}{r_{\text{A}}}\right)$. Daraus erhält man mit $r_{\text{A}} \equiv r$, $r_{\text{B}} \equiv r_{\text{R}}$ und $V(r_{\text{R}}) = 0$ das Potential laut Gleichung 4.21.

⁵²Wie bereits in Teilabschnitt 4.2.2.3 angedeutet, lässt sich aufgrund fehlender Symmetrie das Oberflächenpotential einer HLL (mit endlicher Länge) nicht anhand eines einfachen Ausdrucks wie Gleichung 4.22 darstellen. Der Verlauf entlang der Ladungsverteilung hängt von den Randbedingungen ab und kann anhand einer numerischen Simulation bestimmt werden.



Abbildung 4.23.: Zur Streuung von Elektronen an einer geladenen Faser (Querschnittdarstellung): Ein Elektron läuft in einem y-Abstand s (Streuparameter) von der Einlassfläche ein. Dabei erreicht es einen Minimalabstand zur Faser von r_{\min} . Die Randfläche mit Radius $r_{\rm R}$ dient zur Festlegung der elektrostatischen Randbedingung und somit zur Festlegung der Abhängigkeit $V_{\rm F}(\lambda)$.

 $V_{\rm F}(\lambda)$ lässt sich bezogen auf eine Ladungsdichte λ_0 normieren (im Folgenden wird $\lambda_0 = 1 e/\mu m$ angenommen):

$$V_{\rm F}(\lambda) = \frac{\lambda}{\lambda_0} V_{\rm F_0}.$$
(4.24)

Wobei gilt:

$$V_{\rm F_0} = \frac{\lambda_0}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{r_{\rm R}}{r_{\rm F}}\right). \tag{4.25}$$

Somit lässt sich das Potential aus Gleichung 4.23 auch schreiben als:

$$V(r) = \lambda \left[\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{r_{\rm F}}{r} \right) + \frac{1}{\lambda_0} V_{\rm F_0} \right].$$
(4.26)

4.3.3.1.2. Elektronenstreuung an geladener Faser

Problemstellung und mathematische Modellierung

Die Problemstellung ist in Abbildung 4.23 dargestellt: Elektronen laufen aus einem bei $z_{\rm EL}$ (es gilt $r_{\rm F} < z_{\rm EL} < r_{\rm R}$) liegenden Einlass ein, der *y*-Abstand am Einlass wird als Streuparameter *s* bezeichnet. Der minimale Abstand zur Faser beträgt $r_{\rm min}$. Die dargestellte Trajektorie wurde anhand von Referenz [51] für folgende Parameter berechnet: $z_{\rm EL} = 2.8 \text{ mm}$, E = 5 eV, $s = 0.18 \mu \text{m}$ und $\lambda = -210 e/\mu \text{m}^{53}$. Weitere Trajektorien sind in Abbildung 4.28 zu sehen diese sind Ergebnisse aus COMSOL-Simulationen.

Die im Folgenden dargestellte Herleitung orientiert sich an den Referenzen [51] und [52]. Dafür betrachten wir als erstes den Einlass: Dieser wird durch eine Linie gebildet, welche mit einer homogenen

⁵³Die explizite Berechnung von Elektronentrajektorien spielt für die Bestimmung von α keine Rolle, deshalb wird auf eine Angabe der entsprechenden Gleichung verzichtet.

Dichte an Elektronen ρ (Einheit: 1/Längeneinheit) versehen ist. Die Gesamtenergie E wird als Parameter vorgegeben⁵⁴ und die kinetische Energie jedes Elektrons am Einlass mit Streuparameter s und radialem Abstand $r_{\rm s} = \sqrt{z_{\rm EL}^2 + s^2}$ wie folgt angepasst:

$$E_{\rm kin_{FL}} = E_{\rm kin}(r_{\rm s}) = E + eV(r_{\rm s}).$$
 (4.27)

Die Elektronen (Masse m) weisen am Einlass nur Geschwindigkeitskomponenten in z-Richtung auf $(v_x = v_y = 0)$:

$$v_z = -\sqrt{\frac{2E_{\rm kin_{\rm EL}}}{m}}.$$
(4.28)

Die Anpassung der kinetischen Energie laut 4.27 führt dazu, dass sämtliche Elektronen, die auf die Faser treffen, die gleiche kinetische Energie beim Auftreffen aufweisen; diese Energie lässt sich wie folgt berechnen:

$$E_{\rm F}(\lambda) = E + eV_{\rm F}(\lambda). \tag{4.29}$$

Ziel ist es nun, bei gegebenem λ und gegebenem E jenen kritischen Wert für den Streuparameter s_{krit} zu finden, bei dem ein Elektron gerade noch auf die Faser trifft: $r_{\min}(s_{\text{krit}}) = r_{\text{F}}$. Elektronen mit $s \leq s_{\text{krit}}$ treffen auf die Faser, die restlichen Elektronen nicht. Die Anzahl der auftreffenden Elektronen lässt sich demnach wie folgt berechnen: $N(s_{\text{krit}}) = 2 \cdot \rho \cdot s_{\text{krit}}$. Im Falle einer neutralen Faser treffen $N_0 = 2 \cdot \rho \cdot r_{\text{F}}$ Elektronen auf die Faser. Mit Hilfe der beiden Größen $N(s_{\text{krit}})$ und N_0 lässt sich der Auffangfaktor α definieren:

$$\alpha(s_{\rm krit}) = \frac{N(s_{\rm krit})}{N_0} = \frac{s_{\rm krit}}{r_{\rm F}}.$$
(4.30)

Für eine positive geladene Faser werden zusätzliche Elektronen angezogen, es gilt also $N(s_{\text{krit}}) > N_0$ und somit $\alpha(s_{\text{krit}}) > 1$. Im Falle einer negativ geladenen Faser werden Elektronen abgelenkt und somit gilt hierfür $\alpha(s_{\text{krit}}) < 1$.

Für das beschriebene System gelten als Erhaltungsgrößen die Gesamtenergie E und der Drehimpuls l:

$$E = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{l^2}{2mr^2} - eV(r) = \text{konst.},$$
(4.31)

$$l = mr^2 \dot{\theta} = \text{konst.} = mv_z s. \tag{4.32}$$

Aus Gleichung 4.32 ergibt sich nach Einsetzen der Gleichungen 4.23 und 4.28:

⁵⁴In der Falle wird die Gesamtenergie der Elektronen durch V_{EK} bestimmt. Das Potential der EK weist allerdings einen Verlauf auf, welcher in dieser Modellierung nicht implementiert ist. Deshalb ist eine Parametrisierung durch V_{EK} nicht direkt anwendbar. Außerdem soll das Modell allgemein gehalten und spezifische Kalibrierungen nach Möglichkeit vermieden werden. Aus diesen Gründen erfolgt hier die Parametrisierung durch die Gesamtenergie. Die Verbindung zwischen der Gesamtenergie als Parameterwert im Modell und der Endkappenspannung wird in Teilabschnitt 4.3.4 diskutiert.

$$l = -\sqrt{2ms} \left[E + \frac{e\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{r_{\rm F}}{\sqrt{z_{\rm EL}^2 + s^2}}\right) + eV_{\rm F} \right]^{1/2}.$$
(4.33)

Die radiale Geschwindigkeit ist nach Gleichung 4.31 gegeben durch:

$$\frac{dr}{dt} = \pm \sqrt{\frac{2}{m} \left(E + eV(r) - \frac{l^2}{2mr^2} \right)}.$$
(4.34)

Am Punkt des minimalen radialen Abstands zwischen Faser und Elektron r_{\min} gilt $\dot{r} = 0$. Dadurch ergibt sich aus Gleichung 4.34:

$$E + eV(r_{\min}) = \frac{l^2}{2mr_{\min}^2}.$$
 (4.35)

Nun wird der Grenzfall mit $r_{\min} \equiv r_F$ und $V(r_{\min}) = V_F$ betrachtet. Für diesen Grenzfall ergibt sich aus Gleichung 4.35 nach Einsetzen von 4.33 folgende transzendente Gleichung zur Bestimmung von s_{krit} :

$$E + eV_{\rm F} = \frac{s_{\rm krit}^2}{r_{\rm F}^2} \left[E + \frac{e\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{r_{\rm F}}{\sqrt{z_{\rm EL}^2 + s_{\rm krit}^2}}\right) + eV_{\rm F} \right].$$
(4.36)

Es ist naheliegend, dass das Verhältnis von eV_F zu E ausschlaggebend für s_{krit} ist. Deshalb wird für weitere Untersuchungen Gleichung 4.36 durch E geteilt und der Energiefaktor $\epsilon = eV_F/E$ eingeführt, außerdem wird zur weiteren Umformung Gleichung 4.22 herangezogen:

$$1 + \epsilon = \frac{s_{\rm krit}^2}{r_{\rm F}^2} \left[1 + \epsilon \cdot \frac{\ln\left(\frac{r_{\rm F}}{\sqrt{z_{\rm EL}^2 + s_{\rm krit}^2}}\right)}{\ln\left(\frac{r_{\rm R}}{r_{\rm F}}\right)} \right]. \tag{4.37}$$

Legt man nun z_{EL} und r_{R} fest, lässt sich durch numerisches Lösen dieser Gleichung die Abhängigkeit $s_{\text{krit}}(\epsilon)$ berechnen und daraus nach Gleichung 4.30 der Auffangfaktor $\alpha(\epsilon)$ bestimmen. Für negative Ladungen ist zu beachten, dass Elektronen mit $E \leq eV_{\text{F}}$ die Faseroberfläche nicht erreichen können: Es gilt also $\alpha = 0$ für $\epsilon \leq -1$. Vorerst wird angenommen, dass in jedem Fall keine Einschränkung für den kritischen Streuparameter durch die Länge des Einlasses besteht: $s_{\text{krit}} \leq l/2^{55}$. Im Folgenden werden nun verschiedene Grenzfälle näher betrachtet.

Als erstes wird der theoretische Grenzfall $z_{\text{EL}} \rightarrow r_{\text{R}}$ (hierfür gilt $V(z_{\text{EL}}) \rightarrow 0$) untersucht. Hierfür wird angenommen, dass z_{EL} sehr nahe an r_{R} liegt aber trotzdem noch ein ausreichend großer Einlass vorhanden ist. Für diesen Grenzfall ergeben sich folgende Abhängigkeiten⁵⁶:

$$s_{\text{krit}_{\text{R}}}(\epsilon) = \sqrt{1+\epsilon} \cdot r_{\text{F}}$$
 (4.38)

und

⁵⁵Sollte dies der Fall sein, gilt $\alpha(\epsilon) = l/(2r_F) = konst.$ In diesem Fall bleibt die Anzahl der auftreffenden Elektronen also konstant und kann nicht durch eine Erhöhung von ϵ vergrößert werden.

⁵⁶Diese lassen sich aus Gleichung 4.35 mit $r_{\min} \equiv r_{\rm F}$, $V(r_{\min}) = V_{\rm F}$ und $l = -\sqrt{2Em}s_{\rm krit}$ herleiten.



4.3. Analyse des Ladungsvorgangs durch Elektronenbombardierung

Abbildung 4.24.: Auffangfaktor α in Abhängigkeit des Energiefaktors $\epsilon = eV_F/E$ für verschieden Einlassabstände. Für jede Kurve gilt als elektrostatische Randbedingung $r_R = 5500 \,\mu\text{m}$.

$$\alpha_{\mathbf{R}}(\epsilon) = \sqrt{1+\epsilon}.\tag{4.39}$$

Geht man davon aus, dass in einem System die Größen E und V_F bekannt sind, nicht aber z_{EL} , so eignet sich $\alpha_R(\epsilon)$ nach Gleichung 4.39 zur einfachen Abschätzung von Auffangfaktoren und somit von Laderaten nach Gleichung 4.13.

Abbildung 4.24 zeigt α -Kurven für verschiedene Einlassabstände und für den Grenzfall $z_{\text{EL}} \rightarrow z_{\text{R}}$. Für sämtliche dargestellten α -Kurven (mit Ausnahme jener für den Grenzfall) wurde die gleiche Randbedingung wie für die Kurve mit dem größten Einlassabstand $z_{\text{EL}} = 5000 \,\mu\text{m}$ gewählt: $r_{\text{R}} = 1.1 \cdot 5000 \,\mu\text{m} = 5500 \,\mu\text{m}$. Für eine neutrale Faser werden keine Elektronen gestreut, dementsprechend geht jede α -Kurve durch den Punkt ($\epsilon = 0, \alpha = 1$). Sämtliche Kurven weisen für $\epsilon > -1$ im dargestellten Bereich eine abnehmende Änderungsrate $d\alpha/d\epsilon$ auf. Für alle Kurven gilt wie oben beschrieben: $\alpha = 0$ für $\epsilon \leq -1$. Es zeigt sich außerdem, dass ausgehend vom Grenzfall α bei fixem ϵ für kleinere Werte von z_{EL} abnimmt.

Als nächstes wird der Grenzfall $\epsilon \gg 1$ (entspricht $E \ll eV_F$) betrachtet. Dieser kann unter anderem erreicht werden, indem bei fixer positiver Ladungsdichte sehr kleine Energien E betrachtet werden (bei fixer Einlassposition z_{EL}). In diesem Fall zeigt sich, dass die Anzahl der auftreffenden Elektronen durch einen Maximalwert $N_{max} = \rho \cdot s_{max}$ begrenzt wird. Elektronen mit Streuparametern $s > s_{max}$ treffen unabhängig von deren Energie nicht auf die Faser. Der Maximalwert s_{max} lässt sich durch Lösen folgender transzendenten Gleichung bestimmen (hergeleitet aus Gleichung 4.36 mit $E \ll eV_F$):

$$1 = \frac{s_{\max}^2}{r_{\rm F}^2} \left[\frac{\ln\left(\frac{r_{\rm F}}{\sqrt{z_{\rm EL}^2 + s_{\max}^2}}\right)}{\ln\left(\frac{r_{\rm R}}{r_{\rm F}}\right)} + 1 \right]. \tag{4.40}$$

Für Elektronen mit $s > s_{\text{max}}$ gilt $\frac{l^2}{2mr_F^2} > V(r_F)$, somit ergibt sich aus Gleichung 4.34, dass $r_{\text{min}} > r_F$ gilt. Nach Bestimmung von s_{max} aus Gleichung 4.40, lässt sich der zugehörige maximale Auffangfaktor berechnen: $\alpha_{\text{max}} = s_{\text{max}}/r_F$. Abbildung B.1 im Anhang zeigt die Abhängigkeit $\alpha_{\text{max}}(z_{\text{EL}}/r_R)$ für verschiedene Werte von r_R . Nimmt man wie oben $r_R = 5500 \,\mu\text{m}$ an, so ergeben sich als Beispiele folgende Werte für α_{max} : $\alpha_{\text{max}}(z_{\text{EL}} = 10 \,\mu\text{m}) = 1,26$; $\alpha_{\text{max}}(z_{\text{EL}} = 100 \,\mu\text{m}) = 1,58$; $\alpha_{\text{max}}(z_{\text{EL}} = 5000 \,\mu\text{m}) = 10,24$. Der Grenzwert $\alpha_{\text{max}}(z_{\text{EL}} = 10 \,\mu\text{m}) = 1,26$ lässt sich in Abbildung 4.24 für $\epsilon = 10$ annähernd erkennen. Für den Grenzfall $z_{\text{EL}}/r_R \rightarrow 1$ gilt $\alpha_{\text{max}} \rightarrow \infty$.

Schließt man Fälle aus, bei denen $\epsilon \gg 1$ und $z_{\text{EL}} \rightarrow r_{\text{R}}$ gleichzeitig gilt, so ergibt sich aus Gleichung 4.40, dass generell $s_{\text{krit}}^2 \ll z_{\text{EL}}^2$ gilt. Unter dieser Annahme lässt sich s_{krit} aus Gleichung 4.37 freistellen und der Auffangfaktor berechnen:

$$\alpha(\epsilon) \approx \sqrt{\left(1+\epsilon\right) \cdot \left[1+\epsilon \cdot \left(\frac{\ln\left(\frac{r_{\rm F}}{z_{\rm EL}}\right)}{\ln\left(\frac{r_{\rm R}}{r_{\rm F}}\right)}+1\right)\right]^{-1}}.$$
(4.41)

Weitere Diskussionen erfolgen nun anhand eines Beispiels für $z_{\rm EL} = 500 \,\mu {\rm m}^{57}$.

Beispiel für eine bestimmte Einlassposition

In diesem Beispiel werden nun bei fixer Einlassposition $z_{\rm EL} = 500 \,\mu\text{m}$ die zuvor beschriebenen Zusammenhänge diskutiert: Als erstes wird die Abhängigkeit α (E) bei gegebener Ladungsdichte dargestellt und untersucht, als zweites die Abhängigkeit α (λ)⁵⁸ bei gegebener Gesamtenergie. Als Randbedingung wurde $r_{\rm R} = 1.1 \cdot z_{\rm EL} = 550 \,\mu\text{m}$ gewählt, daraus ergibt sich hier $V_{\rm F_0} = 0.0222 \,\text{V}$.

Abbildung 4.25 zeigt $\alpha(E)$ für ausgewählte λ -Werte⁵⁹: Teil (a) zeigt den Energiebereich bis E = 25 eV, Teil (b) den restlichen Bereich bis E = 1500 eV. Sowohl für negative als auch für positive Ladungsverteilungen zeigt sich, dass für große Energien die Anzahl der auf die Faser treffenden Elektronen gegen N_0 geht und somit $\alpha \to 1$ gilt. Dies entspricht einer Annäherung $\epsilon \to 0$ und $\alpha \to 1$ auf der entsprechenden $\alpha(\epsilon)$ -Kurve: Von links für negative Ladungsdichten und von rechts für positive Ladungsdichten. Dies bedeutet, dass für $\epsilon \to 0$ immer weniger Elektronen abgelenkt werden. Die $\alpha(\epsilon)$ -Kurve für $z_{\text{EL}} = 500 \,\mu\text{m}$ in Abbildung 4.24 (violette Kurve) dient hierfür als qualitative Darstellung (dort wurde eine andere elektrostatische Randbedingung gewählt). Bei den Kurven für $\lambda < 0$ ist im linken unteren Bildteil der Effekt gut zu erkennen, wenn $V_{\text{F}} \cdot e$ betragsmäßig größer als die Energie E ist und $\alpha = 0$ gilt.

⁵⁷Beispielhaft wurde hier die Entfernung Faser-Endkappe für die in Teilabschnitt 4.3.2 beschriebene Konfiguration mit einer Faserposition von z = 2,20 mm verwendet.

⁵⁸Die dargestellten Abhängigkeiten für sehr kleine Ladungsdichten mit $|\lambda| < 5 e/\mu m$ sind als theoretisch zu betrachten, weil für solche Ladungsdichten lokale Effekte eine Rolle spielen und die Modellierung durch eine kontinuierliche Ladungsverteilung nicht mehr anwendbar ist.

⁵⁹Auf die Darstellung der Kurve ($\lambda = 0, \alpha = 1$) wurde zur Wahrung der Übersichtlichkeit verzichtet. Außerdem wurde hier und in Abbildung 4.26 auf die Darstellung der Kurven α_R nach Gleichung 4.24 als Vergleich verzichtet.



Abbildung 4.25.: Auffangfaktor α in Abhängigkeit von der Gesamtenergie E für verschiedene Ladungsdichten (Einlassposition: $z_{\rm EL} = 500 \,\mu{\rm m}$): Teil (a) zeigt die Kurven für den Energiebereich $E \in [0,5;25] \,{\rm eV}$, Teil (b) zeigt den restlichen Bereich bis $E = 1500 \,{\rm eV}$. Für $E \rightarrow 0$ gilt für alle Kurven mit $\lambda > 0$: $\alpha \rightarrow \alpha_{\rm max} = 8,99$. Die Grenzwerte für E bei denen $\alpha = 0$ erreicht wird, sind in Tabelle 4.6 angegeben.

4. Nanofaser-Experiment



Abbildung 4.26.: Auffangfaktor α in Abhängigkeit der Ladungsdichte λ für verschiedene Werte der Gesamtenergie E (Einlassposition: $z_{\text{EL}} = 500 \,\mu\text{m}$): Teil (a) zeigt die Kurven für den gesamten Bereich von α , Teil (b) zeigt nur den Bereich um $\alpha = 1$ im Detail. Für $\lambda \to \infty$ gilt für alle Kurven: $\alpha \to \alpha_{\text{max}} = 8,99$. Grenzwerte λ_{G} bei denen $\alpha = 0$ erreicht wird, sind in Tabelle 4.7 angegeben.

Ladungsdichte λ (<i>e</i> /µm)	Oberflächenpotential $V_{\rm F}$ (V)
±5	±0,111
±10	±0,222
±25	±0,554
± 50	±1,11
±150	±3,32

4.3. Analyse des Ladungsvorgangs durch Elektronenbombardierung

Tabelle 4.6.: Oberflächenpotentiale für ausgewählte Ladungsdichten mit Randbedingung $r_{\rm R} = 550 \,\mu{\rm m}$. Für $\lambda < 0$ geben die Werte $e \cdot V_{\rm F}$ auch die Grenzwerte für E an, bei denen $\alpha = 0$ erreicht wird.

Gesamtenergie E (eV)	Grenzwert $\lambda_{\rm G}~(e/\mu{\rm m})$
0,5	-22,6
1,0	-45,1
2,5	-113

Tabelle 4.7.: Grenzwerte $\lambda_{\rm G}$ für ausgewählte Energien bei denen $\alpha = 0$ erreicht wird, Randbedingung: $r_{\rm R} = 550 \,\mu{\rm m}$.

Grenzwerte für diesen Effekt, bei dem keine Elektronen mehr auf die Faser treffen (es gilt für die Laderate R = 0), sind in Tabelle 4.6 aufgeführt. Als Maximalwert für die Darstellung im Diagramm wurde $\alpha = 2.0$ gewählt. Für $E \rightarrow 0$ gilt für sämtliche Kurven mit positiver Ladungsdichte $\alpha \rightarrow \alpha_{max} = 8,99$ (laut Gleichung 4.40).

Abbildung 4.26 zeigt α (λ) für ausgewählte Werte von E und beantwortet somit die Frage, wie sich die Anzahl der auftreffenden Elektronen mit der Ladungsdichte der Faser ändert. Teil (a) zeigt den Bereich $\alpha \in [0; 1,5]$ und Teil (b) den Bereich um $\alpha = 1$. Wie aufgrund der Zusammenhänge $\epsilon = eV_F/E$ und $V_F \propto \lambda$ zu erwarten war, ähneln die α (λ)-Kurven den α (ϵ)-Kurven aus Abbildung 4.24. Bei gegebener Energie E verhält sich α (λ) also ähnlich wie α (ϵ). Grenzwerte λ_G bei denen $\alpha = 0$ erreicht wird, sind in Tabelle 4.7 angegeben. Zu beachten ist, dass sich die kinetische Energie der Elektronen beim Auftreffen auf die Faser mit der Ladungsdichte gemäß Gleichung 4.29 ändert.

Betrachtet man nun die negative Aufladung der Faser, lassen sich anhand von Abbildung 4.26 folgende Effekte erkennen:

- Startet man auf der E = 5 eV-Kurve mit einer neutralen Faser (λ = 0,α = 1), so wird diese dabei negativ aufgeladen und man wandert auf der orangen Kurve in Abbildung 4.26 nach links. Dabei nimmt α ab, weil mehr Elektronen durch die zunehmende negative Ladung der Faser abgelenkt werden.
- Startet man zum Beispiel für E = 5 eV mit einer positiv geladenen Faser bei $\lambda = 100 e/\mu \text{m}$, ergibt sich momentan $\alpha = 1,20$ und man wandert wieder entlang der orangen Kurve nach links.
- Für E = 0,5 eV ergibt sich für λ ≤ -22,6 e/μm: α = 0. Somit wird die Faser nicht mehr weiter negativ geladen (R = 0). Der selbe Effekt tritt für die Schwellwerte (1 eV; -45,1 e/μm) und (2,5 eV; 113 e/μm) auf (siehe Tabelle 4.7). Nach Erreichen von α = 0 tritt bei Beibehalten von E

keine weitere Aufladung mehr auf. Dieser Teil der Kurven ist deshalb strichliert dargestellt.

Das Wandern nach links auf Kurven gleicher Energie bei zunehmender negativer Ladung lässt sich in Abbildung 4.25 durch vertikales Springen (von oben nach unten) zwischen verschiedenen Kurven darstellen. Startet man bei λ = 150 e/µm (blaue Kurve) mit E = 2,5 eV, wird die Faser negativ aufgeladen (α = 1,51) und es muss auf eine andere Ladungskurve gewechselt werden. Erreicht man eine Ladungsdichte von λ = 50 e/µm, gilt α = 1,20 gemäß der darunter liegenden grünen Kurve. Bei λ = 25 e/µm liegt man auf der roten Kurve mit α = 1,10. Im Weiteren wandert man unter abnehmendem α senkrecht nach unten, bis sich α = 0 ergibt. Aus solchen Querschnitten ergeben sich die Kurven konstanter Energie in Abbildung 4.26.

Positive Aufladung entsteht durch überwiegende Sekundäremission von Elektronen. Es wird im Weiteren angenommen, dass für Energien $E_{\rm F} > E_{\rm SE}^{({\rm II})} = 30 \, {\rm eV}$ pro auftreffendem Elektron im Mittel mehr als ein Elektron von der Faser emittiert wird (siehe Teilabschnitt 4.1.2). Hieraus ergibt sich eine positive Aufladung der Faser. Allgemein erkennt man in Abbildung 4.26, dass es mit steigender Ladungsdichte immer schwieriger wird, dass zusätzliche Elektronen vom Einlass auf die Faser treffen. Dies zeigt sich auch in der Tatsache, dass die $\alpha(\epsilon)$ -Kurven aus Abbildung 4.24 für $\epsilon > -1$ eine abnehmende Änderungsrate $d\alpha/d\epsilon$ aufweisen und schließlich der Maximalwert $\alpha_{\rm max}$ erreicht wird. Der Zusammenhang zwischen den Kurven aus 4.25 und 4.26 gilt hier analog zur negativen Aufladung.

Betrachtet man den Dichtebereich $|\lambda| \leq 150 e/\mu m$ und Energien über 30 eV zeigt sich, dass die Kurven annähernd linear verlaufen: Zum Beispiel ergibt sich für die 50 eV-Kurve in linearer Näherung eine Steigung $d\alpha/d\lambda \approx 2,2 \cdot 10^{-4} \,\mu m/e$. Daraus lässt sich auch leicht ablesen, dass hier die geladene Faser wenig Einfluss auf die Elektronenbahnen hat und sich α kaum mit λ ändert. Demnach erwartet man für positive Aufladung, dass die Laderate gemäß Gleichung 4.13 durch den Effekt von δ dominiert wird.

4.3.3.2. Modellbildung: Computersimulation

4.3.3.2.1. Allgemeines und technische Umsetzung

Zusätzlich zum erarbeiteten theoretischen Modell wurde zur Untersuchung des Elektronenflusses auch ein Simulationsmodell erstellt. Dieses Modell soll einerseits zur Verifizierung des analytischen Modells herangezogen werden, andererseits soll damit ein Ausgangspunkt für weitergehende Untersuchungen, die über den Rahmen dieser Arbeit hinausgehen, geschaffen werden. Unter anderem können folgende Punkte behandelt werden:

- Import des Potentialverlaufs im y-z-Querschnitt in der N\u00e4he der Endkappe und Untersuchung des dazugeh\u00f6rigen Elektronenflusses,
- Detailanalyse des Verhaltens aus der Faser emittierter Sekundärelektronen,
- Untersuchung des Einflusses verschiedener Modelle für Ladungsverteilungen auf und in der Faser (zum Beispiel nach einem Doppelschichtmodell wie in Referenz [47] beschrieben) auf den Fluss der Elektronen.

4.3. Analyse des Ladungsvorgangs durch Elektronenbombardierung

Die Anwendung eines Simulationsmodells bietet den Vorteil, Konfigurationen für die keine oder nur sehr aufwendige analytische Modellierungen vorhanden sind, relativ einfach zu untersuchen. Die Verifizierung des analytischen Modells aus dem vorigen Teilabschnitt, soll exemplarisch anhand von Simulationen für zwei verschiedene Einlassabstände erfolgen. Diese Abstände werden relativ klein gewählt, damit das Modell kompakt und somit die Rechenzeit gering gehalten werden kann (die Rechenzeit nimmt mit $z_{\rm EL}$ zu).

COMSOL erzeugt 2D-Modelle durch Betrachtung des Querschnitts eines 3D-Modells mit relativ gesehen sehr großer Ausdehnung: Hier wurde eine Ausdehnung von 0,5 m je in positiver und negativer *x*-Richtung verwendet (Standardeinstellung in COMSOL). Dies bietet die Möglichkeit, zweidimensionale physikalische Größen, wie Oberflächenladungsdichten, im Modell zu verwenden. Im 2D-Modell wird das gleiche Koordinatensystem wie im 3D-PT-Modell verwendet: Die waagrechte Achse wird als *z*-Achse bezeichnet und die senkrechte als *y*-Achse. Abbildung 4.27 zeigt das 2D-COMSOL-Modell. Es besteht aus folgenden Komponenten:

- einem dielektrischen Zylinder aus Quarzglas mit einem Durchmesser $d = 0.5 \,\mu\text{m}$ (entspricht der Nanofaser), dessen Oberfläche mit einer Ladungsdichte versehen ist,
- einer kreisförmigen Randfläche (Radius: $r_{\rm B} = 50 \,\mu {\rm m}^{60}$), die zur Festlegung der elektrostatischen Randbedingung verwendet wird und
- einem Einlass für die Elektronen.

Der Potentialverlauf, der sich aus der Simulation ergibt, entspricht für $r \ge r_F$ jenem einer ULL (innerhalb der numerischen Ungenauigkeit der Simulationsergebnisse)⁶¹. Zur Bemessung der Ladungsdichte auf der Faser wird hier, wie im Abschnitt 4.2, die Größe λ in e/μ m verwendet. Die Simulation der Elektronentrajektorien erfolgt wieder in zwei Schritten (siehe Teilabschnitt 4.3.2.1):

- 1) Berechnung des Potentials (zeitunabhängig)
- 2) Berechnung der Elektronenbahnen (zeitabhängig)

Treffen Elektronen auf die Faseroberfläche so werden sie eingefroren. Am Ende des Simulationsdurchgangs wird die Anzahl der auf der Faseroberfläche eingefrorenen Elektronen ausgelesen. Im Weiteren werden nun die einzelnen Komponenten des COMSOL-Modells näher beschrieben.

4.3.3.2.2. Elektrostatische Randbedingungen

Der Potentialverlauf wird in diesem Modell durch zwei Parameter bestimmt, die Ladungsdichte λ und das Potential der Randfläche $V_{\rm B}$. Durch Festlegen dieser beiden Parameter ergeben sich nach Berechnung des Potentials durch COMSOL (Schritt 1. in COMSOL) der Potentialverlauf und das Oberflächenpotential der Faser $V_{\rm F}$.

 $^{^{60}}$ B seht für "boundary". Diese Randfläche liegt zum Unterschied zu jener mit Radius $r_{\rm R}$ nicht auf Erde.

⁶¹Im Modell wurde keine Linienladung (im Querschnitt entspricht diese einem Punkt) verwendet, weil die Oberfläche der Faser zur Bestimmung der auftreffenden Elektronen verwendet wird und sich aus der elektrostatischen Randbedingung automatisch das Oberflächenpotential der Faser ergibt.



Abbildung 4.27.: 2D-Modell zur Simulation von Elektronenbahnen um die Faser: Die Faser ist als dielektrischer Quarzglaszylinder angelegt und mit einer Oberflächenladung versehen. Die Randfläche dient zur Festlegung der Randbedingung für die Berechnung des elektrischen Potentials. Das Potential ist beispielhaft für $\lambda = -100 e/\mu m$ dargestellt. Die Elektronen starten von einem linienförmigen Einlass und bewegen sich in Richtung der Faser.

In Teilabschnitt 4.3.3.1.1 wurde als Randbedingung ein auf Erde liegender Zylinder im Abstand $r_{\rm R}$ gewählt. Hier wird nun ein anderer Ansatz gewählt. Es soll eine Potentialskalierung verwendet werden, die sich für eine geladene Faser in der Falle ergibt. Hierzu wird die Situation einer geladenen Faser betrachtet, die sich in der Falle bei z = 2,20 mm befindet. Zur Beschreibung dieser Situation wird auf das 3D-Modell mit implementierter Faser aus Teilabschnitt 4.2.2 zurückgegriffen. Der Einfachheit halber wird von einer homogenen Ladungsverteilung auf der Faser ausgegangen. Für den Verlauf des resultierenden Oberflächenpotentials entlang der Ladungsverteilung (entlang der x-Achse) sind bei fixer z-Position nur l und λ ausschlaggebend. Das kleine Bild in Abbildung 4.8 zeigt ein Beispiel für einen Verlauf des Oberflächenpotentials entlang der x-Achse (die Faser befindet sich hier allerdings bei z = -1,70 mm). Im 2D-Modell wird nur eine ULL (ohne Verlauf entlang der x-Achse) abgebildet; dementsprechend muss ein Bezugspunkt auf der Faseroberfläche im 3D-Modell gewählt werden, dessen Potential als Referenz für das 2D-Modell dient. Als Bezugswert wurde das Potential auf der Faseroberfläche bei x = 0 gewählt⁶². Die Simulation im 3D-Modell wurde für folgende Parameterwerte durchgeführt: Faserposition z = 2,20 mm, $\lambda = 100 e/\mu$ m, $l = 600 \mu$ m⁶³. Aus dieser Simulation ergibt sich für das Oberflächen-

⁶²Die relative Differenz für verschiedene Punkte auf der Faseroberfläche bei fixer x-Position beträgt weniger als 10^{-5} und kann somit vernachlässigt werden. Ausschlaggebend ist hier nicht der Verlauf des Potentials in der Falle, sondern nur die Abhängigkeit des Oberflächenpotentials von der Ladungsdichte.

⁶³Hier wurde als Richtwert die Breite des Elektronenstrahls wie sie aus Abbildung 4.20 bestimmt wurde, verwendet (aufgerundet auf 600 μm).



Abbildung 4.28.: Elektronenbahnen um eine negativ geladene Faser und um eine positiv geladene Faser: (a) $\lambda = -100 e/\mu m$, E = 2,5 eV, $\epsilon = 0,856$. (b) $\lambda = 150 e/\mu m$, E = 0,5 eV, $\epsilon = 6,44$). Zur Veranschaulichung des Funktionsprinzips der Simulation wurden hier nur 100 Elektronenbahnen berechnet.

potential $V_{\rm F}(x=0) = 2,15$ V, was $V_{\rm F_0} = 0,0215$ V entspricht. Nun gilt es diese Potentialkalibrierung auf das 2D-Modell zu übertragen. Dies lässt sich durch Anlegen eines entsprechenden Potentials auf einer Randfläche in einer bestimmten Entfernung erreichen. Im Fall einer Randfläche auf Erde beträgt $r_{\rm R} = 429 \,\mu\text{m}$. Wie oben angeführt soll das System kompakt gehalten werden, daher wurde für die Randfläche ein geringerer radialer Abstand gewählt: $r_{\rm B} = 50 \,\mu\text{m}^{64}$. An diese Randfläche muss laut Gleichung 4.23 folgendes Potential angelegt werden: $V_{\rm B}(\lambda) = (\lambda/\lambda_0) \cdot 6,19 \cdot 10^{-3}$ V.

4.3.3.2.3. Elektroneneinlass

Der Einlass der Elektronen wurde als $l_{\text{EL}} = 10 \,\mu\text{m}$ lange senkrechte Linie angelegt (zentriert um y = 0). Als Einlasspositionen wurden $z_{\text{EL}_1} = 10 \,\mu\text{m}$ und $z_{\text{EL}_2} = 20 \,\mu\text{m}$ verwendet. Die Länge des Einlasses

 $^{^{64}}$ In Summe bestand das Berechnungsgitter des Modells aus rund 3,7 \cdot 10⁴ Elementen

wurde unter Betrachtung des folgenden Grenzfalls gewählt: In den geplanten Simulationen war für das Parameterpaar (E = 0.25 eV; $\lambda = 150 e/\mu\text{m}$) mit $\epsilon = 12.9$ für die Einlassposition z_{EL_2} der höchste Wert für den kritischen Streuparameter zu erwarten. Zum Zeitpunkt der Erstellung der Simulation war die oben beschriebene analytische Modellierung noch nicht vollständig bekannt. Deshalb wurde l_{EL} so gewählt, dass $l_{\text{EL}}/2$ deutlich größer ist als das aus der Simulation bestimmte Maximalwert $s_{\text{kritmax}} \approx$ $0.33 \,\mu\text{m}$, damit das Modell zu einem späteren Zeitpunkt auch problemlos für höhere Werte von ϵ und z_{EL} verwendet werden kann. Anhand der Gleichungen 4.40 und 4.37 zeigt sich allerdings: $s_{\text{kritmax}} =$ $0.371 \,\mu\text{m}$ (für $E = 0.25 \,\text{eV}$ und $\lambda = 150 e/\mu\text{m}$) und $s_{\text{max}} = 0.390 \,\mu\text{m}$ (Grenzfall $\epsilon \gg 1$). Somit wurde die Länge des Einlasses $l_{\text{EL}} = 10 \,\mu\text{m}$ deutlich zu groß gewählt. Die Einlasslänge sollte bei der weitergehenden Verwendung des Modells entsprechend verkleinert werden, damit bei gleichbleibender Anzahl an eingelassenen Elektronen, die Auflösung erhöht wird.

Die Anzahl der eingelassenen Elektronen beträgt $N_e = 10^4$ pro Simulationsdurchlauf. Dieser Wert bot eine ausreichend hohe Auflösung, um die erwartete Abhängigkeit $s_{\rm krit}(\epsilon)$ darzustellen (siehe Abbildung 4.29). Die kinetischen Energien und die entsprechenden Geschwindigkeiten am Einlass sind gemäß Gleichungen 4.27 und 4.28 implementiert. Die Simulationszeit T wird pro Durchgang so festgelegt, dass der Elektronenstrahl die Faser passiert und sich mehrere µm weiterbewegt hat⁶⁵.

4.3.3.2.4. Simulationsparameter und Ergebnisgrößen

Ein Simulationsdurchgang wird für eine bestimmte Kombination aus λ und E durchgeführt. Das Hauptergebnis pro Simulationsdurchgang bildet der jeweilige Auffangfaktor α ; dessen Berechnung wird im Folgenden beschrieben. N_e Teilchen werden eingelassen, N_1 Teilchen treffen auf die Faser und bleiben eingefroren. Für den Fall einer neutralen Faser gilt für die Anzahl der auftreffenden Teilchen: $N_0 = d_{\rm F} \cdot N_{\rm e}/l_{\rm EL}$. Für $N_e = 10^4$ gilt $N_0 = 500$. Der Auffangfaktor berechnet sich wie in Teilabschnitt 4.3.3.1.2 beschrieben:

$$\alpha = \frac{N_1}{N_0}.\tag{4.42}$$

Als Überleitung zum Ergebnisteil werden hier zwei leicht nachvollziehbare Beispiele präsentiert, an denen die Berechnung von α dargestellt wird. Abbildung 4.28 zeigt die dazugehörigen Trajektorien:

- (a) Die Faser weist eine Ladungsdichte von $\lambda = -100 e/\mu m$ auf. Dies entspricht einem Oberflächenpotential von $V_F = -2,15$ V. Die Energie der Elektronen beträgt E = 2,5 eV. In dieser Kombination sind E und V_F betragsmäßig ähnlich groß. Es werden 100 Elektronen eingelassen $(N_e = 100)$. Wie zu erwarten war, werden die Elektronen sehr stark abgelenkt, nur zwei von ihnen treffen auf die Faser $(N_1 = 2)$. In diesem Fall gilt $N_0 = 5$. Damit ergibt sich ein Auffangfaktor $\alpha = 0, 4$.
- (b) Für die positiv geladene Faser ($\lambda = 150 \, e/\mu m$, $V_F = 3,22 \, V$) ist die Anziehung der Elektronen mit $E = 0.5 \, eV$ deutlich zu erkennen. Es ergibt sich aus $N_1 = 6$: $\alpha = 1,2$.

⁶⁵Für einen Simulationsdurchgang (bestehend aus Schritt 1 und 2) benötigt ein Standard-Desktop-Computer (Spezifikationen wie oben) etwa 1-7 min, je nach kinetischer Energie.



4.3. Analyse des Ladungsvorgangs durch Elektronenbombardierung

Abbildung 4.29.: Auffangfaktor α in Abhängigkeit von $\epsilon = eV_F/E$, Simulationsergebnisse und Modellfunktionen (MF) für $z_{\text{EL}_1} = 10 \,\mu\text{m}$ und $z_{\text{EL}_2} = 20 \,\mu\text{m}$.

4.3.3.2.5. Ergebnisse

Insgesamt wurden für die Einlassposition z_{EL_1} 150 Simulationen (0,5 eV $\leq E \leq 100$ eV; $-150 e/\mu \text{m} \leq \lambda \leq 150 e/\mu \text{m}$; $-6,435 \leq \epsilon \leq 6,435$) durchgeführt und für die Einlassposition z_{EL_2} 174 Simulationen (0,25 eV $\leq E_{\text{kin}} \leq 100 \text{ eV}$; $-150 e/\mu \text{m} \leq \lambda \leq 150 e/\mu \text{m}$; $-2,145 \leq \epsilon \leq 12,87$). Die Ergebnisse werden anhand von $\alpha(\epsilon)$ -Kurven dargestellt und diese Kurven mit den entsprechenden Modellfunktionen nach 4.37 in Abbildung 4.29 verglichen. Es zeigt sich, dass die Ergebnisse aus den Simulationsdurchgängen den durch die Modellfunktion gegebenen Zusammenhang $\alpha(\epsilon)$ wiedergeben. Somit konnte das analytische Modell verifiziert werden. Das 2D-Simulationsmodell bietet einen Ausgangspunkt für weitergehende Untersuchungen.

4.3.3.3. Zusammenfassung und Diskussion

Es wurde ein analytisches 2D-Modell zur Bestimmung des Auffangfaktors α in Abhängigkeit des Energiefaktors (beziehungsweise der Ladungsdichte und der Gesamtenergie der Elektronen) und der Einlassposition vorgestellt (Teilabschnitt 4.3.3.1). Hierzu wurde das das elektrische Potential einer unendlich ausgedehnten geladenen Faser verwendet (Teilabschnitt 4.3.3.1.1).

Des weiteren wurde ein zweidimensionales Simulationsmodell (Teilabschnitt 4.3.3.2) präsentiert. Dieses wurde verwendet, um das analytische Modell zu überprüfen und es bietet den Ausgangspunkt für weitergehende Analysen, wie die Untersuchung des Einflusses verschiedener Modelle für Ladungsverteilungen auf und in der Faser.

Im Folgenden wird nun die Verbindung zwischen 2D-Modell, 3D-PT-Modell und Experiment herge-

stellt und das 2D-Modell diskutiert. Außerdem wird das 2D-Modell zur Analyse von experimentellen Daten zur Aufladung der Faser herangezogen.

4.3.4. Anwendung der Erkenntnisse im Experiment

4.3.4.1. Anwendung des 2D-Modells in Kombination mit dem 3D-PT-Modell

Bei der Verwendung des 2D-Modells in Kombination mit dem 3D-PT-Modell einer Elektronenquelle zur Beschreibung der Aufladung der Faser sind folgende Punkte zu beachten:

- A) Potential der Endkappe: Wie in Teilabschnitt 4.3.3.2 beschrieben, verursacht die EK mit Spannung V_{EK} einen dreidimensionalen Potentialverlauf (siehe unter anderem Abbildungen 4.16 und 4.18). Das daraus resultierende Feld führt zu gekrümmten Elektronenbahnen innerhalb der Falle (siehe zum Beispiel Abbildung 4.19). Das 2D-Modell beinhaltet nur den Potentialverlauf der geladenen Faser, nicht aber das Potential der EK. Dieser Punkt kann wie folgt bearbeitet werden:
 - 1) Als Erweiterung des bestehenden 2D-Simulationsmodells kann ein entsprechender Potentialverlauf in der *y-z*-Ebene importiert werden.
 - 2) Ist der Strahlverlauf für die verwendete Elektronenquelle wie in 4.19 bekannt, lässt sich das bestehende Modell wie folgt anwenden: Als Näherung können die Bahnen ab einem bestimmten Punkt als geradlinig, aber nicht notwendigerweise parallel zur z-Achse, angenommen werden. Die betreffenden Geschwindigkeitsvektoren können dann nach Koordinatentransformation anhand des Modells in Abbildung 4.23 analysiert werden.
 - 3) Weist der Strahlverlauf Teile auf, in denen die Elektronenbahnen annähernd parallel verlaufen, lässt sich für diesen Bereich das bestehende 2D-Modell als Näherung anwenden.

Für die Punkte 1-3 muss beachtet werden, dass das Potential auch entlang der x-Achse variiert und ebenfalls modelliert werden muss. Außerdem muss basierend auf der entsprechenden Bearbeitung eine Wahl für z_{EL} getroffen werden oder eine alternative Modellierung des Einlasses vorgenommen werden.

- B) Potential der geladenen Faser: Hier gilt es zu beachten:
 - 1) Es ist davon auszugehen, dass die Ladungsverteilungen, die bei Elektronenbeschuss entstehen, nicht homogen sind. Dies bedeutet, dass das Oberflächenpotential entlang der Faser einen entsprechenden Verlauf aufweist.
 - 2) Die Geometrie der Falle und die sich daraus ergebenden Abstände der Elektrodenoberflächen zur Faser bilden die Randbedingungen für das Oberflächenpotential der Faser. Dieser Effekt tritt zusätzlich zu Punkt 1 auf. Für den Fall einer HLL lässt sich dieser Effekt in Abbildung 4.8 (b) erkennen: Das Oberflächenpotential ändert sich entlang der *x*-Achse und wird betragsmäßig kleiner mit größerem Abstand zur Mitte der Falle. Eine Modellierung des Oberflächenpotentials mittels λ und $r_{\rm R}$ ist nicht ohne Weiteres anwendbar.

- 3) Die Abhängigkeiten gemäß der Punkte 1 und 2 führen dazu, dass α entlang der Faser variiert (bei gleicher Energie E) und diese Effekte modelliert werden müssen. Eine Modellierung des Auffangfaktors durch α_R gemäß Gleichung 4.39 (Grenzfall z_{EL} → r_R, α ist nur abhängig von ϵ) lässt sich unter Anwendung einer Modellierung des Oberflächenpotentials durchführen.
- 4) Soll der Grenzfall aus Punkt 3 nicht angewendet werden, muss eine Modellierung für α basierend auf der Wahl für z_{EL} aus Punkt A getätigt werden.
- C) Homogene Dichte des Elektronenstrahls: Für das 2D-Modell wird eine homogene Dichte entlang des Einlasses (in *y*-Richtung) angenommen. Geht man von parallelen Geschwindigkeitsvektoren für die Elektronenquelle aus, bedeutet dies, dass die Verteilung der Elektronenquelle im Bereich $\pm s_{\text{krit}_{\text{max}}}$ homogen sein muss. Falls keine Homogenität angenommen werden kann, muss der Dichteverlauf entlang der *x*-Achse beachtet werden.
- **D)** Zusammenhang zwischen E und V_{EK} : Die kinetische Energie der Elektronen ändert sich nach Emission aus der Endkappe und ist ortsabhängig. Sollen diese von der EK emittierten Elektronen als Quelle für einen Elektroneneinlass dienen, lässt sich der Zusammenhang zwischen V_{EK} und Emittels des Potentialverlaufs aus dem 3D-Modell (siehe Teilabschnitt 4.2.2) festlegen.
 - 1) Nimmt man an, dass der Einlass auf der EK liegt, kann E als Summe der kinetischen Energie bei Emission E_{PE} und des mittleren Zuwachses an kinetischer Energie zwischen der Position des Einlasses und der Faser angenommen werden (im folgenden Teilabschnitt 4.3.4.2 wird diese Berechnung durchgeführt).
 - 2) Unter der Annahme, dass der Einlass nicht auf der EK liegt, muss eine Modellierung basierend auf der Wahl für z_{EL} aus Punkt A vorgenommen werden. Zum Beispiel kann, falls der Potentialabfall zwischen Einlass und Faser vernachlässigbar ist, E analog zu Punkt 1 ermittelt werden.
 - 3) Im Falle der Implementierung eines Modells gemäß A.1, ergibt sich die Energie direkt aus dem betreffenden Potentialverlauf.
- E) Dynamik des Aufladeprozesses: Betrachtet man den Aufladeprozess der Faser, ist es möglich, dass sich Ausdehnung und Form der Ladungsverteilung während der Aufladung ändern. In diesem Fall ist der in B beschriebene Effekt zeitabhängig und muss gegebenenfalls modelliert werden.
- F) Nomineller Ladestrom: Der nominelle Ladestrom variiert im Allgemeinen entlang der x-Achse (Abbildung 4.22 zeigt den Verlauf für Quelle 1). Diese Abhängigkeit muss für die verwendete Quelle modelliert werden und in Gleichung 4.14 implementiert werden. In Teilabschnitt 4.3.2.2.4 wurde eine Abschätzung für den Ladestrom von Quelle 1 präsentiert.

Eine ausführliche Behandlung der Punkte A-F ist im Rahmen dieser Arbeit nicht möglich. Zur Anwendungen des vorgestellten Modells zur Analyse experimenteller Daten im folgenden Teilabschnitt 4.3.4.2 werden zu diesen Punkten aber Annahmen getroffen.

4.3.4.2. Analyse experimenteller Daten zur Aufladung der Faser

4.3.4.2.1. Experimentelle Messmethode und Messergebnisse

Am Experiment wurde die Faser unter Anwendung von Elektronenquelle 2 aufgeladen und die Faserauslenkung während der Aufladung aufgenommen (siehe Teilabschnitt 4.1.3). In Anknüpfung an die Erläuterungen zu Elektronenquelle 2 in Teilabschnitt 4.3.2.3 wird vereinfachend angenommen, dass der Einlass für Quelle 2 zentriert auf der kreisringförmigen Stirnfläche der EK2 liegt. Dies entspricht der Koordinate $r_{\text{Quelle}} = (x = 0, y = 0.75 \text{ mm}, z = 2.7 \text{ mm})$. Weitere Diskussionen zur Quelle 2 finden sich in Kapitel 5.

Die Aufladung erfolgte unter Verwendung verschiedener Endkappenspannungen $-4000 \text{ V} \leq V_{\text{EK}} \leq -5 \text{ V}$ bei $z \approx 2.2 \text{ mm}$ (Mittelpunkt der Faser: $r_{\text{FMP}} = (0|0|2.2 \text{ mm})$, z-Abstand zur EK $\approx 0.5 \text{ mm}$). Hieraus ergibt sich ein Abstand zwischen Fasermittelpunkt und Mittelpunkt der Quelle: $d_{\text{Quelle}} \approx 0.9 \text{ mm}$. Für die folgenden Untersuchungen wird angenommen, dass der Primärstrahl der Quelle für die Aufladung maßgeblich ist, eventuell auftretende Sekundärstrahlen werden vernachlässigt. Im Rahmen dieser Arbeit wird der Datensatz für $V_{\text{EK}} = -5 \text{ V}$ mit Hilfe der oben erarbeiteten Modelle ausgewertet. Der Grund für die Fokussierung auf den Datensatz für die betragsmäßig niedrigste Spannung wird weiter unten diskutiert. Der zur Aufladung verwendete Spannungswert ist nicht ausreichend, dass eine Auslenkung der Faser während der Aufladung beobachtet werden kann. Deshalb wurde zur Messung der Ladung anhand der Faserauslenkung eine Spannung von $V_{\text{EK}} = -2000 \text{ V}$ angelegt.

Die Faser wurde mit einem Photostrom von $I_{Ph} = 3,6$ pA schrittweise aufgeladen und die jeweilige Auslenkung *a* in Abhängigkeit von der Aufladezeit *t* aufgenommen. Im Folgenden wird angenommen, dass die Faserauslenkung *a* proportional zur Gesamtladung *Q* ist: $Q = k \cdot a$. Abbildung 4.30 zeigt die experimentellen Daten. Die Faser war zum Zeitpunkt t = 0 positiv geladen und wird negativ aufgeladen. Zum Zeitpunkt t_0 gilt a = 0, was $Q \approx 0$ entspricht. Es zeigt sich, dass die Änderungsrate da/dt und somit auch die Laderate R = dQ/dt betragsmäßig abnehmen. Bei einer Auslenkung $a > 3,5 \,\mu\text{m}$ ist Sättigung (R = 0) zu erwarten (wie in Teilabschnitt 4.3.1.4 beschrieben). Die oben beschriebene Kalibrierung der Faserauslenkung wurde noch nicht durchgeführt (siehe auch Teilabschnitt 4.1.3), deshalb kann *a* kein absoluter Wert für *Q* oder λ zugeordnet werden und somit auch kein absoluter Wert für R = dQ/dt ermittelt werden. Die Modellierung erfolgt relativ zur Laderate R_0 für a = 0.

4.3.4.2.2. Modellierung der Laderate

Im Folgenden wird nun aus dem Modell für die Laderate R nach Gleichung 4.13 ein Ausdruck für a(t) abgeleitet. Hierfür werden auch die Punkte A-F von oben bearbeitet:

- A) Es wird angenommen, dass der Einlass senkrecht auf der Verbindungslinie zwischen r_{Quelle} und r_{FMP} steht und die Geschwindigkeitsvektoren der Elektronen beim Start parallel dazu sind.
- **B**) Nachdem bekannt ist, dass das Oberflächenpotential entlang der Faser variiert, wird das im Folgenden verwendete Oberflächenpotential $V_{\rm F}$ als effektives Oberflächenpotential interpretiert, das



4.3. Analyse des Ladungsvorgangs durch Elektronenbombardierung

Abbildung 4.30.: Faserauslenkung *a* in Abhängigkeit von der Ladezeit *t* bei negativer Aufladung: Experimentelle Daten für $V_{\text{EK}} = -5$ V, die Datenpunkte wurden zur besseren Darstellung des Verlaufs mit Geraden verbunden. Die Fehler für *a* und *t* entsprechen etwa der Ausdehnung der Datenpunkte im Diagramm. (Die Daten wurden mit freundlicher Genehmigung von Benjamin Ames zur Verfügung gestellt.)

die Ablenkung der Elektronen bestimmt. Des weiteren wird angenommen, dass $V_{\rm F}$ proportional zu *Q* und somit zu *a* ist: $V_{\rm F} = \kappa \cdot a$. Zur Vereinfachung wird für den Auffangfaktor $\alpha_{\rm R}$ nach Gleichung 4.39 verwendet.

- C) Die Dichte des Elektronenstrahls wird als homogen angenommen.
- **D**) Hier wird nach Punkt D.1 vorgegangen: Der Mittelwert für das Potential entlang der Verbindungslinie zwischen r_{Quelle} und r_{FMP} beträgt $0,587 \cdot V_{\text{EK}}$ (die Potentialdifferenz beträgt $0,665 \cdot V_{\text{EK}}$). Somit ergibt sich als Gesamtenergie E für die Modellierung von α : $E(V_{\text{EK}}) = E_{\text{PE}} + e0,413 \cdot |V_{\text{EK}}|$ (es wird näherungsweise angenommen, dass dies für sämtliche Elektronen gilt). Für $V_{\text{EK}} = -5$ V ergibt sich E(-5 V) = 2,26 eV.
- E) Durch die Interpretation laut Punkt B sind zeitabhängige Effekte Teil des Modells.
- F) Für Elektronenquelle 2 ist noch keine Analyse des Elektronenstrahls vorhanden. Aus diesem Grund kann der Ladestrom I hier nicht aus einem 3D-PT-Modell in das Modell für a(t) einfließen. Aufgrund der Tatsache, dass am Experiment keine absolute Laderate bestimmt werden kann, wäre ein Vergleich ohnehin nicht möglich. Es wird angenommen, dass I für das bombardierte Faserstück über den Aufladungszeitraum konstant bleibt.

Als nächstes wird δ abgeschätzt. Für eine neutrale Faser gilt laut Punkt D $E_{F_0}(V_{EK}) = E_{PE} + e0.665 \cdot |V_{EK}|$ und $E_{F_0}(-5V) = 3,53 \text{ eV}$. $\delta(E_{F_0},0)$ lässt sich demnach schreiben als $\delta(V_{EK},0)$. Unter Anwendung der Näherung aus Teilabschnitt 4.3.1.3 ergibt sich $\delta(-5V,0) \approx \beta \cdot E_{F_0}(-5V) = 0,12$. Hier

handelt es sich um eine grobe Schätzung, weil $E_{SE}^{(II)}$ für die Nanofaser noch nicht bestimmt wurde. Es wird angenommen, dass δ konstant ist und, dass für den gesamten Aufladeprozess $\delta \equiv \delta (V_{EK}, 0)$ gilt. Der Wert für δ wird nicht explizit in das Modell übernommen, stattdessen fließt δ in die Laderate R_0 für Q = 0 ein: $R_0 = I \cdot (\delta - 1)$.

Wie in Punkt B angeführt wird als Modell für den Auffangfaktor α_R nach Gleichung 4.39 verwendet. Der Energiefaktor lässt sich schreiben als $\epsilon = eV_F/E = e\kappa \cdot a/E$. Demnach ergibt sich für den Auffangfaktor folgender Ausdruck:

$$\alpha(a) = \sqrt{1 + \frac{e\kappa \cdot a}{E}}.$$
(4.43)

Nachdem ein bijektives Verhältnis zwischen t und a gilt, lässt sich α wie folgt darstellen:

$$\alpha(t) = \sqrt{1 + \frac{e\kappa \cdot a(t)}{E}}.$$
(4.44)

Mit Hilfe der Zusammenhänge $R(a) = R_0 \cdot \alpha(a)$, $R(t) = k\dot{a}(t)$ und $R_0 = k\dot{a}_0$ aus Gleichung 4.44 ergibt sich die Differentialgleichung:

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t} = \dot{a}_0 \sqrt{1 + \frac{e\kappa \cdot a(t)}{E}}.$$
(4.45)

Diese DGL hat mit den Bedingungen $a(t_0) = 0$ und $\dot{a}(t_0) = \dot{a}_0$ folgende Lösung:

$$a(t) = \dot{a}_0 \cdot (t - t_0) + \frac{e\kappa \dot{a}_0^2}{4E} \cdot (t - t_0)^2.$$
(4.46)

Diese Lösung gilt für den Bereich $0 \le t \le t_{\max} = t_0 - \frac{2E}{\dot{a}_0 e \kappa}$. Hierfür gilt auch

$$\dot{a}(t) = \dot{a}_0 + \frac{e\kappa \dot{a}_0^2}{2E} \cdot (t - t_0).$$
(4.47)

Bei t_{max} gilt $\dot{a}(t = t_{\text{max}}) = 0$. Für den Bereich $t > t_{\text{max}}$ gilt $a(t) = a(t_{\text{max}}) \equiv a_{\text{max}} = -E/(e\kappa) =$ konst.

4.3.4.2.3. Analyse der Messergebnisse

Im nächsten Schritt wird nun ein Fit auf die experimentellen Daten aus Abbildung 4.30 mit der Modellfunktion gemäß Gleichung 4.46 angewandt. Abbildung 4.31 (a) zeigt die Daten (in Schwarz) mit der Fit-Funktion (in Rot) für $V_{\text{EK}} = -5$ V und Tabelle 4.8 zeigt die Ergebnisse für die Fit-Parameter. Sättigung tritt nach einer Zeit $t_{\text{max}} = (278 \pm 6)$ s bei $a_{\text{max}} = (-3,62 \pm 0,02)$ µm ein. Die experimentellen Daten werden durch die Fit-Funktion sehr gut beschrieben: Mittlere Abweichung MD = 0,0273 µm (dieser Wert liegt deutlich unter dem geschätzten Fehler). Es zeigt sich demnach, dass sich unter Interpretation von V_{F} als effektives Oberflächenpotential die in Teilabschnitt 4.3.3.1.2 erarbeiteten Modellierungen anwenden lassen.


Abbildung 4.31.: Fit zu den experimentellen Daten für die Faseraufladung mit $V_{\text{EK}} = -5 \text{ V}$ (rot) und Modellergebnisse für $V_{\text{EK}} = -2.5 \text{ V}$ (grün strichliert): (a) Faserauslenkung a in Abhängigkeit von der Aufladezeit t und (b) Änderungsrate da/dt in Abhängigkeit von t nach Gleichung 4.47 mit Abhängigkeit $\alpha(a)$ nach Gleichung 4.43.

$\dot{a}_0~(\mu { m m/s})$	κ (V/µm)	<i>t</i> ₀ (s)
$-0,0272 \pm 0,0005$	$0,\!625\pm0,\!006$	$12{,}5\pm0{,}6$

Tabelle 4.8.: Fit-Ergebnis für die experimentellen Daten zu $V_{\text{EK}} = -5 \text{ V}$ mit Modellfunktion laut Gleichung 4.46 (für alle Parameter gilt: *p*-Wert< 10^{-6}).

4. Nanofaser-Experiment

Es ist anzunehmen, dass die Abhängigkeit $\delta(V_{\text{EK}}, V_{\text{F}})$ für höhere Werte von $|V_{\text{EK}}|$ stärker ausgeprägt ist, besonders wenn E_{F} gegen $E_{\text{SE}}^{(\text{II})}$ geht. Wie bereits erwähnt, geht eine Modellierung dieser Abhängigkeit über den Rahmen dieser Arbeit hinaus. Aus diesem Grund wurde der Datensatz mit betragsmäßig geringster Endkappenspannung $V_{\text{EK}} = -5$ V ausgewählt und hier als Näherung $\delta \equiv \delta(V_{\text{EK}}, 0)$ angenommen. Im Folgenden soll die Bedeutung von V_{EK} im Rahmen des Aufladungsprozesses, insbesondere in Hinblick auf die Sättigung, veranschaulicht werden. Es sind allerdings keine experimentellen Daten für betragsmäßig kleinere Spannungen vorhanden.

Aus diesem Grund wurde auf Basis der Parameter in Tabelle 4.8 und der Modellfunktion laut Gleichung 4.46 eine Kurve für $V_{\text{EK}} = -2.5 \text{ V}$ erstellt. Diese Kurve beschreibt das im Experiment erwartete Verhalten. Hierfür gilt $E_{\text{F}_0} (V_{\text{EK}} = -2.5 \text{ V}) = 1,86 \text{ eV}$ und $\delta (E_{\text{F}_0},0) \approx 0,062$. Die Änderungsrate \dot{a}_0 wurde entsprechend angepasst: $\dot{a}_0 (-2.5 \text{ V}) = (1 - \delta (-2.5 \text{ V})) / (1 - \delta (-5 \text{ V})) \dot{a}_0 (-5 \text{ V}) =$ $1,06 \cdot \dot{a}_0 (-5 \text{ V})$. Abbildung 4.31 (a) zeigt in Grün die Kurve für $V_{\text{EK}} = -2.5 \text{ V}$. Sättigung ergibt sich nach einer Zeit $t_{\text{max}} = (144 \pm 3)$ s bei $a_{\text{max}} = (-1.97 \pm 0.02) \,\mu\text{m}$. Aus dem Vergleich der beiden Kurven lässt sich der Einfluss von V_{EK} klar erkennen: Je kleiner die Spannung desto kleiner die maximale Auslenkung.

Abbildung 4.31 (b) zeigt die zeitlichen Ableitungen da/dt nach Gleichung 4.47 und als kleines Bild die zugehörigen $\alpha(a)$ -Kurven nach Gleichung 4.43. Die zeitlichen Ableitungen fallen betragsmäßig linear ab bis Sättigung eintritt und für die Laderate R = 0 gilt. Die beiden $\alpha(a)$ -Kurven werden bei der Aufladung von rechts nach links durchlaufen und geben das in Abbildung 4.26 dargestellte Verhalten wieder. Sättigung tritt bei a_{max} ein, was $\epsilon = -1$ entspricht.

4.3.4.3. Zusammenfassung und Diskussion

Es wurde die Anwendung des 2D-Modells in Kombination mit dem 3D-PT-Modell anhand von sechs Punkten diskutiert. Aufbauend auf diese Erkenntnisse wurden experimentelle Messergebnisse zur Aufladung der Faser analysiert. Hierbei wurde die Faserbiegung a in Abhängigkeit von der Aufladezeit tmodelliert (Gleichung 4.46). Bei dieser Modellierung fand das Modell α_R für den Auffangfaktor aus Teilabschnitt 4.3.3.1.2 Anwendung. Anhand der Modellierung konnte das Verhalten des experimentellen Systems, insbesondere die Sättigung der Aufladung, beschrieben werden (siehe Abbildung 4.31). Bei der Ausarbeitung des Modells wurden teilweise vereinfachende Annahmen getroffen, damit eine erste Auswertung der Daten im Rahmen dieser Arbeit möglich war. Die quantitativen Ergebnisse müssen anhand tiefergehender Untersuchungen validiert werden. Gemeinsam mit den weiteren Erkenntnissen, wie der Modellierung von α für verschiedene Einlassabstände aus Teilabschnitt 4.3.3.1.2, stellen die hier gewonnen Ergebnisse einen fundierten Ausgangspunkt für weitergehende Analysen dar.

5. Zusammenfassung und Ausblick

Diese Masterarbeit beschäftigt sich im ersten Teil mit dem Einfluss einer Glasfaser auf Ionen in einer Oberflächenfalle. Der zweite Teil beschäftigt sich mit der Charakterisierung und kontrollierten Veränderung von Ladungszuständen einer Nanofaser.

Die Arbeiten des ersten Teils erfolgten am Bastille-Faser-Experiment, das als Testaufbau in der Entwicklungsphase des Faserresonator-Experiments der AG Blatt diente. Die Hauptfragestellung, ob eine dielektrische Faser auf einen Abstand von 200 µm zu gespeicherten Ionen herangebracht werden kann, konnte nicht zufriedenstellend bearbeitet werden. Die Glasfaser weist eine elektrisch positive Ladung auf, die abstoßend auf die Ionen wirkt. Bei Annäherung werden die Ionen in der Falle verschoben oder aus der Falle gestoßen. Die Glasfaser ließ sich aufgrund dieses Verhaltens auf nur 1 mm an die Ionen annähern. Auf Basis von Computersimulationen konnte gezeigt werden, dass Verschiebung der Ionen in der Falle durch die positive Ladung der Faser und nicht durch das Dielektrikum der Faser oder den geerdeten Faserhalter verursacht wird.

Das Faserresonator-Experiment ist mittlerweile fortgeschritten und die Fragestellungen zur Faser-Ion-Annäherung werden dort bearbeitet (eine entsprechende Publikation dazu ist in Ausarbeitung). Das Bastille-Faser-Experiment könnte in Zukunft eingesetzt werden, um Möglichkeiten zur Verhinderung oder Reduzierung der Aufladung zu untersuchen. Zum Beispiel kann die Anwendung von Beschichtungen mit Indiumzinnoxid (Englisch: "indium tin oxide", kurz ITO), welche elektrisch leitend und optisch transparent sind, untersucht werden. ITO wird bereits in Ionenfallen-Systemen zur Verhinderung der Aufladung von Dielektrika eingesetzt [53]. Der Bastille-Aufbau bietet durch das Ventil zwischen Manipulator und Experimentierkammer die Möglichkeit, Fasern verhältnismäßig einfach und rasch auszutauschen. Als Modifikation am experimentellen Aufbau wird das Anbringen mehrerer Mikroskopkameras zur Abbildung des Innenraums der Experimentierkammer vorgeschlagen. Dies sollte eine verbesserte Navigation und Positionierung der Faser in der Kammer sicherstellen.

Der zweite Teil der Arbeit behandelt Analysen in Zusammenhang mit dem Nanofaser-Experiment der AG Blatt. Im Rahmen dieser Arbeiten konnten Beiträge zur Weiterentwicklung des Prozesses der kontrollierten Aufladung der Nanofaser geliefert werden. Es wurden Modelle zur Charakterisierung von Ladungsverteilungen der Nanofaser mit Hilfe von Computersimulationen entwickelt. Diese Modelle sollen in Zukunft erweitert und als Werkzeug bei der Datenauswertung am Experiment eingesetzt werden. Als Auswahl zur Erweiterung wird hier die Modellierung des Abschirmeffekts (gut zu erkennen anhand der grünen Kurve in Abbildung 4.9) angeführt. Mit Hilfe eines analytischen Modells für die Ergänzung ließe sich direkt ein Fit auf die Daten anwenden und so die gesuchten Parameter wie die Länge und die Gesamtladung bestimmen. Die Ergebnisse aus den Analysen können angewandt werden, um die Kalibrierung der Faserbiegung als Maß für die Ladung der Faser durchzuführen.

5. Zusammenfassung und Ausblick

Weiters wurden Simulationen mit dem PT-Modul von COMSOL als Werkzeug zur Beschreibung des Aufladeprozesses der Faser etabliert. Diese Etablierung erfolgte anhand der Elektronenquelle 1 (Einstrahlung in die Endkappe), deren Strahl charakterisiert wurde. Am Experiment kam zur Ladung der Faser eine andere Quelle zum Einsatz: Die oberen Hälfte der ringförmigen Stirnseite der Endkappe wurde mit einem Laser bestrahlt (Elektronenquelle 2). Die Ergebnisse für Quelle 1 zeigen, dass ein stark divergenter Elektronenstrahl mit ausgeprägter radialer Struktur emittiert wird. Die Struktur des Strahls ändert sich entlang der Falle. Markantestes Detail ist eine sehr hohe Dichte um die Mitte des Strahls.

Die Analysen zu Quelle 1 lassen sich heranziehen, um diese als Alternative zu Quelle 2 zu diskutieren. Ein Nachteil, der sich für Quelle 2 ergibt, sind die Reflexionen, die beim Auftreffen des Strahls auf die Endkappe entstehen. Das so entstehende Streulicht kann beim Auftreffen auf weitere Elektrodenoberflächen (primär die Klingen) zum Entstehen zusätzlicher Elektronenquellen führen. Dies macht den Aufladungsprozess schlecht kontrollierbar. Bei Emission aus dem Inneren der Endkappe sollte dieses Problem nicht auftreten. Ein weiterer Vorteil der Elektronenquelle 1 ist die Fokuswirkung des Elektronenstrahls. Dieser sollte eine lokal begrenzte und effiziente Aufladung der Faser ermöglichen. Unter der Voraussetzung, dass durch eine Änderung im experimentellen Aufbau mit der Elektronenquelle 1 ausreichend große Photoströme erreicht werden können, ist die Elektronenquelle eine attraktive Alternative. Mögliche weitere Schritte zur Anwendung der PT-Simulationen auf das Nanofaser-Experiment sind:

- Charakterisierung der im Experiment angewendeten Elektronenquelle: Verlauf und Dichte des Primärstrahls.
- Implementieren von Sekundärelektronenemission (durch PT-Modul COMSOL-Modell möglich) aus den Klingen und Charakterisierung des Sekundärstrahls.
- Untersuchung wie sich die Strahlformen zur Charakterisierung der Ladungsverteilung durch Faser-Ion-Annäherung verhalten.

Für die weitere Verwendung der PT-Modelle wird dringend der Umstieg auf COMSOL 5 empfohlen, das zahlreiche neue Einstellungen für das PT-Modul bietet, unter anderem freie Wahl des Gitters auf einer Elektroneneinlassfläche.

Des weiteren wurde das Verhalten der Elektronen bei Beschuss und Aufladung der Faser modelliert. Es wurde ein analytisches 2D-Modell und ein 2D-Simulationsmodell zur Bestimmung des Auffangfaktors α in Abhängigkeit des Energiefaktors (beziehungsweise der Ladungsdichte und der Gesamtenergie der Elektronen) und der Einlassposition erstellt (Teilabschnitt 4.3.3.1). Aufbauend auf diese Erkenntnisse wurden experimentelle Messergebnisse zur Aufladung der Faser analysiert: Faserbiegung a in Abhängigkeit von der Aufladezeit t.

Das analytische 2D-Modell kann verfeinert und ausgebaut werden, zum Beispiel könnte folgende Ergänzungen vorgenommen werden: Unter Annahme eines Potentialverlaufs $V_F(x)$ lässt sich ein effektives α durch Integration von α in Abhängigkeit von $V_F(x)$ berechnen.

Aktuell wird am Nanofaser-Experiment von Benjamin Ames daran gearbeitet, die Sekundär-Elektronen-Emission der Nanofaser zu charakterisieren. Dabei sollten die im Rahmen dieser Arbeit gewonnen Erkenntnisse zum Einsatz kommen. Die Anwendung der von Benjamin Ames entworfenen Methode zur gezielten Aufladung einer Nanofaser und die in dieser Arbeit vertiefenden und weitergehenden Analysen dazu, bieten eine vielversprechende Möglichkeit, den Ladungszustand einer Nanofaser gezielt und kontrolliert zu verändern. Darüber hinaus sind die Resultate für Experimente, bei denen störende Einflüsse aufgeladener Dielektrika eine Rolle spielen, von Bedeutung. Hier könnte die beschriebene Methode eingesetzt werden, um Dielektrika zu neutralisieren. So sind zum Beispiel die Faserspiegel des Faserresonator-Experiments vielversprechende Kandidaten für den Einsatz dieser Methode.

Für das Nanofaser-Experiment bildet die Implementierung einer Methode zur Neutralisierung der Faser und zur kontrollierten Veränderung der Faserladung einen bedeutenden Schritt auf dem Weg zum Quanteninterface.

A. Anhang: Details zur Charakterisierung der Ladungsverteilungen



Abbildung A.1.: Zur Charakterisierung der positiven Ladungsverteilung, experimentelle Daten (in Schwarz) mit Fit (Fitkurve in Rot) nach Gleichung 4.6 (HLL-Feld HLL ohne Abschirmung). Die Residuen sind in Grün eingezeichnet: MD = 39,0 V/m



Abbildung A.2.: Zum Anpassungsprozess für die positive Ladungsverteilung durch das HLL-Modell: Ladungsdichte λ_{fit} in Abhängigkeit von der Länge l.



Abbildung A.3.: DC-Potential entlang der z-Achse (ohne Faser): Es gilt $V_{\text{EK1}} = V_{\text{EK2}} = 1319 \text{ V}$, die restlichen Elektroden liegen auf Erde. Ein quadratischer Fit (Modellfunktion laut Gleichung 3.1) für den Bereich $z \in \{-0.4, 0.4\}$ mm ist in Rot eingezeichnet.



Abbildung B.1.: Maximaler Auffangfaktor α_{max} in Abhängigkeit von z_{EL}/r_R für verschiedene Werte von r_R .

B. Anhang: Abhängigkeit der Elektronentrajektorien von der Endkappenspannung

Zur Herleitung von Gleichung 4.18 gilt es, Folgendes zu verifizieren:

$$\frac{\mathrm{d}^2 \boldsymbol{r_2}(t)}{\mathrm{d}t^2} = \frac{\mathrm{d}^2 \boldsymbol{r_1}(\sqrt{k}t)}{\mathrm{d}t^2}.$$
(B.1)

Mit Hilfe von $F_2(r) = kF_1(r)$ ergibt sich (m: Elektronenmasse):

$$\frac{\mathrm{d}^{2}\boldsymbol{r_{1}}(\sqrt{k}t)}{\mathrm{d}t^{2}} = \frac{k \cdot \mathrm{d}^{2}\boldsymbol{r_{1}}(\sqrt{k}t)}{\mathrm{d}(\sqrt{k}t)^{2}} = \frac{k\boldsymbol{F_{1}}\left(\boldsymbol{r_{1}}(\sqrt{k}t)\right)}{m} = \frac{\boldsymbol{F_{2}}\left(\boldsymbol{r_{1}}(\sqrt{k}t)\right)}{m} = \frac{\boldsymbol{F_{2}}\left(\boldsymbol{r_{2}}(t)\right)}{m} = \frac{\mathrm{d}^{2}\boldsymbol{r_{2}}(t)}{\mathrm{d}t^{2}}$$
(B.2)

Literaturverzeichnis

- [1] Kimble, H. J. The quantum internet. *Nature* **453**, 1023–1030 (2008).
- [2] Deutsch, D. Quantum theory, the church-turing principle and the universal quantum computer. *Proceedings of the Royal Society of London A* **400**, 97–117 (1985).
- [3] Northup, T. E. & Blatt, R. Quantum information transfer using photons. *Nature Photonics* 8, 356–363 (2014).
- [4] Cirac, J. I., Zoller, P., Kimble, H. J. & Mabuchi, H. Quantum state transfer and entanglement distribution among distant nodes in a quantum network. *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3221–3224 (1997).
- [5] Girvin, S. Wiring up quantum systems: Circuit qed with artificial atoms and microwave photons. In *The Rochester Conferences on Coherence and Quantum Optics and the Quantum Information and Measurement meeting*, M4B.1 (Optical Society of America, 2013).
- [6] Bloch, I. Ultracold quantum gases in optical lattices. *Nature Physics* 1, 23–30 (2005).
- [7] Bloch, I., Dalibard, J. & Nascimbene, S. Quantum simulations with ultracold quantum gases. *Nature Physics* **8**, 267–276 (2012).
- [8] Knill, E., Laflamme, R. & Milburn, G. A scheme for efficient quantum computation with linear optics. *Nature* 409, 46–52 (2000).
- [9] Kim, K. *et al.* Quantum simulation of the transverse Ising model with trapped ions. *New Journal of Physics* **13**, 105003 (2011).
- [10] Gerritsma, R. et al. Quantum simulation of the Dirac equation. Nature 463, 68-71 (2010).
- [11] Georgescu, I. M., Ashhab, S. & Nori, F. Quantum simulation. Rev. Mod. Phys. 86, 153-185 (2014).
- [12] Stute, A. *et al.* Toward an ion–photon quantum interface in an optical cavity. *Applied Physics B: Lasers and Optics* **107**, 1145–1157 (2012).
- [13] Casabone, B. *et al.* Enhanced quantum interface with collective ion-cavity coupling. *Phys. Rev. Lett.* **114**, 023602 (2015).
- [14] Brandstätter, B. *Integration of fiber mirrors and ion traps for a high-fidelity quantum interface*. Dissertation, Universität Innsbruck (2013).

LITERATURVERZEICHNIS

- [15] Brandstätter, B. *et al.* Integrated fiber-mirror ion trap for strong ion-cavity coupling. *Review of Scientific Instruments* **84** (2013).
- [16] Sagué, G., Vetsch, E., Alt, W., Meschede, D. & Rauschenbeutel, A. Cold-atom physics using ultrathin optical fibers: Light-induced dipole forces and surface interactions. *Phys. Rev. Lett.* 99, 163602 (2007).
- [17] Vetsch, E. *et al.* Optical interface created by laser-cooled atoms trapped in the evanescent field surrounding an optical nanofiber. *Phys. Rev. Lett.* **104**, 203603 (2010).
- [18] Garcia-Fernandez, R. et al. Optical nanofibers and spectroscopy. Appl. Phys. B 105:3 (2011).
- [19] Skoff, S. M., Papencordt, D., Schauffert, H., Bayer, B. C. & Rauschenbeutel, A. Optical-nanofiberbased interface for single molecules. *Phys. Rev. A* 97 (2018).
- [20] Splatt, F. Development and operation of miniaturised segmented ion traps for scalable quantum computation. Dissertation, Universität Innsbruck (2009).
- [21] Metcalf, H. J. & Van der Straten, P. Laser Cooling and Trapping (Springer, Berlin, 2001).
- [22] Paul, W. Electromagnetic traps for charged and neutral particles. *Rev. Mod. Phys.* **62**, 531–540 (1990).
- [23] Roos, C. F. *Controlling the quantum state of trapped ions*. Dissertation, Universität Innsbruck (2000).
- [24] Werth, G., Gheorghe, V. N. & Major, F. G. Charged Particle Traps (Springer, 2005).
- [25] Leibfried, D., Blatt, R., Monroe, C. & Wineland, D. Quantum dynamics of single trapped ions. *Rev. Mod. Phys.* 75, 281–324 (2003).
- [26] Werth, G., Gheorghe, V. N. & Major, F. G. Charged Particle Traps II (Springer, 2009).
- [27] Ben-Menahem, A. *Historical Encyclopedia of Natural and Mathematical Sciences* (Springer, 2009).
- [28] Pauli, A. Classical control of an ion in a surface trap. Diplomarbeit, Universität Innsbruck (2011).
- [29] Madsen, M., Hensinger, W., Stick, D., Rabchuk, J. & Monroe, C. Planar ion trap geometry for microfabrication. *Applied Physics B* 78, 639–651 (2004).
- [30] Chiaverini, J. *et al.* Surface-electrode architecture for ion-trap quantum information processing. *Quantum Information and Computation* **5**, 419–439 (2005).
- [31] Berkeland, D., Miller, J., Bergquist, J., Itano, W. & Wineland, D. Minimization of ion micromotion in a paul trap. *Journal of Applied Physics* **83**, 5025 (1998).

LITERATURVERZEICHNIS

- [32] Harlander, M., Brownnutt, M., Hänsel, W. & Blatt, R. Trapped-ion probing of light-induced charging effects on dielectrics. *New Journal of Physics* 12, 093035 (2010).
- [33] Singer, K. et al. Colloquium: Trapped ions as quantum bits: Essential numerical tools. Rev. Mod. Phys. 82, 2609–2632 (2010).
- [34] Splatt, F. *et al.* Deterministic reordering of ⁴⁰Ca⁺ ions in a linear segmented Paul trap. *New Journal of Physics* **11**, 103008 (2009).
- [35] Gulde, S. Simple and efficient photo-ionization loading of ions for precision ion-trapping experiments. *Applied Physics B: Lasers and Optics* 73, 861–863 (2001).
- [36] Hotta, M., Hayashi, M., Nishikata, A. & Nagata, K. Complex Permittivity and Permeability of SiO2 and Fe3O4 Powders in Microwave Frequency Range between 0.2 and 13.5 GHz. *ISIJ International* 49, 1443 1448 (2009).
- [37] Stiebeiner, A., Garcia-Fernandez, R. & Rauschenbeutel, A. Design and optimization of broadband tapered optical fibers with a nanofiber waist. *Opt. Express* **18**, 22677–22685 (2010).
- [38] Kamitani, K. *et al.* Measuring the charge density of a tapered optical fiber using trapped microparticles. *Opt. Express* 24, 4672–4679 (2016).
- [39] Tipler, P. A., Mosca, G. & Basler, M. *Physik für Wissenschaftler und Ingenieure* (Springer Spektrum, Berlin, 2015).
- [40] Brownnutt, M., Kumph, M., Rabl, P. & Blatt, R. Ion-trap measurements of electric-field noise near surfaces. *Rev. Mod. Phys.* 87, 1419–1482 (2015).
- [41] Narayanan, S. *et al.* Electric field compensation and sensing with a single ion in a planar trap. *Journal of Applied Physics* **110**, 114909 (2011).
- [42] Barretta, N. et al. Icroscopic work function anisotropy and surface chemistry of 316L stainless steel using photoelectron emission microscopy. Journal of Electron Spectroscopy and Related Phenomena 195, 117–124 (2014).
- [43] Logothetis, E. M. & Hartman, P. L. Laser-induced electron emission from solids: Many-photon photoelectric effects and thermionic emission. *Phys. Rev.* 187, 460–474 (1969).
- [44] D'arcy, R. & Surplice, N. Electric charges on stainless steel surfaces: The effects of hydrogen, charged particles, illumination, and electric fields on the work function. *Surface Science* 34, 193 – 211 (1973).
- [45] Jensen, K. L. Introduction to the Physics of Electron Emission (John Wiley & Sons Inc, New Jersey, 2018).
- [46] Scholtz, J., Dijkkamp, D. & Schmitz, R. Secondary electron emission properties. *Philips Journal of Research* 50, 375–389 (1996).

LITERATURVERZEICHNIS

- [47] Melchinger, A. & Hofmann, S. Dynamic double layer model: Description of time dependent charging phenomena in insulators under electron beam irradiation. *Journal of Applied Physics* 78, 6224 (1995).
- [48] Cazaux, J. Some considerations on the secondary electron emission, δ , from e⁻ irradiated insulators. *Journal of Applied Physics* **85**, 1137 (1999).
- [49] Cazaux, J. About the secondary electron yield and the sign of charging of electron irradiated insulators. *The European Physical Journal Applied Physics* **15**, 167–172 (2001).
- [50] COMSOL VERSION 4.4 Particle Tracing Module User's Guide (COMSOL, 2013).
- [51] Müller, G. 08. Central Force Motion I. Classical Dynamics Paper 14. (2015). URL http: //digitalcommons.uri.edu/classical_dynamics/14.
- [52] Müller, G. 10. Scattering from Central Force Potential. Classical Dynamics Paper 12. (2015). URL http://digitalcommons.uri.edu/classical_dynamics/12.
- [53] Allcock, D. T. C. *Surface-Electrode Ion Traps for Scalable Quantum Computing*. Dissertation, Hertford College, Oxford (2011).

Danksagung

Ich bedanke mich bei allen Personen, die zur Entstehung dieser Masterarbeit beigetragen haben. Mein Dank gilt Professor Rainer Blatt für die Möglichkeit, ein Teil der Spitzenforschung auf dem Gebiet der Quantenphysik zu sein. Ich bedanke mich bei Yves Colombe und Professorin Tracy Northup für die Mitbetreuung dieser Arbeit. Außerdem gilt mein Dank Benjamin Ames, der mich ins Nanofaser-Team aufgenommen hat und mir die Möglichkeit geboten hat, meine Masterarbeit mit Hilfe seiner frisch gewonnenen Daten fertigzustellen. Dem Cavity-QED-Team mit Birgit Brandstätter, Klemens Schüppert, Konstatin Friebe, Florian Ong, Bernardo Casabone, Diana Habicher, Andreas Stute und Andrew Mc-Clung gebührt ebenfalls mein Dank. Bei Klemens, Florian und Konstatin bedanke ich mich besonders für ihre wertvollen Anmerkungen und Verbesserungsvorschläge beim Schreiben dieser Arbeit. Bei Adam Pauli bedanke ich mich herzlich für die Zurverfügungstellung zahlreicher Abbildungen für diese Arbeit. Für das Korrekturlesen der Arbeit bedanke ich mich bei Ulrike Zachl. Zuletzt bedanke ich mich bei Tina Hellensteiner, die mich stets verständnisvoll unterstützt hat.



Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre hiermit an Eides statt durch meine eigenhändige Unterschrift, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet habe. Alle Stellen, die wörtlich oder inhaltlich den angegebenen Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht.

Die vorliegende Arbeit wurde bisher in gleicher oder ähnlicher Form noch nicht als Magister-/Master-/Diplomarbeit/Dissertation eingereicht.

02.05.2019

Datum

Unterschrift